Math. P. 25 m

Bauernfeind

ELEMENTE

DER

VERMESSUNGSKUNDE

VON

Dr. CARL MAXIMILIAN BAUERNFEIND,
Professor der Ingenieur-Wissenschaften und der Geodäsie in München.

ERSTER BAND.

DIE MESSINSTRUMENTE UND IHR GEBRAUCH.

MIT 250 HOLZSCHNITTFIGUREN.

MÜNCHEN.
LITERARISCH-ARTISTISCHE ANSTALT
DER J. G. COTTA'SCHEN BUCHHANDLUNG.
1856.

44 = D.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Buchdruckerei der J. G. Cotta'schen Buchhandlung in Stuttgart und Augsburg.

Vorrede.

Der Leipziger Ostermesskatalog vom Jahre 1846 kündigte dieses Werk bereits vor neun Jahren an; es erschien aber damals nicht, weil mir bald nach jener Ankündigung neben meinem Lehrberufe noch ein praktischer Wirkungskreis als Ingenieur angewiesen wurde, der mich fünf Jahre lang abhielt, etwas drucken zu lassen.

Unterdessen versuchte es ein Anderer, das von mir schon früher erkannte Bedürfniss eines Handbuchs der Messkunst, das namentlich die Instrumentenlehre gründlich behandle, dadurch zu befriedigen, dass er aus den in Büchern und Zeitschriften enthaltenen Arbeiten fast aller Schriftsteller der praktischen Geometrie eine Musterkarte von Styl- und Zeichnungsproben zu Tage förderte.

Dieses Machwerk, worüber ich mich vor nahezu drei Jahren in Dingler's polytechnischem Journale (Bd. 127 S. 159 und Bd. 128 S. 79) näher ausgesprochen habe, hat viele durch die schöne Ausstattung, welche ihm der Verleger gab, bestochen und, weil auch Gutes darin aufgenommen ist, das man aus Mangel an Kenntniss der geodätischen Literatur irrthümlich als die eigene Arbeit seines Verfassers ansah, mehrere Lobredner gefunden. Es war und ist aber nicht im Stande, in

das Wesen der Messkunst einzuführen oder zur wissenschaftlichen d. i. gründlichen Beurtheilung und Behandlung der Messinstrumente zu befähigen, weil ihm geradezu alles, worauf es in diesem Falle ankommt, abgeht.

Darum glaube ich, dass auch heute noch das Bedürfniss besteht, dem ich, nach lange fortgesetzten Studien und praktischen Arbeiten, vor neun Jahren entgegen kommen wollte, ohne zu ahnen, dass sich an dem grösseren Theile meines Manuscriptes die Horazische Regel erfüllen würde: „nonum prematur in annum."

Ob sich diese zunächst nur für Dichter gegebene Regel auch in dem vorliegenden Falle bewährt hat, müssen entweder diejenigen entscheiden, welche sich dieses Buches als Leitfaden für ihre Vorträge, oder als Compendium beim Studiren, oder als Rathgeber bei ihren Vermessungsarbeiten bedienen werden; oder jene, welche eben so gut mit der Literatur als mit der Praxis der Messkunde vertraut sind und sich die Mühe geben, dieses Buch wirklich zu lesen und mit anderen Büchern seiner Art zu vergleichen.

Um die Beurtheilung meiner Arbeit zu erleichtern und die Gesichtspunkte zu bezeichnen, welche ich bei ihrer Durchführung festgehalten habe, finde ich mich zu den nachfolgenden Bemerkungen veranlasst.

Ich gab diesem Buche, das von der Land-, Berg- und Wassermessung handelt, den Titel „Vermessungskunde", weil er dem Inhalte, welcher umfangreicher ist als jener der Geodäsie und weniger ausgedehnt als jener der praktischen Geometrie, nach meiner Meinung am bessten entspricht. Ich fügte ferner der allgemeinen Bezeichnung des Inhalts den beschränkenden Beisatz „Elemente" bei, nicht um damit etwa nur die Anfangslehren, sondern alle wesentlichen Grundlagen

der gesammten Vermessungskunde anzudeuten. Bei gehöriger Benützung sollen diese Elemente die Fähigkeit verleihen, alle Vermessungen für technische und staatswirthschaftliche Zwecke mit Sicherheit auszuführen und das Studium der grösseren Werke über Landes- und Gradmessungen mit gutem Erfolg zu betreiben.

Das Materiale, welches der Verarbeitung unterlag, habe ich in drei Hauptabtheilungen gesondert, von denen die erste die Mittel zur Messung oder die Messinstrumente, die zweite die Anwendung dieser Mittel oder die Ausführung und Berechnung der Messungen, und die dritte den eigentlichen Zweck der Messungen oder die Herstellung von Plänen und Karten behandelt. Diese Eintheilung der Messkunde erscheint mir als die natürlichere um so mehr, als sie keine Trennung der letzteren in eine niedere und höhere erfordert.

Der ersten Abtheilung, welche nebst der Einleitung diesen Band ausfüllt, gab ich eine grössere Ausdehnung als jeder der beiden anderen Abtheilungen, die zusammen den zweiten Band bilden und im künftigen Sommer erscheinen werden. Auf die im ersten Theile enthaltene Instrumentenlehre lege ich nämlich ein besonderes Gewicht, und zwar desshalb, weil von der genauen Kenntniss des Baus, der Prüfung, der Berichtigung und des Gebrauchs der Messinstrumente die Zuverlässigkeit geometrischer Arbeiten vorzugsweise abhängt, und weil bis jetzt nur wenige Schriftsteller mit hinreichender Sachkenntniss auf die Theorie aller Messinstrumente, um die es sich hier handelt, eingingen.

Dieser Band enthält, wie ich glaube, mehr Neues als sein Titel erwarten lässt. Der sachkundige Leser wird namentlich finden, dass ich nicht bloss bemüht war, den vorliegenden Gegenstand klar und übersichtlich zu machen, sondern dass

ich es auch an einer auf Erfahrung ruhenden Beurtheilung häufig angewendeter Instrumente nicht fehlen liess und in vielen Fällen, wo es sich um den Bau oder die Theorie eines Instruments handelte, meine eigenen Wege ging. Zeuge dessen sind die Artikel: Prismenkreuz, Winkelprisma, Spiegelkreis, Distanzmesser, Stromquadrant, Pitot'sche Röhre u. s. w., welche sich wohl alle wie der erstere zu besonderen Abhandlungen geeignet hätten. Auch das glaube ich als einen Vorzug meines Buches, wenn auch nicht als mein Verdienst anführen zu dürfen, dass es eine gedrängte Darstellung der ausgezeichneten Arbeit G. S. Ohm's, meines unvergesslichen Lehrers, über die Helligkeit und das Gesichtsfeld der Fernrohre enthält.

Dass sich ein Lehrbuch der Vermessungskunde auf die Mathematik stützen muss, versteht sich eben so von selbst, als dass mit Formelentwickelungen allein oder mit blossen Beschreibungen der Instrumente und receptenartigen Anleitungen zu ihrem Gebrauche nichts gethan ist. Ich war bemüht, mich von den Uebertreibungen nach beiden Seiten hin fern zu halten und habe vor Allem getrachtet, der Theorie der Messinstrumente eine wissenschaftliche Grundlage zu geben und sie so einfach und anschaulich als möglich vorzutragen. In Folge dieses Strebens sind allerdings manche Entwickelungen weniger allgemein als sie seyn könnten, aber ohne diesen scheinbaren Mangel wäre der Vortheil der Anschaulichkeit nicht zu erreichen gewesen.

Man wird finden, dass ich die in Rede stehenden Entwickelungen nicht mit der Ausführlichkeit darlegte, wie dieses sonst wohl in Büchern zu geschehen pflegt, sondern dass ich meist nur den Gang der Rechnung, einzelne Zwischenergebnisse und die Endresultate angeführt habe. Dieses Verfahren gewährt den mit den nöthigen mathematischen Kenntnissen

ausgerüsteten Lesern Gelegenheit, sich in der Herleitung der Formeln zu üben, und ist für jene, welche von der Mathematik nur wenig verstehen und sich mit Resultaten begnügen, völlig ausreichend, während es allen Käufern des Buchs den mit der Raumersparniss verbundenen Vortheil grösserer Wohlfeilheit darbietet.

Die Abbildungen der Instrumente, womit dieser Band ausgestattet ist, wurden alle neu und gewiss auch so gezeichnet, dass sie an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig lassen. Zur Herstellung dieser Zeichnungen dienten die Instrumente und Apparate, welche ich bei meinen Vorlesungen über Geodäsie und zu den praktischen Uebungen meiner Zuhörer benütze; ausserdem aber mehrere Werkzeichnungen des Ertel'schen mechanischen Instituts dahier, einige Abbildungen zu dem Preissverzeichnisse von Breithaupt in Cassel und je vier oder fünf Figuren aus der „Gradmessung in Ostpreussen" von Bessel und aus der „Anleitung zum Nivelliren" von Stampfer. Einen Theil der grösseren Original-Zeichnungen hat einer meiner vorzüglichsten Schüler, der Baucandidat Herr Adolph Döhlemann, mit eben so viel Einsicht als Geschick angefertigt, während den Holzschnitt aller Figuren der bereits rühmlich bekannte Künstler Herr Leo Bock dahier in meisterhafter Weise besorgte.

Obwohl hier viele Instrumente abgebildet und nach ihrer Einrichtung, Wirkungsweise, Untersuchung und Anwendung erklärt sind, so konnten doch nicht alle, welche in verschiedenen Ländern und Orten Anwendung finden, aufgenommen werden. Es war dieses aber auch nicht nöthig, da es Aufgabe der Theorie ist, das Wesen jeder brauchbaren Classe von Instrumenten allgemein so darzulegen und an einigen Beispielen so zu erläutern, dass man hiernach die besonderen

Eigenthümlichkeiten jedes dieser Classe angehörigen Instruments sofort sicher erkennen und beurtheilen kann. Von diesem Gesichtspunkte aus lässt sich aber behaupten, dass in dem vorliegenden Bande alle nur einigermassen wichtigen Messinstrumente vertreten sind.

Wenn ich mir nun das Zeugniss geben darf, dass ich nach Kräften darauf bedacht war, diesem Buche inneren Werth zu verleihen, und wenn nicht bezweifelt werden kann, dass die Verlagshandlung in der äusseren Erscheinung desselben ein Muster vorzüglicher Ausstattung aufgestellt hat: so können wir wohl beide, Verleger und ich, jeder unbefangenen Beurtheilung unseres Werks mit Ruhe entgegensehen.

München, an Weihnachten 1855.

Carl Bauernfeind.

Inhalt des ersten Bandes.

Einleitung.

Seite

1) Allgemeine Betrachtungen und Begriffe.

§. 1. Begriff des Messens 1
§. 2. Begriff der Vermessungskunde 2
§. 3. Gestalt und Grösse der Erde 3
§. 4. Geographische Begriffe 4
§. 5. Lothrechte Linien und Ebenen 5
§. 6. Wagrechte Linien und Flächen 6
§. 7. Begriff von Karte und Plan 8
§. 8. Eintheilung der Vermessungskunde 9

2) Von den bei Vermessungen gebräuchlichen Massen.

§. 9. Ueber Masse im Allgemeinen 10
§. 10. Französische Masse 13
§. 11. Deutsche Masse 14
§. 12. Schweizerische Masse 18
§. 13. Englische Masse 18
§. 14. Winkelmasse 19

3) Vom Sehen mit dem freien Auge.

§. 15. Der Bau des Auges 20
§. 16. Hergang beim Sehen mit dem freien Auge 22
§. 17. Deutliches Sehen 22
§. 18. Weite des deutlichen Sehens 24
§. 19. Scheinbare Grösse eines Gegenstands 25

Erste Abtheilung.

Die Lehre von den Messinstrumenten.

§. 20. Begriff und Eintheilung der Instrumentenlehre 29

I. Bestandtheile der Messinstrumente.

§. 21. Haupt- und Nebenbestandtheile 30

Seite

A. Mittel zur Herstellung von Absehlinien.

§. 22. Begriff der Visir- oder Absehlinie 30
§. 23. Einrichtung und Prüfung der Diopter 31
§. 24. Genauigkeit der Diopter 34
§. 25. Ein Nachtheil der Diopter 35
§. 26. Ebene Spiegel von Glas und Metall 36
§. 27. Theorie der Parallelspiegel 36
§. 28. Theorie der prismatischen Spiegel 39
§. 29. Die Glasprismen; Totalreflexion derselben 41
§. 30. Dreiseitige Glasprismen 42
§. 31. Vierseitige Glasprismen 45
(Die Fernrohre werden später betrachtet: §. 50 bis §. 67).

B. Mittel zur Herstellung von loth- und wagrechten Richtungen.

§. 32. Der einfache Senkel 46
§. 33. Der Doppelsenkel . 47
§. 34. Die Lothgabel . 47
§. 35. Die Libellen oder Wasserwagen 49
§. 36. Ausschlag der Luftblase einer Röhrenlibelle 50
§. 37. Empfindlichkeit der Röhrenlibelle 52
§. 38. Beschreibung verschiedener Röhrenlibellen 54
§. 39. Prüfung und Berichtigung dieser Libellen 58
§. 40. Gebrauch der Röhrenlibellen 64
§. 41. Beschreibung der Dosenlibelle 67
§. 42. Prüfung, Berichtigung und Gebrauch derselben 67

C. Mittel zur Vergrösserung sehr kleiner Gegenstände.

§. 43. Die Lupen, convexe Glaslinsen 69
§. 44. Optischer Mittelpunkt der Linsen 71
§. 45. Hauptformel für Linsen 72
§. 46. Lage und Grösse der Linsenbilder 73
§. 47. Vergrösserung der Lupen 76
§. 48. Abweichung wegen der Kugelgestalt der Linsen 77
§. 49. Verbindung der Lupen mit Messinstrumenten 79

D. Mittel zur Vergrösserung entfernter Gegenstände.

§. 50. Begriff und Eintheilung der Fernrohre 79
§. 51. Einfachster Bau des astronomischen Fernrohrs 80
§. 52. Lage der vom Objectiv erzeugten Bilder 80
§. 53. Vergrösserung des Fernrohrs mit zwei Linsen 82
§. 54. Ort des Auges beim Beobachten (Augenpunkt) 84
§. 55. Farbenabweichung; achromatische Linsen 85
§. 56. Das Objectiv eines Fernrohrs 87
§. 57. Die Oculare, astronomische und terrestrische 88
§. 58. Die Helligkeit eines Fernrohrs; natürliche Helligkeit 90
§. 59. Helligkeit der Linsenbilder 92
§. 60. Helligkeit und Gesichtsfeld des Fernrohrs mit zwei Linsen 94
§. 61. Gesichtsfeld und Vergrösserung bei drei Linsen 99
§. 62. Das Fadenkreuz im astronomischen Fernrohr 103
§. 63. Beschreibung eines Messfernrohrs 105

Seite

§. 64. Parallaxe des Fadenkreuzes 106
§. 65. Prüfung und Berichtigung des Fernrohrs 108
§. 66. Genauigkeit des Visirens 113
§. 67. Einziehen von Kreuzfäden und Reinigen der Objective 114

E. Mittel zur Messung sehr kleiner Linien und Winkel.

§. 68. Nothwendigkeit solcher Mittel 115
§. 69. Begriff des Nonius (Werner, Vernier) 116
§. 70. Der nachtragende Nonius 117
§. 71. Der vortragende Nonius 119
§. 72. Ablesung und Uebertheilung der Nonien 121
§. 73. Einige Beispiele zur Uebung 121
§. 74. Beschreibung von Mikrometerschrauben 123
§. 75. Theorie der Mikrometerschrauben 125
§. 76. Der Messkeil und sein Gebrauch 128
§. 77. Prüfung des Messkeils 129

II. Mittel zur Bezeichnung der Punkte auf dem Felde.

§. 78. Geodätische Begriffe von Punkten und Linien 132
§. 79. Pfähle zum Abstecken 133
§. 80. Beschreibung der Fluchtstäbe und Messfahnen 134
§. 81. Gebrauch dieser Stäbe und Fahnen 135
§. 82. Natürliche und künstliche Signale 137
§. 83. Stangensignale (Signalstangen) 137
§. 84. Pfeilersignale von Stein und Holz 138
§. 85. Pyramidensignale . 140
§. 86. Zweck der Heliotrope 142
§. 87. Theorie des Heliotrops von Gauss 142
§. 88. Beschreibung dieses Heliotrops 143
§. 89. Gebrauch desselben 146
§. 90. Prüfung und Berichtigung des Gauss'schen Heliotrops 146
§. 91. Hilfsheliotrop von Stierlin 150
§. 92. Theorie des Heliotrops von Steinheil 152
§. 93. Einrichtung dieses Heliotrops 153
§. 94. Gebrauch desselben 155
§. 95. Eigenschaften des Heliotropenlichts 156

III. Instrumente zum Winkelmessen.

§. 96. Arten der Winkel und Winkelmesser 158

A. Instrumente für constante Winkel.

§. 97. Beschreibung und Gebrauch des Winkelkreuzes 159
§. 98. Bau, Prüfung und Gebrauch der Winkeltrommel 161
§. 99. Beschreibung des Winkelspiegels 162
§. 100. Theorie dieses Instruments 163
§. 101. Gebrauch desselben zur Absteckuug rechter Winkel 164
§. 102. Prüfung und Berichtigung des Winkelspiegels 165
§. 103. Das Winkelprisma; Beschaffenheit und Gebrauch 165
§. 104. Das Prismenkreuz von Bauernfeind 168
§. 105. Theorie desselben 169
§. 106. Einrichtung dieses Prismenkreuzes 170

		Seite
§. 107.	Prüfung und Berichtigung desselben	172
§. 108.	Gebrauch des Prismenkreuzes	173

B. Instrumente zur graphischen Aufnahme der Winkel.

§. 109.	Bestandtheile des Messtischapparats	174
§. 110.	Einrichtung des Messtisches	175
§. 111.	Aufstellung des Messtisches	179
§. 112.	Beschreibung der Kippregel	181
§. 113.	Prüfung und Berichtigung derselben	183
§. 114.	Gebrauch der Kippregel	188
§. 115.	Genauigkeit der Messtischaufnahmen	189
§. 116.	Bemerkungen über das Aufspannen des Papiers	190

C. Instrumente zur Aufnahme und Absteckung der Winkel im Gradmasse.

§. 117.	Principien für die Construction dieser Instrumente	191

1) Bussolen-Instrumente.

§. 118.	Einiges aus der Lehre vom Erdmagnetismus	192
§. 119.	Die Feldbussole; Einrichtung der Ertel'schen	195
§. 120.	Gebrauch derselben	197
§. 121.	Prüfung und Berichtigung dieser Bussole	200
§. 122.	Excentricität der Visirlinie einer Bussole	205
§. 123.	Einrichtung und Gebrauch einer Bussole von Breithaupt	208
§. 124.	Beschaffenheit und Gebrauch der Orientirbussole	210
§. 125.	Der Hängecompass; Beschreibung desselben	211
§. 126.	Gebrauch dieses Compasses	215
§. 127.	Prüfung und Berichtigung des Hängecompasses	215
§. 128.	Das Zulegezeug; Einrichtung und Gebrauch	217

2) Theodolithe.

§. 129.	Begriff und Eintheilung der Theodolithe	220
§. 130.	Das Wesen des einfachen Theodolithen	221
§. 131.	Das Wesen des Repetitionstheodolithen	223
§. 132.	Einrichtung eines einfachen Theodolithen	226
§. 133.	Aufstellung und Gebrauch desselben	231
§. 134.	Prüfung und Berichtigung ebendesselben	233
§. 135.	Excentricitäts- und Theilungsfehler eines Theodolithen	241
§. 136.	Einrichtung eines Repetitionstheodolithen	245
§. 137.	Aufstellung und Gebrauch desselben	251
§. 138.	Prüfung und Berichtigung dieses Theodolithen	254
§. 139.	Ein Grubentheodolith von Breithaupt	257
§. 140.	Gebrauch desselben; Grubensignale	260
§. 141.	Prüfung und Berichtigung des Grubentheodolithen	263

3) Spiegelinstrumente.

§. 142.	Wesen und Zweck der Spiegelinstrumente	264
§. 143.	Der Spiegelsextant; Geschichtliches	264
§. 144.	Theorie des Spiegelsextanten	265
§. 145.	Einrichtung desselben	267
§. 146.	Gebrauch des Spiegelsextanten	271
§. 147.	Prüfung und Berichtigung desselben	275

Seite

§. 148. Einfluss der Fehler des Sextanten auf die Messung 281
§. 149. Einfluss einer Neigung der Fernrohraxe 282
§. 150. Mass für den Neigungswinkel dieser Axe 285
§. 151. Einfluss einer Neigung des grossen Spiegels 287
§. 152. Einfluss einer Neigung des kleinen Spiegels 288
§. 153. Der Spiegelkreis von Pistor und Martins 290
§. 154. Einrichtung dieses Kreises 291
§. 155. Theorie desselben 294
§. 156. Gebrauch des Pistor'schen Spiegelkreises 299
§. 157. Prüfung und Berichtigung desselben 300

IV. Instrumente zum Längenmessen.

§. 158. Arten der Längenmessinstrumente 302

1) Massstäbe.

§. 159. Eintheilung der Massstäbe 302
§. 160. Urmassstäbe; das preussische Urmass 303
§. 161. Messstangen; Apparat nach Reichenbach 305
§. 162. Der Bessel'sche Basisapparat 310
§. 163. Messlatten; Einrichtung und Abgleichung 317
§. 164. Messstäbe; der Ruthenstab 319
§. 165. Der Lachterstab der Markscheider 321
§. 166. Der Feldzirkel oder die Drehlatte 321

2) Messketten.

§. 167. Zweck und Arten der Messketten 322
§. 168. Die Feldkette; Beschreibung derselben 323
§. 169. Gebrauch dieser Kette 325
§. 170. Genauigkeit der Längenbestimmung mit der Messkette 326
§. 171. Die Lachterkette der Markscheider 329
§. 172. Messschnüre und Bänder 330

3) Distanzmesser.

§. 173. Begriff und Eintheilung der Distanzmesser 331
§. 174. Einrichtung des Reichenbach'schen Distanzmessers 333
§. 175. Wirkungsweise dieses Distanzmessers 336
§. 176. Reduction der schiefen Längen auf den Horizont 340
§. 177. Prüfung und Berichtigung des Reichenbach'schen Distanzmessers . . 343
§. 178. Das Ertel'sche Universalinstrument als Distanzmesser 347
§. 179. Wirkung des Collectivglases in diesem Instrumente 352
§. 180. Reduction der schiefen Längen 355
§. 181. Prüfung und Berichtigung dieses Instruments 355
§. 182. Der Stampfer'sche Distanzmesser 357
§. 183. Aufstellung und Gebrauch desselben 362
§. 184. Theorie dieses Distanzmessers 363
§. 185. Genauigkeit desselben 366
§. 186. Prüfung und Berichtigung ebendesselben 367

V. Instrumente zum Höhenmessen.

§. 187. Mittel zum Höhenmessen 370

Seite

1) Nivellirinstrumente.

§. 188. Allgemeine Einrichtung der Nivellirapparate 371
§. 189. Nivellirlatten; Verschiedenheit derselben 373
§. 190. Nivellirlatten mit Zielscheiben 373
§. 191. Nivellirlatten ohne Zielscheiben 375
§. 192. Pendelinstrumente; Genauigkeit derselben 376
§. 193. Die Setzwage . 377
§. 194. Die Pendelwage . 377
§. 195. Die Bergwage . 377
§. 196. Die Hängwage . 378
§. 197. Die Wallwage . 379
§. 198. Röhreninstrumente; die Kanalwage 380
§. 199. Die Quecksilberwage 385
§. 200. Libelleninstrumente; ihre Bestandtheile 386
§. 201. Das gewöhnliche Nivellirdiopter 387
§. 202. Das Stampfer'sche Nivellirdiopter 388
§. 203. Das Nivellirfernrohr von Stampfer 390
§. 204. Das Ertel'sche kleine Nivellirinstrument 392
§. 205. Prüfung und Berichtigung desselben 393
§. 206. Gebrauch ebendesselben 397
§. 207. Das Ertel'sche grosse Nivellirinstrument 397
§. 208. Grosses Nivellirinstrument von Breithaupt 399
§. 209. Prüfung und Berichtigung desselben 402
§. 210. Kleineres Nivellirinstrument von Breithaupt 404
§. 211. Das Nivellirinstrument von Stampfer und Starke 407

2) Barometer.

§. 212. Einwirkungen, von welchen der Barometerstand abhängt 410
§. 213. Das Fortin'sche Reisebarometer 412
§. 214. Das Gay-Lussac'sche Reisebarometer 415
§. 215. Regeln für Barometermessungen 418
§. 216. Reduction der Barometerstände auf die Normaltemperatur des Massstabs 419

VI. Instrumente zum Geschwindigkeitsmessen.

§. 217. Hydraulische und hydrotechnische Begriffe 420
§. 218. Die Schwimmkugel; Beschaffenheit derselben 424
§. 219. Gebrauch der Schwimmkugel 425
§. 220. Der Stromquadrant; Beschreibung desselben 427
§. 221. Theorie des Stromquadranten 429
§. 222. Bestimmung der Constanten dieses Instruments 431
§. 223. Prüfung und Berichtigung desselben 433
§. 224. Die Pitot'sche Röhre oder der Reichenbach'sche Strommesser . . 435
§. 225. Gebrauch dieses Instruments 438
§. 226. Mängel und Verbesserungen desselben 439
§. 227. Der Woltman'sche Flügel 440
§. 228. Gebrauch desselben 445
§. 229. Theorie dieses Instruments 446
§. 230. Bestimmung der Constanten desselben 448

Originalliteratur,

welche bei Abfassung des ersten Bandes theilweise benützt wurde.

A. Bücher.

Bessel und **Baeyer**, Gradmessung in Ostpreussen. Berlin, 1838.
Baeyer, Nivellement zwischen Swinemünde und Berlin. Berlin, 1840.
Bohnenberger, Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung. Göttingen, 1795.
Breithaupt, Magazin mathematischer Instrumente. Cassel, 1835.
Bauernfeind, Theorie und Gebrauch des Prismenkreuzes. München, 1851.
Grunert, Beiträge zur reinen und angewandten Mathematik. Brandenburg, 1838.
Ohm, Grundzüge der Physik als Compendium zu seinen Vorlesungen. Nürnberg, 1854.
Schwerd, die kleine Speierer Basis. Speier, 1822.
Stampfer, Anleitung zum Nivelliren. Wien, 1852.
Woltman, Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Hamburg, 1790.

B. Zeitschriften.

Dingler, polytechnisches Journal. Augsburg.
Encke, Berliner astronomisches Jahrbuch. Berlin.
Grunert, Archiv für Mathematik und Physik. Greifswald.
Schumacher, astronomische Nachrichten. Altona.

Einleitung.

1. Allgemeine Betrachtungen und Begriffe.

§. 1.

Messen.

Die Bestimmung des Verhältnisses zweier gleichartiger Grössen heisst messen. Bei der Verrichtung dieses Geschäftes kommen in Betracht: die zu messende Grösse, welche sich als Linie, Fläche, Körper, Zeit, Kraft darstellt; die Masseinheit oder die gegebene Grösse, womit eine andere noch unbekannte gleicher Art verglichen wird; und das Mass oder die Zahl, welche den Inhalt der gemessenen Grösse in Masseinheiten angibt.

Bestimmt man das Mass durch wirkliches Ausgleichen der zu messenden Grösse mit der Masseinheit, so verrichtet man eine unmittelbare Messung; wird aber dieses Mass aus bekannten Grössen, welche mit der zu messenden in einem bestimmten mathematischen Zusammenhange stehen, gefunden, so heisst dieser Vorgang eine mittelbare Messung. So misst man z. B. eine gerade Linie unmittelbar durch Anlegen eines die einfache oder zusammengesetzte Längeneinheit darstellenden Massstabes, und mittelbar, indem man sie mit zwei anderen Geraden zu einem Dreiecke verbindet und ihre Länge aus drei entsprechenden vorher gemessenen Stücken des Dreiecks berechnet oder zeichnet.

Zu den mittelbaren Messungen gehören auch jene, bei welchen die gemessene Grösse durch eine ihr zwar ungleichartige aber in bestimmter Beziehung zu ihr stehende Masseinheit ausgedrückt wird, wie z. B. die Geschwindigkeit v eines Körpers durch den Weg w, welchen er in der Zeiteinheit zurücklegt, oder die Temperatur t durch die Länge g der Quecksilbersäule im Thermometer. Bei diesen

Messungen geht die Vergleichung zwar auch nur zwischen je zwei gleichartigen Grössen vor sich, aber man drückt von jedem Paare der verglichenen Grössen nur eine aus, da die andere stillschweigend als Einheit angenommen wird. In dem vorhin angeführten ersten Beispiele bilden die Geschwindigkeiten 1 und v das erste und die in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege 1 und w das zweite Verhältniss einer geometrischen Proportion, aus welcher somit die Geschwindigkeit v gleich dem Wege w folgt. Nach dem zweiten Beispiele stehen zwei Temperaturen 1 und t in dem ersten und zwei Säulenlängen 1 und g in dem zweiten Verhältniss einer Proportion, welche die Temperatur t gleich g Grad liefert.

§. 2.

Vermessungskunde.

Mit dem Ausdrucke Vermessungskunde verbindet man Begriffe von verschiedener Ausdehnung. Im weitesten Sinne versteht man darunter die Lehre von der Ausmessung aller räumlich ausgedehnten irdischen Gegenstände mit Einschluss des Erdkörpers: die praktische Geometrie; im engsten Sinne aber bloss die Lehre von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche oder einzelner Theile derselben: die Geodäsie.

Nach der ersten Auffassung ist der Umfang der Vermessungskunde schwer zu begrenzen, indem er sich in alle Gebiete des menschlichen Wissens und Schaffens, welche eine Messung physischer Grössen erfordern oder zulassen, erstreckt; nach der zweiten wird er aber so beschränkt, dass die wichtigen Messungen in Bergwerken und an Flüssen, obwohl sie ganz auf den Lehren der Landmessung beruhen und nur noch einige besondere Hilfsmittel erfordern, keinen Platz darin finden. Es erscheint desshalb angemessen, dem Begriffe der Vermessungskunde diejenige Ausdehnung zu geben, nach welcher er die Land- und Erdmessung nebst der Markscheide- und Wassermesskunst umschliesst und sich als die Lehre von den Hilfsmitteln, der Ausführung und bildlichen Darstellung der Arbeiten zur Bestimmung der gegenseitigen Lage von festen Punkten auf und unter der Erdoberfläche und der Geschwindigkeiten fliessender Gewässer definiren lässt.

Die gegenseitige Lage von Punkten der Erdrinde wird eben so wie die Lage bloss gedachter Punkte durch Linien und Winkel

bestimmt; die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers aber ergiebt sich aus einer Verbindung von Zeit- und Längenmessungen. In der Vermessungskunde hat man es also wie in der reinen Geometrie mit Linien und Winkeln, und ausserdem noch wie in der Mechanik mit Zeiten zu thun. Diese Grössen sind in der Geometrie und Mechanik, weil sie nur gedacht werden, mit der grössten Schärfe gegeben; in der Anwendung aber, wo sie beobachtet werden müssen, fällt diese Schärfe weg, da die Hilfsmittel der Beobachtung, Sinne und Mess-Werkzeuge, selbst bei der grösstmöglichen Vollkommenheit, welche sie von Natur oder durch Kunst besitzen, nie gestatten, irgend eine Grösse ganz und gar fehlerfrei zu messen. Die uns von der Natur gesetzte Grenze der Genauigkeit des Messens ist übrigens so weit hinausgerückt, dass wir innerhalb derselben alle technischen und wissenschaftlichen Bedürfnisse recht wohl befriedigen können; denn es lassen sich Längen bis auf den tausendsten Theil einer Linie und Winkel bis auf halbe Sekunden sicher messen.

§. 3.

Gestalt und Grösse der Erde.

Die Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde gehört zu den schwierigsten Arbeiten der Messkunst und erfordert desshalb die feinsten mechanischen und geistigen Hilfsmittel zur Durchführung. Es kann demnach auch jetzt nur von den Ergebnissen dieser lange fortgesetzten und nunmehr in der Hauptsache abgeschlossenen Arbeiten die Rede seyn und erst später gezeigt werden, auf welchen Wegen man zu ihnen gelangt. Diese Ergebnisse müssen wir aber schon hier kennen, nicht bloss um eine richtige Vorstellung von dem eigentlichen Gegenstande der Vermessungskunde zu erhalten, sondern auch um sie bei den folgenden Betrachtungen über Messinstrumente und Messungen zu benützen.

Nach den Arbeiten von Bessel, welche die genaueste Bestimmung der Gestalt und Grösse der Erde aus eigenen und fremden Messungen zum Ziele hatten, ist es sehr wahrscheinlich, dass die mathematische Figur der Erde, welche als Umdrehungs-Ellipsoid betrachtet wird, nicht regelmässig ist, sondern nur diesem Ellipsoid sehr nahe kommt, zu dem sie sich, nach einem Ausdrucke dieses grossen Gelehrten und Beobachters, wie die Oberfläche eines bewegten Wassers zu der eines ruhigen verhält. Die Abweichungen

von dem Ellipsoid sind aber so gering, dass sie bei den feinsten Erdmessungen unberücksichtigt bleiben können.

Somit sehen wir die Erde als einen Körper an, dessen mathematische Oberfläche entsteht, wenn sich eine Ellipse, deren grosse Halbaxe a = 3 272 077 Toisen und deren kleine Halbaxe b = 3 261 139 Toisen ist, um ihre kleine Axe dreht. Dieses Ellipsoid weicht auch nur wenig von einer Kugel ab, da der Unterschied der beiden Axen bloss den 300sten Theil der grossen Axe beträgt. Das Verhältniss dieses Unterschieds zur grossen Axe nennt man die Abplattung der Erde und wir setzen dieselbe gleich

$$A = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{300} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Berechnet man den Halbmesser einer Kugel, welche dieselbe Oberfläche wie das Erdellipsoid hat, so beträgt dessen Länge 3 266 608 Toisen; und bestimmt man den Halbmesser derjenigen Kugel, welche an Inhalt dem Erdellipsoid gleichkommt, so ist derselbe = 3 266 604 Toisen: zwei Grössen, wovon die eine gar nicht, die andere aber nur um 4 Toisen von dem arithmetischen Mittel der beiden Halbaxen a und b abweicht. Wegen dieser geringen Verschiedenheit kann man für die meisten Arbeiten der Vermessungskunde die Erde als eine Kugel von 3 266 608 Toisen Halbmesser voraussetzen, was wir auch in der Folge häufig thun werden.

§. 4.

Geographische Begriffe.

Zur genauen Bezeichnung von Punkten der Erde denkt man sich auf und in dieser gewisse Linien gezogen, deren Bedeutung und Namen wir hier in Kürze anzuführen veranlasst sind. Die kleine Axe der Ellipse, durch deren Umdrehung das Erdellipsoid entsteht, heisst die Erdaxe. Jede durch diese Axe gelegte Ebene heisst eine Meridianebene, und der Schnitt einer solchen Ebene mit der Erdoberfläche ein Meridian. Jeder Meridian ist der erzeugenden Ellipse des Erdsphäroids gleich. Sieht man die Erde als Kugel an, so ist er ein grösster Kreis. Die Ebene, welche durch den Erdmittelpunkt geht und auf der Umdrehungsaxe senkrecht steht, heisst Aequatorebene, und der grösste Kreis, nach welchem sie die Erdoberfläche schneidet, der Aequator. Jeder Durchschnitt einer dem

Aequator parallelen Ebene mit der Erdoberfläche wird ein Parallelkreis oder kürzer ein Parallel genannt.

Die Lage eines Punktes auf dem Erdsphäroid wird durch zwei Bögen bestimmt, von denen der eine seine geographische Länge und der andere seine geographische Breite heisst. Denkt man sich nämlich durch den zu bestimmenden Punkt eine Meridianebene gelegt, so heisst der Bogen, welcher den Neigungswinkel dieser Meridianebene gegen eine bestimmte als erste angenommene Meridianebene misst, die geographische Länge jenes Punkts, während der Neigungswinkel der Normale des zu bestimmenden Punkts gegen die Aequatorebene seine geographische Breite genannt wird. Die geographischen Breiten werden auf den Meridianen vom Aequator aus gezählt und man unterscheidet nördliche und südliche Breiten, je nachdem sie sich auf die nördliche oder südliche Halbkugel beziehen. Die Längen werden dagegen von den Deutschen und Franzosen von jenem Meridian an gezählt, welcher 20^0 westlich von dem Meridiane der Pariser Sternwarte liegt und an der Insel Ferro vorbeigeht; von den Engländern aber von dem Meridian ihrer Sternwarte zu Greenwich an. Von diesen ersten Meridianen aus zählt man die Längen gegen Ost bis zu 360^0, oder man zählt sie gegen Ost nur bis zu 180^0 und über West auch bis zu 180^0; dann muss man aber östliche und westliche Längen unterscheiden.

Nach diesen Erklärungen ist die am Ende dieses Buchs beigefügte Tafel I. über die Längen verschiedener Grade auf der Erdoberfläche von selbst verständlich. Dieselbe vervollständigt die im vorigen Paragraph enthaltenen Angaben über die Gestalt und Grösse der Erde und leistet bei vielen Rechnungen gute Dienste.

§. 5.

Lothrechte Linien und Ebenen.

Es ist eine bekannte Wirkung der Schwerkraft, dass sie jeden auf der Erde befindlichen Körper nach einer Richtung anzieht, welche auf der Erdoberfläche senkrecht steht. Diese Richtung nennt man lothrecht oder vertikal und stellt sie in Wirklichkeit ganz einfach durch einen Faden dar, welcher an dem einen Ende festgehalten und an dem anderen mit einem schweren Körper belastet wird (Senkel, Loth). Jede durch eine lothrechte Linie gelegte Ebene heisst eine lothrechte oder vertikale Ebene.

Sieht man die Erde als Kugel an, so schneiden sich alle lothrechten Linien und Ebenen in deren Mittelpunkt; betrachtet man sie aber als Umdrehungsellipsoid, so gehen nicht alle Lothe durch die Mitte, sondern nur diejenigen, welche auf dem Aequator oder an den Polen stehen: die übrigen begegnen sich nur dann, wenn sie in einer und derselben Meridianebene liegen oder zu einem und demselben Parallelkreise gehören. Es versteht sich demnach von selbst, dass man bei dieser Annahme nicht durch irgend zwei beliebige lothrechte Linien eine Vertikalebene legen kann, sondern nur durch jene zwei, welche sich schneiden.

Alle Lothe auf einem Erdabschnitte sind gegeneinander geneigt; der Neigungswinkel ist aber in vielen Fällen so klein, dass er der Null gleich geachtet werden kann. Denn nimmt man die Erde als Kugel vom Halbmesser r = 3 266 608 Toisen an, so wird der Mittelpunktswinkel C der Lothe L und L', welche um den grössten Kreisbogen LL' = b von einander abstehen, nach der Proportion:

$$2 r \pi : b = 360^0 : C^0 = 60.60.360 \text{ Sek.} : C \text{ Sek.}$$

ausgedrückt durch die Gleichung:

$$C = 206\,265 \frac{b}{r} \text{ Sekunden}, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

wobei sich von selbst versteht, dass b und r mit einerlei Masseinheit gemessen werden müssen. Hieraus findet man

für b = 6000 Pariser Fuss den Winkel C = 63,14 Sekunden;

es beträgt somit die Neigung zweier Lothe, welche eine Viertelmeile auseinanderstehen, erst eine Minute: man kann demnach in sehr vielen Fällen die lothrechten Linien als parallel ansehen.

§. 6.

Wagrechte Linien und Flächen.

Mit dem Begriffe der lothrechten Linie ist auch jener der wagrechten gegeben; denn jede Richtung, welche auf einem Lothe senkrecht steht, heisst wagrecht oder horizontal. Da die Lothlinien zweier Punkte der Erdoberfläche einen Winkel mit einander bilden, so ist klar, dass eine Gerade, welche auf dem einen Lothe senkrecht ist, es nicht auch zugleich auf dem anderen seyn kann; dass folglich die wagrechte Richtung für jeden Punkt der Erde eine andere ist und strenggenommen nur diejenigen Horizontallinien parallel sind, welche zu einem und demselben Lothe gehören.

Stellt man sich die Erde wieder als eine Kugel vor und denkt sich durch irgend einen Punkt L der Oberfläche und den Mittelpunkt C eine Ebene gelegt, welche nach §. 5 lothrecht ist, so schneidet diese Ebene die Kugelfläche nach einem grössten Kreise, welcher auf allen in ihm liegenden lothrechten Linien, da sie Halbmesser sind, senkrecht steht. Dieser Kreis heisst die wahre Horizontallinie des Punktes L, und eine Berührende an den Kreis in diesem Punkte dessen scheinbare Horizontallinie. Da nun durch die Punkte L und C unendlich viele lothrechte Ebenen gelegt werden können, so gibt es auch unendlich viele wahre und scheinbare Horizontallinien eines Punktes (L). Denkt man sich aber alle wahren Horizontallinien zu einer krummen, und alle scheinbaren Horizontallinien zu einer ebenen Fläche vereinigt, so heisst die erstere, welche eine der Erdgestalt concentrische Kugelfläche ist, der wahre Horizont, und letztere, welche den wahren Horizont berührt, der scheinbare Horizont des Punktes L.

Die scheinbaren horizontalen Linien oder Ebenen zweier Punkte L und L′, welche um den Erdbogen b von einander abstehen, schneiden sich, wie man leicht einsieht, unter einem Winkel C, der sich aus der Gleichung (2) ergibt. Es dürfen somit die Horizontalebenen nahe gelegener Punkte in den meisten Fällen als parallel angenommen werden, und wenn es z. B. auf einen Neigungswinkel von 4 Minuten nicht ankäme, sogar noch die Horizontalebenen zweier Punkte, die eine geographische Meile von einander entfernt sind.

Betrachtet man die Erdoberfläche als Ellipsoid, so stellt zwar die Berührungsebene in irgend einem Punkte L dessen scheinbaren Horizont vor, aber der wahre Horizont ist jetzt keine Kugelfläche und die wahre Horizontallinie kein grösster Kreis mehr. Jener wird unter dieser Annahme ein Umdrehungsellipsoid, dessen Axen mit denen der Erde zusammenfallen, und diese eine Curve von doppelter Krümmung, welche die geodätische Linie heisst. Unter anderen Eigenschaften besitzt diese Curve die, dass sie die kürzeste Linie ist, welche man auf dem Erdellipsoid von einem Punkte zu einem anderen ziehen kann. In der höheren Analysis und bei genauen Bestimmungen der Erdgestalt wird das Wesen der geodätischen Linie näher erörtert.

§. 7.
Karte und Plan.

Da es die Vermessungskunde auch mit dem Abbilden der Erdoberfläche zu thun hat, so erscheint es nicht überflüssig, schon in der Einleitung zu bestimmen, in welchen Fällen dergleichen Abbildungen Karten oder Pläne zu nennen sind.

Denkt man sich an irgend einen Punkt des Erdellipsoids eine Berührungsebene gelegt, so wird dieselbe auf eine kleine Strecke um diesen Punkt herum mit der mathematischen Erdoberfläche zusammenfallen. Denkt man sich weiter auf diese Ebene alle bemerkenswerthen Punkte des Erdbodens durch lothrechte (hier als parallel zu betrachtende) Linien projicirt und die Fusspunkte dieser Linien unter sich durch gerade Linien verbunden, so gibt diese Verbindung einen natürlichen Grundriss der Gegend. Verjüngt man diesen Riss auf einer Ebene so, dass alle Seitenverhältnisse und alle Winkel sich gleich bleiben, so heisst diese dem natürlichen Grundrisse geometrisch ähnliche Abbildung ein Grund- oder Situationsplan der Gegend.

Schneidet man die vorhin gelegte Berührungsebene durch eine lothrechte Ebene oder Cylinderfläche und denkt sich darin den Schnitt derselben mit der Erdoberfläche dargestellt, so ist dieser Schnitt der natürliche Aufriss der Gegend nach der Spur der lothrechten Schnittfläche. Wickelt man diese Fläche, falls sie nicht eben ist, in eine Ebene ab und zeichnet die in ihr enthaltene gebrochene Durchschnittslinie im verjüngten Massstabe auf eine ebene Fläche, so heisst das Bild, welches so entsteht, ein Aufriss, oder ein Nivellementsplan, oder auch ein Profil nach der Richtung der schneidenden Vertikalebene oder Cylinderfläche.

Hat die aufzunehmende Erdstrecke eine grosse Ausdehnung, so kann man die in der Mitte derselben an das Erdellipsoid gelegte Berührungsebene nicht mehr für die ganze Strecke als horizontal ansehen und muss sich desshalb jetzt alle hervorragenden Punkte des Erdbodens mittels lothrechter Linien auf das Erdellipsoid selbst projicirt und die Fusspunkte der Lothe durch geodätische Linien verbunden denken. Die so erhaltene natürliche Projection kann man aber auf einer Ebene nicht geometrischtreu abbilden, weil sich eine kugelförmige Fläche nicht abwickeln lässt. Ein richtiges Bild ist nur auf einer Kugel (einem Globus) möglich. Dergleichen Abbildungen

werden jedoch theils der Bequemlichkeit, theils der Kosten halber nur in sehr kleinem Massstabe [1] ausgeführt und sind folglich für die genauere Darstellung eines Landes nicht zu gebrauchen. Man war desshalb auf Hilfsmittel bedacht, durch welche mit verhältnissmässig geringer Aufopferung von Genauigkeit grössere Theile der Erdoberfläche, ja selbst Hälften derselben auf Ebenen abgebildet werden können. Diese Hilfsmittel sind Systeme von Linien, welche die Meridiane und Parallelkreise des abzubildenden Erdtheils vorstellen, und in welche alle bemerkenswerthen Punkte nach ihren geographischen Längen und Breiten eingezeichnet werden. Die Abbildung eines Landes nun, welche sich auf ein solches Liniennetz gründet, nennen wir eine Karte desselben, eine Landkarte.

§. 8.

Eintheilung.

Man pflegt die Vermessungskunde in eine niedere und höhere einzutheilen und zu jener das Aufnehmen solcher Landstrecken, bei welchen die Erdkrümmung nicht in Betracht kommt, zu dieser aber die grösseren Landesvermessungen und die Gradmessungen, welche die Ermittelung der Erdgestalt bezwecken, zu rechnen. Mit andern Worten: man rechnet zur niederen Messkunst das Aufnehmen der Pläne und zur höheren die Herstellung der Karten.

Diese Eintheilung ist zunächst einseitig, in so ferne sie nur auf einen Theil der Vermessungskunde, die Geodäsie, Rücksicht nimmt, und die übrigen Theile bald da bald dorthin weist. Sie ist aber auch überflüssig. Denn da sie eigentlich doch nichts anderes als eine Trennung der einfacheren Messungen und Rechnungen von den schwierigeren bewirken will, so lässt sich dieser Zweck auch dadurch erreichen, dass man, von einer natürlichen Eintheilung ausgehend und in jeder Abtheilung vom Einfachen zum Zusammengesetzten fortschreitend, nur so viel in seine Betrachtungen und Entwickelungen aufnimmt, als zur Erreichung eines vorgesteckten Zieles erforderlich ist. Wir unterscheiden daher nur folgende Hauptabtheilungen der Vermessungskunde:

I. die Lehre von den Hilfsmitteln der Messungen oder die Theorie der Messinstrumente;

[1] Ein nur im Massstabe von 1 : 4 000 000 ausgeführter Globus hat schon 10 Fuss Durchmesser.

II. die Lehre von der Anwendung der Messinstrumente oder die Theorie der Messungen;

III. die Lehre von der bildlichen Darstellung des Gemessenen oder die Theorie der Plan- und Kartenzeichnung.

Jeder dieser drei Hauptabschnitte wird in den vorliegenden Elementen der Vermessungskunde so weit abgehandelt, als nöthig ist, um darnach alle Messungen für technische und staatswirthschaftliche Zwecke mit Sicherheit und Zuverlässigkeit ausführen und das Studium der grösseren Werke über Landes- und Gradmessungen mit Nutzen betreiben zu können.

2. Von den bei Vermessungen gebräuchlichen Massen.

§. 9.

Masse im Allgemeinen.

Alle Messungen setzen ein Mass voraus und jedes Messinstrument steht mit einem solchen in Verbindung. Es ist daher schon hier der Ort, Einiges über die in der Vermessungskunst üblichen Masseinheiten und ihre Abtheilungen und Zusammensetzungen anzuführen.

So lange sich, wie bei den meisten Vermessungen, die Lage der zu messenden Gegenstände gegen den Beobachter nicht ändert, hat es der praktische Geometer nur mit Längen-, Winkel-, Flächen- und Körpermassen zu thun. Tritt aber während der Beobachtung eine Aenderung in der Lage des zu messenden Gegenstandes ein, wie z. B. bei Geschwindigkeitsmessungen fliessender Gewässer, dann kommt auch noch das Zeitmass in Anwendung. Dieses ausgenommen, lassen sich alle übrigen Masse auf das Längenmass zurückführen, wesshalb dessen genaue Bestimmung von der grössten Wichtigkeit ist.

In Bezug auf das Resultat einer Grössenbestimmung ist es gleichgültig, welches Mass ihr zu Grunde liegt, da sich mit jeder gleichartigen Masseinheit, wenn sie recht angewendet wird, eine richtige Vorstellung von der Ausdehnung der gemessenen Grösse erlangen lässt. Anders aber verhält es sich, wenn man darnach fragt, wie verschiedene Masseinheiten den Bedürfnissen des gesellschaftlichen Verkehrs entsprechen. Diese Frage wird allgemein dahin beantwortet, dass es besser wäre, wenn alle Völker sich nur eines und desselben Masses bedienten, weil dann keine Zeit mit

Massverwandlungen verloren ginge und eine Menge von Irrungen nicht vorkäme.

Wirft man einen flüchtigen Blick auf das Entstehen der Masse, so wundert man sich vielleicht weniger mehr über deren Mannichfaltigkeit und Verschiedenheit. Für Längen hat man ursprünglich die Grösse gewisser menschlicher Körpertheile als Masseinheiten genommen; so z. B. die Länge der Füsse (Fuss, Schuh), den Abstand derselben beim Gehen (Schritt), die Breite des Daumens (Zoll), die Höhe der Faust (Palm), die äussersten Endpunkte der ausgespannten Hand (Spanne), die Länge eines Arms (Elle), die Länge der beiden seitwärts gestreckten Arme (Klafter), u. s. w. Eben so wurden die Flächenmasse, wo sie sich nicht auf die vorausgehenden Längeneinheiten stützten, von ganz zufälligen Dingen entlehnt; so z. B. die Feldmasse von der Arbeitsleistung der Menschen oder Thiere in einer bestimmten Zeit, oder von der Menge Aussaat an Getreide u. dgl. mehr, wie schon die Namen der Flächeneinheiten des genannten Masses: Morgen, Tagwerk, Mannsmahd, Joch, Scheffel etc. andeuten.

Nicht weniger willkürlich als mit der Festsetzung der Masseinheit verfuhr man mit der Zusammensetzung derselben zu grösseren Einheiten, oder mit ihren Unterabtheilungen. Hier bildeten 12, dort 15, dort 16 Fuss eine Ruthe; hier 6, dort 7 und anderswo 8 Fuss eine Lachter. Bei den Unterabtheilungen huldigte man bald dem System des fortgesetzten Halbirens, wodurch man Halbe, Viertel, Achtel, Sechszehntel erhielt; bald zerfällte man die Einheit nach dem Duodecimalsysteme in Halbe, Drittel, Viertel, Sechstel, Zwölftel. Von dem Wirrwarr, der dadurch entstand, kann man einen Begriff bekommen, wenn man ältere und namentlich deutsche Masstabellen durchsieht.

Um diesem Gewirre zu entrinnen, ging schon seit dem 17. Jahrhundert das Bestreben mehrerer Gelehrten und einiger Staatsregierungen dahin, eine von individuellen Zufälligkeiten unabhängige Masseinheit, ein sogenanntes Naturmass aufzufinden, das, wenn es verloren ginge, jederzeit wieder bestimmt werden könnte, in soferne sich nur seine Definition durch Ueberlieferung erhielte. Zu dem Ende wurden verschiedene Längen in Vorschlag gebracht: zu Ende des 17. Jahrhunderts von Huyghens die Länge des einfachen Sekundenpendels; in der Mitte des 18. Jahrhunderts von A. Böhm

der Fallraum eines Körpers während der ersten Sekunde; endlich zu Ende des 18. Jahrhunderts von einer aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet bestehenden Commission der Pariser Akademie der Wissenschaften die Länge des zehnmillionsten Theils eines Erdquadranten oder des elliptischen Meridianbogens vom Aequator bis zum Pole.

Zur Ausführung eines dieser drei Vorschläge war für Frankreich in dem letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts ein günstiger Zeitpunkt eingetreten und es wurde derselbe auch von der damaligen Nationalversammlung benützt, indem sie sich im Jahre 1790 für die Pendellänge als Masseinheit erklärte. Nachdem man aber in der Veränderlichkeit dieser Länge mit der Lage des Ortes, an welchem sie bestimmt wird, und in dem Umstande, dass die Längeneinheit von einer ihr ungleichartigen Masseinheit, jener der Zeit, abhängig gemacht würde, Schwierigkeiten fand, die sich nicht beseitigen liessen, nahm dieselbe Versammlung drei Jahre später den Vorschlag der obengenannten Commission an, damit man, wie sie sich ausdrückte, ein unveränderliches Mass erhalte, bei dessen Bestimmung nichts zu Grunde liege, was willkürlich oder den Verhältnissen irgend eines Volks besonders angepasst sey.

Die Genauigkeit dieses Masses hing von der Schärfe ab, mit welcher die Länge des Erdquadranten bestimmt wurde, und da man von diesem doch nur einige Grade unmittelbar messen konnte, seine ganze Länge also berechnen musste, von der richtigen Bestimmung der Abplattung der Erde. Diese war damals aus den französischen Gradmessungen in Peru und Lappland = 1 : 304 abgeleitet worden. Man traute aber diesen Messungen nicht ganz und liess desshalb durch Mechain und Delambre eine neue Messung vornehmen. Es wurde dazu der Meridian der Pariser Sternwarte gewählt und von diesem zwischen Dünkirchen und Barcellona ein Bogen von 9,6738 Graden gemessen, welcher eine Länge von 551 584,72 Toisen (und zwar der Toise, welche der Peruanischen Gradmessung zu Grunde lag) ergab. Nach diesem Ergebniss wurde die Abplattung auf 1 : 334 vermindert und die Länge des Meridianquadranten auf 5 130 740,74 Toisen berechnet. Der zehnmillionste Theil dieser Länge = 0,513074 der Toise von Peru = 443,296 Pariser Linien ist seit jener Seit die französische Masseinheit und heisst Meter (fr. mètre von μέτρον, Mass). Die Regierung liess

einen parallelepipedischen Platinastab von etwa 1 Zoll Breite und 2 Linien Dicke anfertigen, dessen Endflächen bei der Temperatur des schmelzenden Eises genau um 1 Meter von einander abstehen.

Ein eigentliches Naturmass ist der Meter so wenig als die Toise von Peru oder irgend ein anderes genau bestimmtes Längenmass. Denn abgesehen davon, dass nach neueren Messungen und Rechnungen von Bessel die Meridiane der Erde wahrscheinlich ungleich lang sind und folglich aus einigen gemessenen Graden nicht mit Sicherheit berechnet werden können, hat derselbe Geometer und Astronom aus den der Bestimmung des Meters zu Grunde liegenden französischen und mehreren anderen Gradmessungen, welche er einer neuen strengen Prüfung unterwarf, gefunden, dass der elliptische Meridianquadrant nicht 10 000 000, sondern 10 000 859 Meter lang ist, und dass folglich der jetzige Meter seiner Definition nicht ganz entspricht, indem er statt des zehnmillionsten den 10 000 859sten Theil des Meridianbogens vom Aequator bis zum Pole beträgt. Dieser Bruchtheil ist aber durch Ueberlieferung fast eben so schwer zu erhalten als jener, welcher z. B. das Verhältniss des preussischen Fusses zur Länge des Quadranten angibt, nämlich 1 : 31 864 735.

Wenn nun auch die Idee, welche der Einführung des Meters zu Grunde lag, in Beziehung auf die Masseinheit selbst nicht ganz verwirklicht werden konnte, so wurde sie doch hinsichtlich der Unterabtheilungen und Zusammensetzungen der Einheit zu grösseren Einheiten mit einer Folgerichtigkeit durchgeführt, welche allgemein anerkannt und nachgeahmt zu werden verdient. Seinem strengen inneren Zusammenhange hat es das französische Masssystem zu verdanken, dass es als das vorzüglichste anerkannt und für wissenschaftliche Bestimmungen fast überall angenommen ist.

§. 10.

Französische Masse.

Nach dem französischen Masssystem wird der Meter zehntheilig zerlegt und zusammengesetzt; die Unterabtheilungen werden durch lateinische, die Zusammensetzungen durch griechische Vorsylben bezeichnet. Demnach heisst der zehnte Theil eines Meters Decimeter, der hundertste Theil Centimeter, der tausendste Theil Millimeter, der zehntausendste Theil Decimillimeter u. s. w. Zehn Meter geben

einen Dekameter, hundert einen Hektometer, tausend einen Kilometer, zehntausend einen Myriameter u. s. w.

Als Zeichen des Meters gilt der Buchstabe m, welcher der zugehörigen Zahl in Form eines Exponenten beigefügt wird; z. B. 18 Meter = 18^{m}. Die Unterabtheilungen werden entweder durch Decimalbrüche oder durch Zusammenstellung der Anfangsbuchstaben ihrer Vorsylben mit dem Buchstaben m angedeutet, so dass z. B. 1 Decimeter durch $0^{m},1$ oder 1^{dm}, 1 Centimeter durch $0^{m},01$ oder 1^{cm}, 1 Millimeter durch $0^{m},001$ oder 1^{mm} bezeichnet werden kann. Für die Vielfachen des Meters bedarf man begreiflicherweise keiner besonderen Zeichen.

Die Quadrate der Längenmasse geben die Flächenmasse. Als Zeichen derselben dient ein dem m beigefügtes q (von quarré Quadrat), und es bedeutet demnach z. B. 5^{mq} fünf Quadratmeter. Die Flächeneinheit der Feldmasse heisst Are (von arare pflügen) und ist einem Quadratdekameter oder hundert Quadratmetern gleich. Die auf einander folgenden Unterabtheilungen heissen: Deciare, Centiare, Milliare, und die Zusammensetzungen: Dekare, Hektare, Kiliare.

Als Körpermasse gelten die Würfel der Längenmasse. Ihr Zeichen ist ein dem m beigesetztes c (von cube Würfel), so das 5^{mc} fünf Kubikmeter bedeutet. Für Brennholz hat der Kubikmeter den besonderen Namen Stère (von *στερεὸς* fest); und für Flüssigkeiten bildet der Kubikdecimeter die Einheit, welche Liter (litre) heisst. Dieser Name ist von *λίτρα*, das ein bestimmtes griechiches Gewicht von ungefähr einem Pfunde bezeichnet, genommen und passt für ein Hohlmass in so ferne, als das Gewicht eines Liter reinen Wassers im Zustand seiner grössten Dichtigkeit bei $+ 4^{0}$ C die am häufigsten gebrauchte Gewichtseinheit, das Kilogramm, welches 2 deutschen Zollpfunden gleich ist, bestimmt. Die eigentliche Gewichtseinheit in Frankreich heisst Gramm und ist gleich dem Gewichte eines Cubikcentimeters Wasser von der vorhin angegebenen Beschaffenheit; 1000 Gramme geben 1 Kilogramm. Näheres über die Gewichte gehört nicht hierher.

§. 11

Deutsche Masse.

In Deutschland wurden in neuerer Zeit die Längenmasse der meisten Staaten nach dem Pariser Fuss, wovon 6 eine Toise geben,

oder nach dem Meter gesetzlich geordnet; gleichwohl aber herrscht noch keine Uebereinstimmung weder in den Einheiten noch in den Unterabtheilungen und Zusammensetzungen derselben. Wir finden uns daher veranlasst, hier die gebräuchlichsten Längen- und Feldmasse der grösseren Staaten zusammenzustellen, wobei wir so weit als möglich einheimischen Schriftstellern folgen.

Oesterreich. Die Klafter bildet die Einheit des Längenmasses. Ihre Länge beträgt 1,8966657 Meter oder 840,7843 Pariser Linien. Der sechste Theil der Klafter heisst Fuss. Derselbe wird für den gewöhnlichen Verkehr nach dem Duodecimalsystem in Zolle, Linien und Punkte abgetheilt, so dass $1' = 12'' = 144''' = 1728''''$. Für Feldmessungen ist das Decimalsystem eingeführt, nach welchem 1 Klafter = 10 Feldschuhen = 100 Feldzollen = 1000 Feldlinien. Beim Bergwesen heisst die Einheit des Längenmasses Lachter, ist aber der Klafter genau gleich und wird wie diese zwölf- und zehntheilig zerlegt. Zu Markscheidungen dient die Decimaleintheilung. Eine Meile ist = 4000 Klafter = 24 000 Fuss. Für den gewöhnlichen Verkehr bildet die Quadratklafter von 36 Quadratfuss die Flächeneinheit; für Feldmessungen aber das Joch, welches 1600 Quadratklafter oder 57 600 Quadratfuss umfasst, und die zehntheilig zerlegte Quadratklafter.

Preussen. Die Längeneinheit ist der preussische oder rheinländische Fuss, welcher = 0,3139 Meter = 139,13 Pariser Linien ist. Für den gewöhnlichen Verkehr bilden 12 Fuss eine Ruthe und wird der Fuss nach dem Duodecimalsystem abgetheilt. Für Vermessungen bedient man sich aber des Decimalsystems, nach welchem eine Ruthe in Zehntel-, Hundertel- und Tausendstelruthen abgetheilt wird. Der Seefaden enthält 6 preuss. Fuss, die Berglachter 80 preuss. Zoll, die Meile 2000 preuss. Ruthen. Die Lachter wird in 8 Achtel zu 10 Lachterzollen und jeder Zoll in 10 Primen zu 10 Sekunden eingetheilt. Als Flächeneinheit für den gewöhnlichen Verkehr dient der Quadratfuss zu 144 Quadratzoll à 144 Quadratlinien; für Feldmessungen aber der Morgen von 180 Quadratruthen, jede zu 144 Quadratfuss, oder die Quadratruthe und deren Unterabtheilungen nach Zehnteln.

Bayern. Der Fuss = 0,29186 Meter = 129,38 Pariser Linien bildet die Längeneinheit. Für den bürgerlichen Verkehr ist die zwölftheilige, für Vermessungen aber die zehntheilige Zerlegung im

Gebrauche. Jene gibt das Werkmass, diese das Feldmass. Demnach ist 1 Werkruthe = 12 Fuss = 144 Werkzoll = 1728 Werklinien und 1 Feldruthe = 10 Fuss = 100 Decimalzoll = 1000 Decimallinien. Eine bayerische Meile (= 2 Poststunden = 25406 Fuss bayr.) ist um 15,6 bayr. Fuss kleiner als 1 geographische Meile, wovon 15 auf 1 Aequatorgrad gehen. Der Quadratfuss bildet die Einheit des Flächenmasses für den gewöhnlichen Verkehr, und das Tagwerk zu 40 000 Quadratfuss für Feldmessungen. Den 100sten Theil eines Tagwerks von 400 Quadratfuss Inhalt nennt man eine Decimale, und es werden alle kleineren Feldflächen in Zehntel- und Hundertel-Decimalen ausgedrückt.

Hannover. Die Längeneinheit ist der Fuss = 0,2920947 Meter = 129,4844 Pariser Linien. Er wird zwölftheilig in Zoll und Linien, die aus 16 Fuss bestehende Ruthe aber für Feldmessarbeiten in Zehntel-, Hundertel- und Tausendel-Ruthen eingetheilt. Beim Nivelliren müssen die Höhenunterschiede in Fussen und D. D. Zollen ausgedrückt werden. Die im Bergbau übliche Lachter ist = 78,082 hann. D. D. Zoll und wird in 8 Achtel, jedes zu 10 Zoll à 10 Linien getheilt. Die Meile ist = 1587,5 Ruthen = 7419,206 Meter und es gehen 14,976 auf 1 Grad des Aequators. Das Flächenmass besteht aus den Quadraten des Längenmasses; der Morgen hat 120 Quadratruthen à 256 Quadratfuss oder 2621 Quadratmeter.

Sachsen. Der Vermessung der Staatsgüter und dem neuen Steuersystem liegt der sächsische Fuss von 0,28319 Meter oder 125,537 Pariser Linien Länge zu Grunde, und es wird derselbe sowohl zwölf- als zehntheilig zerlegt. Die am häufigsten gebrauchte Längeneinheit ist aber die sächsische Elle, welche 2 sächsische Fuss umfasst und wovon 13100 gerade 1 geographische Meile geben. Die beim Feldmessen gebräuchliche Feldruthe ist = 7 Ellen 14 Zoll = 182 Zoll = 13,215 Pariser Fuss und wird in 10 Decimalfuss zu 10 Zoll à 10 Linien abgetheilt; die beim Strassenbau übliche Landruthe hat aber 8 Ellen = 192 Zoll = 13,9486 Pariser Fuss. Die sächsische Meile umfasst 2000 Landruthen oder 32 000 sächsische Fuss. Die Lachter enthält gerade 2 Meter und wird entweder zehntheilig zerlegt oder auch in 7 Lachterfusse eingetheilt; 2 solche Fuss bilden 1 Bergelle, welche bei allen Bergbauten als Einheit genommen wird. Die Quadrate der Längen dienen als Flächenmasse; für Felder aber kommt noch der Acker mit 300 geom.

Quadratruthen oder 5534,2325 Quadratmeter und der Morgen, welcher = $^1/_2$ Acker ist, hinzu.

Württemberg. Der Fuss bildet die Längeneinheit und ist = 0,28649 Meter = 127 Pariser Linien. Er wird in 10 Zolle zu 10 Linien abgetheilt und zehnfach zu 1 Ruthe zusammengesetzt. Eine Meile ist = 2600 Ruthen = 26 000 Fuss. Die Quadrate der Längen geben die Flächenmasse: 1 Quadratfuss ist = 0,0820767 Quadratmeter, 1 Quadratruthe = 100 Quadratfuss, 1 Morgen, die Einheit der Feldflächen, = 384 Quadratruthen = 38400 Quadratfuss. Der Morgen wird in 4 Viertel abgetheilt. Die württembergischen Masse gelten auch in Hohenzollern-Sigmaringen.

Baden. Der badische Fuss ist = 3 Decimeter ($0^m,3$) = 132,9888 Pariser Linien. Er wird nach dem Decimalsysteme in Zolle, Linien und Punkte eingetheilt; 10 Fuss bilden 1 Ruthe, welche auch im Bergbaue statt der Lachter gebraucht wird; 29 629,63 Fuss geben 1 Meile von 2 Wegstunden, deren 25 auf einen Grad des Aequators gehen. Die Quadrate der Längenmasse sind die Flächenmasse: 1 Quadratruthe von 100 Quadratfuss ist = 9 Quadratmeter; 400 solcher Ruthen bilden 1 Morgen, der wie in Württemberg in 4 Viertel getheilt wird.

Hessen-Darmstadt. Die Längeneinheit ist der Zoll, welcher 25 Millimeter oder 11,0824 Pariser Linien misst. Er wird zehntheilig abgetheilt und zusammengesetzt: 10 Zoll bilden 1 Fuss, 10 Fuss 1 Klafter und 3000 Klafter 1 Meile. Die Quadratklafter zu 100 Quadratfuss bildet die Einheit des Flächenmasses für alle Räume mit Ausnahme der Grundstücke, für welche der Morgen zu 400 Quadratklaftern oder 2500 Quadratmetern, der in 4 Viertel getheilt wird, die Einheit ist.

Hessen-Kassel. Der jetzige kurhessische Fuss ist = 0,287699 Meter = 127,536 Pariser Linien = 11 rheinl. Zollen und wird nach dem Duodecimalsystem eingetheilt. Der alte Casseler oder Katasterfuss, welcher noch bei Feldmessungen im Gebrauche ist, enthält 0,2849 Meter oder 126,3 Pariser Linien. Eine (Kataster-) Ruthe ist = 14 alte Casseler Fuss = 3,98876 Meter. Diese Ruthe wird in 10 Decimalfuss zu 10 Decimalzollen à 10 Decimallinien eingetheilt. Die Quadratruthe hält 196 alte Quadratfuss und 150 solche Ruthen geben 1 Acker, die Einheit der Feldflächen.

Braunschweig. Der Fuss hat 12 Zoll zu 12 Linien und

ist = 0,285362 Meter = 126,5 Pariser Linien; 2 Fuss geben 1 Elle und 16 Fuss oder 8 Ellen 1 Ruthe, welche beim Feldmessen in Zehntel- und Hundertelruthen abgetheilt wird; 1625 solcher Ruthen oder 26 000 Fuss bilden 1 Meile. Die Lachter enthält 968½ braunschw. oder 850,8 Pariser Linien und wird in 8 Spann zu 10 Lachterzoll à 10 Primen eingetheilt. Der Morgen hat 120 Quadratruthen à 256 Quadratfuss.

Nassau. Für Feldmessungen gilt ein in 10 Zolle getheilter Fuss, welcher = 0,5 Meter = 221,648 Pariser Linien ist; die zugehörige Ruthe hat 5 Meter oder 10 Fuss, die Quadratruthe folglich 100 Quadratfuss oder 25 Quadratmeter; 100 solcher Quadratruthen oder 25 franz. Aren bilden 1 Morgen. Für Vermessungen im Landesbauwesen bedient man sich eines Fusses, welcher wie der badische 3 Decimeter oder 132,988 Pariser Linien lang ist und zehntheilig eingetheilt wird.

§. 12.

Schweizerische Masse.

Die Längeneinheit ist der Fuss, welcher wie in Baden 0,3 Meter oder 132,9888 Pariser Linien enthält und in 10 Zoll zu 10 Linien à 10 Strichen eingetheilt wird; 2 Fuss geben 1 Elle, 4 Fuss 1 Stab, 6 Fuss 1 Klafter, 10 Fuss 1 Ruthe. Letztere, gerade 3 Meter lang, ist der waadtländischen Toise gleich. Die Wegstunde hat 16000 Fuss oder 4800 Meter. Bisher war theils die Züricher Wegstunde zu 4520,7 Meter, theils die Berner von 5278,6 Meter Länge im Gebrauch. Die Quadrate der Längenmasse geben die Einheiten der Flächenmasse. Bei technischen Messungen wird den Längen die Klafter und den Flächen die Quadratklafter zu 36 Quadratfuss zu Grunde gelegt. Die Quadratruthe = 100 Quadratfuss = 9 Quadratmeter dient als Feldmass für kleinere Flächen; grössere werden nach Juchart zu 40 000 Quadratfuss = 400 Quadratruthen = 36 franz. Aren ausgedrückt.

§. 13.

Englische Masse.

Die Längeneinheit des englischen Masses, der Yard, soll bereits im Jahre 1101 durch König Heinrich I., welcher die Länge seines Arms dafür gelten liess, eingeführt worden seyn. Nachdem seit jener

Zeit gegen 200 Gesetze über Massbestimmungen erschienen waren, wurde schliesslich durch die Parlamentsacte vom 17. Juni 1824 der von dem Mechaniker Bird verfertigte und mit „Standard Yard 1760“ bezeichnete Massstab als derjenige erklärt, welcher bei 62° F durch den Abstand zweier auf goldenen Stiften befindlicher Punkte das englische Normalmass darstellt. Dieser Massstab verbrannte im Jahre 1829 mit dem Parlamentsgebäude und ist seitdem durch einen neuen ersetzt worden, welcher sich ebenfalls auf das angeführte Gesetz gründet.

Der englische Yard hat eine Länge von 0,9143835 Meter oder 405,3425 Pariser Linien. Sein dritter Theil, die Länge von 0,3047945 Meter oder 135,114 Pariser Linien, heisst Fuss und wird in 12 Zolle, der Zoll in 12 Linien, die Linie in 12 Punkte getheilt; 16½ Fuss oder 5½ Yard bilden 1 Ruthe (rod oder pole); 66 Fuss = 22 Yard = 4 Ruthen geben 1 Kette (chain); 5280 Fuss = 1760 Yards = 320 Ruthen = 8 Furlongs sind = 1 Meile (mile). Die Kette ist die Längeneinheit der Feldmasse und wird für diese Messungen in 100 Glieder (links) eingetheilt, wovon demnach jedes 0,66 Fuss misst. Die Flächeneinheit dieser Masse ist der Acker (acre), welcher = 10 Quadratketten = 160 Quadratruthen = 4840 Quadratyards = 43560 Quadratfuss ist.

§. 14.

Winkelmasse.

Für die Winkelmasse bildet glücklicherweise in allen Ländern der rechte Winkel die Einheit. Er wird aber nicht überall gleich eingetheilt, indem theilweise das Decimalsystem, nach welchem der rechte Winkel in 100 Grade, jeder Grad in 100 Minuten und jede Minute in 100 Sekunden getheilt wird, weit mehr aber noch das Sexagesimalsystem, wornach der rechte Winkel aus 90 Graden, jeder Grad aus 60 Minuten, jede Minute aus 60 Sekunden besteht, in Uebung ist. Selbst in Frankreich konnte die Decimaltheilung nicht ganz durchdringen, weil die Astronomen sie nicht annahmen, indem die häufigen Vergleichungen älterer und neuerer Beobachtungen zu bedeutende Reductionen veranlassen würden.

Die Centesimaltheilung der Winkel gewährt in der Schreibweise und bei Rechnungen dieselben Vortheile wie das Decimalsystem bei Längen-, Flächen- und Körpermassen. Ein Winkel von 74 Graden,

37 Minuten und 25 Sekunden der Centesimaltheilung wird ganz einfach $74^0,3725$ geschrieben. Zur Verwandlung der Centesimal- und Sexagesimalgrade in einander dienen die Gleichungen: 90^0 S = 100^0 C, oder 9^0 S = 10^0 C, oder endlich 1^0 C = $0^0,9$ S. Obige $74^0,3725$ C sind somit = $0,9 \times 74^0,3725 = 66^0,935$ S = $66^0 56' 7''$ nach der Sexagesimaltheilung.

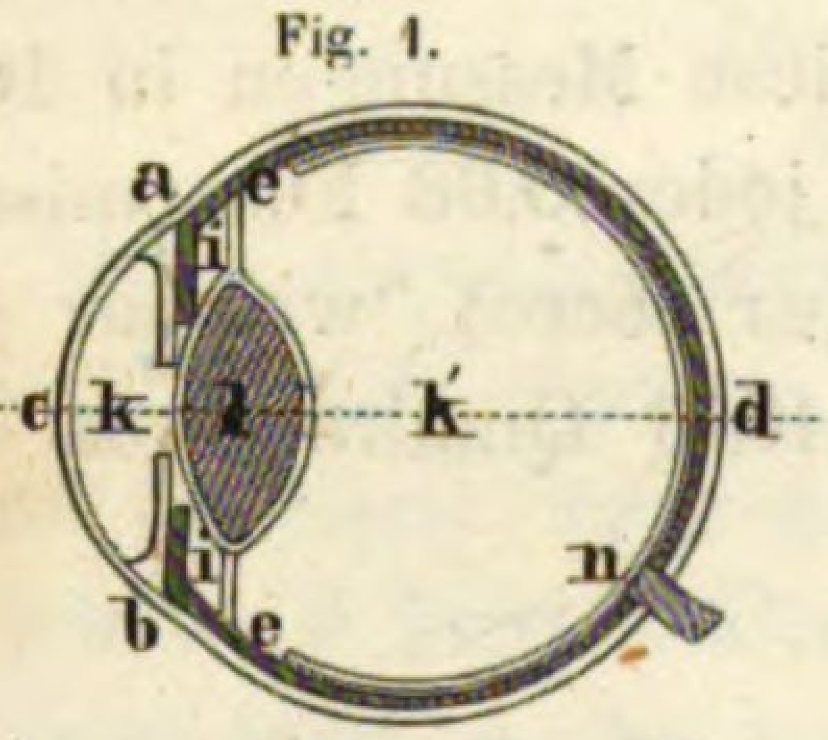
3. Vom Sehen mit dem freien Auge.

§. 15.

Bau des Auges.

Ohne richtige Vorstellung von dem Baue des menschlichen Auges und dem Hergange des Sehens ist die Einrichtung und Wirkungsweise mehrerer Messinstrumente nicht vollständig zu beurtheilen, wesshalb hierüber an dieser Stelle Einiges mitgetheilt wird.

Fig. 1.



Der Haupttheil des Auges ist der Augapfel, von dem Fig. 1 einen Durchschnitt vorstellen soll. Derselbe liegt in einer Höhle des Kopfknochens auf einer weichen elastischen Fettmasse und kann durch Muskeln, welche ihn an die Höhle binden, innerhalb gewisser Grenzen nach allen Richtungen hin bewegt werden. Man kann sich ihn aus zwei Kugelabschnitten (a b c, a b d) von ungleichen Halbmessern, die sich an ihrer Grundfläche (a b) berühren, zusammengesetzt denken. Der grössere Abschnitt ist von einer weissen undurchsichtigen Haut a d b (tunica sclerotica) und der kleinere von einer hellen durchsichtigen Haut a c b (tunica cornea), welche mit jener auf's Innigste verbunden ist, eingeschlossen. An die innere Seite der harten Haut a d b schliesst sich zunächst eine nur aus Zellgewebe und Adern bestehende, von einem schwarzbraunen zähen Stoffe durchdrungene zarte Hülle, die Aderhaut (tunica choroidea) an, und darüber breitet sich ein feines netzartiges Nervengeflechte, die Netzhaut (tunica nervea s. retina), aus, welche als ein Ausläufer des bei n in das Auge gelangenden und aus dem Gehirne kommenden Sehnervs betrachtet werden kann. Die beiden den Augapfel bildenden Abschnitte werden durch eine aus Adern, Nerven und Muskelfasern bestehende Haut a b, die Iris, getrennt. Dieselbe erscheint als eine

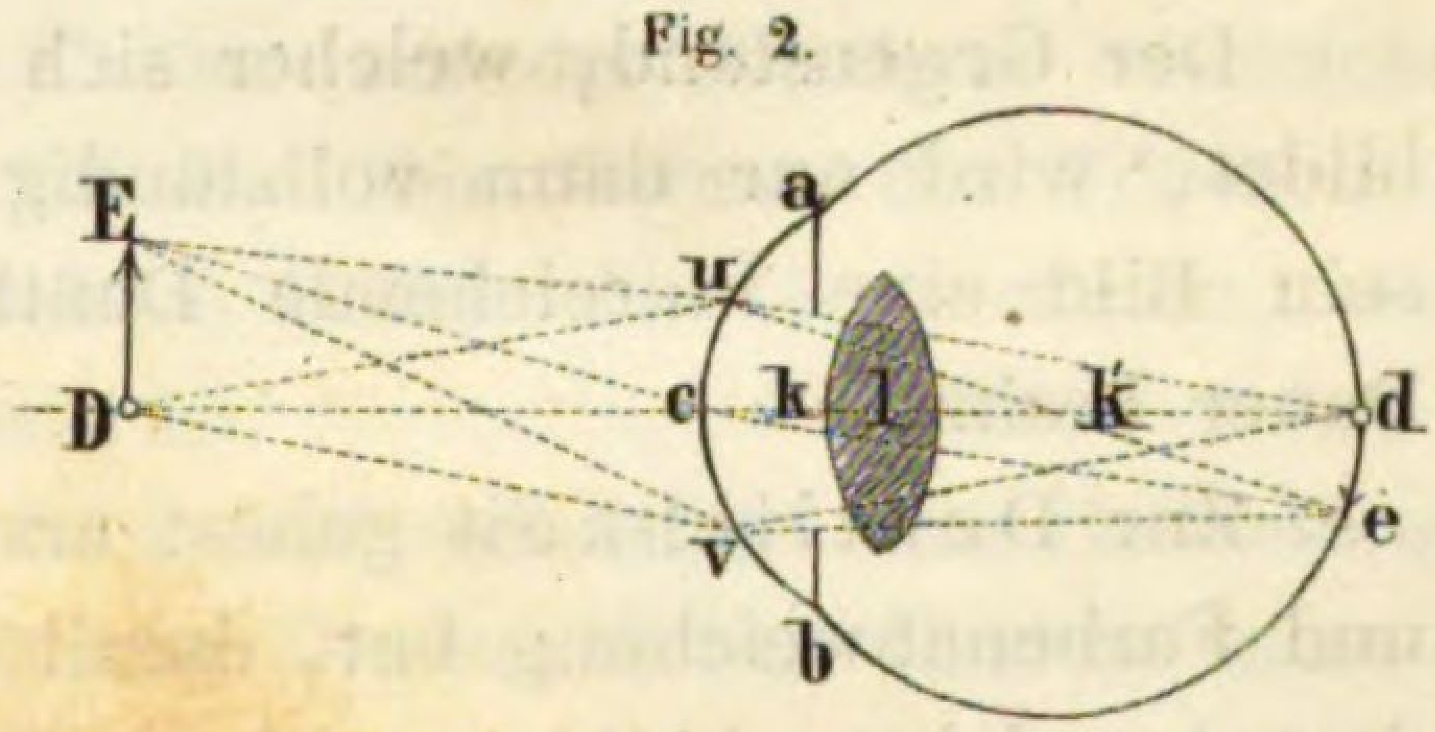
Fortsetzung der Aderhaut und hat in der Mitte ein kleines Loch, das die Pupille oder Augenöffnung heisst. Die beiden durch die Iris geschiedenen Theile des Augapfels sind mit durchsichtigen Flüssigkeiten ausgefüllt, von denen die in der Vorderkammer (k) die wässrige Feuchtigkeit (humor aqueus) und die in der Hinterkammer (k') die Glasfeuchtigkeit (humor vitreus) genannt wird. Zwischen beiden, in einer häutigen durchsichtigen Kapsel, welche von den Augenlidergeweben (e, e) gehalten wird, befindet sich ein durchsichtiger fester Körper (l), der die Krystalllinse heisst. Diese Linse ist nach Innen stärker gebogen als nach Aussen, indem der Halbmesser der Vorderfläche durchschnittlich 0,5 und jener der Hinterfläche 0,4 Pariser Linien beträgt.

§. 16.

Hergang beim Sehen.

Stellt D in Fig. 2 einen leuchtenden Punkt vor, der in der Augenaxe (D d) liegt, so dringt der von jenem Punkte ausgehende Strahlenkegel nur zum Theil in das Auge. Es wird nämlich alles ausserhalb der Hornhaut (a c b) auffallende Licht, wegen der Undurchsichtigkeit der harten Haut, zerstreut und das zwischen a und b eindringende Licht erleidet zunächst durch die wässerige Feuchtigkeit in der Vorderkammer eine Brechung gegen die Axe hin (Dud, Dvd). Von den so gebrochenen Strahlen trifft ein Theil auf die Iris und macht ihre Farbe und ihr Gefüge sichtbar, während der andere durch die Pupille zur Krystalllinse gelangt, wo er eine zweite Brechung erfährt; auf die eine dritte von Seite der Glasfeuchtigkeit folgt. Durch diese verschiedenen Brechungen werden die durch die Linse dringenden Strahlen in dem Punkte d der Netzhaut zu einem Bilde von D vereinigt, wenn das Auge gesund ist und seine Entfernung vom Punkte D wenigstens acht Zolle beträgt. Bei kleinerer Entfernung des leuchtenden Punktes, oder wenn das Auge weit- oder kurzsichtig wäre, würde das Bild d hinter oder vor der Netzhaut, also nicht auf ihr liegen. In gleicher Weise erzeugt sich von dem Punkte E, der ausserhalb der Axe liegt,

Fig. 2.



ein Bild in dem Punkte e, den man durch Verlängerung der Verbindungslinie des Punktes E mit dem optischen Mittelpunkte des Auges erhält. Was von E gilt, ist für jeden Punkt zwischen D und E wahr; folglich bildet sich wie bei einer Convexlinse die Linie DE auf der Netzhaut wieder als solche, aber in der umgekehrten Stellung de ab, wovon man sich durch Versuch mit den Augen frisch getödteter Thiere (namentlich der Ochsen) leicht überzeugen kann.

Das auf der Netzhaut erzeugte Bild eines Gegenstandes reizt den Sehnerv und ruft auf eine noch unerklärte Weise die Empfindung des Sehens hervor. Da wir den Gegenstand trotz der verkehrten Stellung seines Bildes, wie die tägliche Erfahrung lehrt, aufrecht sehen, so kann man billigerweise nach dem Grund dieser Erscheinung fragen. Man erklärt dieselbe aber genügend durch die gewiss nicht unnatürliche Annahme, dass die Sehnerven nicht bloss jeden Eindruck auf die Netzhaut, sondern auch die Richtung, in welcher der Eindruck erfolgt, zu unserem Bewusstseyn bringen und wir alsdann das Empfundene in derselben Richtung nach Aussen versetzen. Da wir nun z. B. den Eindruck des Bildes e in der Richtung E e empfangen, so versetzen wir das Bild e in die Richtung e E, folglich über D, welches in der Richtung d D gedacht wird.

§. 17.

Deutliches Sehen.

Der Gegenstand, welcher sich auf der Netzhaut des Auges abbildet, wird nur dann vollständig wahrgenommen werden, wenn sein Bild eine hinreichende Deutlichkeit, Helligkeit, Grösse und Dauer besitzt.

Zur Deutlichkeit gehört erstens, dass das Auge keine Kugel- und Farbenabweichung hat, damit sich jeder leuchtende Punkt wieder als solcher abbildet, und zweitens, dass jeder Bildpunkt gerade auf der Netzhaut liegt. Der Kugelabweichung ist theils durch die Iris, welche als Blende nur auf einen kleinen Theil der Krystalllinse Licht fallen lässt, theils durch die Form dieser Linse und die Wölbung der Netzhaut vorgebeugt; was aber die Farbenabweichung betrifft, so wird diese zwar durch die verschiedenen Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse der durchsichtigen Mittel des Auges grösstentheils, jedoch nicht ganz aufgehoben, wie man an einem dunklen Gegenstande beobachten kann, der nur wenige Zolle vom gesunden

Auge entfernt gehalten wird, während dieses gleichzeitig an dem Gegenstande vorbei nach einem weiter entfernten Objecte sieht: der dunkle Gegenstand hat an den Rändern farbige Säume. Wegen der zweiten Anforderung sehe man §. 18.

Die Helligkeit des Bilds hängt von der Lichtmenge ab, welche vom Gegenstand in's Auge gelangt. Diese Lichtmenge richtet sich aber nach der Stärke des Lichts und nach der Grösse der Pupille; bei gleicher Stärke ist sie der Pupillenfläche und bei unveränderlicher Pupille der Stärke proportional. Die Pupille ist indessen nicht unveränderlich: sie zieht sich nämlich bei starkem Lichte zusammen und dehnt sich bei schwachem aus, so dass in dem ersteren Falle weniger und in dem letzteren mehr Licht in das Auge gelangt, als bei einer mittleren Oeffnung hineingelangen würde. Dieses Ausdehnen und Zusammenziehen hat übrigens ziemlich enge Grenzen, wesshalb bald wegen zu starken bald wegen zu schwachen Lichts kein Sehen mehr möglich ist.

Was die Grösse des Netzhautbildes betrifft, so muss dasselbe unter gewöhnlichen Umständen erfahrungsgemäss wenigstens 0,01 D. D. Linie betragen, wenn es noch auf die Sehnerven wirken soll; in aussergewöhnlichen Fällen, wenn nämlich entweder die Beleuchtung des Gegenstands sehr stark und sein Hintergrund dunkel, oder wenn die Netzhaut besonders empfindlich ist, kann die Grösse des Bilds viel weniger als 0,01 Linie betragen. So sehen wir z. B. die Fixsterne deutlich, obwohl ihre Bilder auf der Netzhaut vielleicht nur 0,0001 Linie Durchmesser haben. Die Grösse der Bilder auf der Netzhaut bestimmt die scheinbare Grösse der Gegenstände, von der in §. 19 noch weiter die Rede ist.

Endlich ist die Dauer des Lichteindrucks nicht ohne Bedeutung für die Deutlichkeit der angesehenen Gegenstände. Ein zu kurzer Eindruck gelangt nicht zu unserem Bewusstseyn, ein hinreichend langer hinterlässt noch einige Zeit nach seinem Aufhören die Empfindung seines Daseyns, und ein zu langer stumpft die getroffenen Theile der Netzhaut durch Ueberreizung so ab, dass sie auf einige Zeit keine Lichtempfindungen hervorrufen. Unter übrigens gleichen Umständen wirkt der Eindruck des weissen Lichts länger als der des gelben, dieser länger als der des rothen und dieser wieder länger als der des blauen Lichts nach, und man kann annehmen, dass jeder Lichteindruck wenigstens 0,2 Sekunden dauert.

§. 18.

Weite des deutlichen Sehens.

Im vorigen Paragraphen wurde angeführt, dass zum deutlichen Sehen eines Gegenstands gefordert werde, dass dessen Bild genau auf der Netzhaut des Auges liege, und aus der Optik ist bekannt, dass eine Glaslinse das Bild eines Gegenstands in um so grösserer Ferne erzeugt, je mehr ihr der letztere genähert wird. Da nun das Auge wie eine achromatische Glaslinse wirkt, so sollten folglich nur die Bilder genau auf die Netzhaut fallen, welche von Gegenständen kommen, die einen entsprechenden Abstand vom Auge haben; die Bilder fernerer Gegenstände müssten demnach vor und die näher gelegenen Objecte hinter der Netzhaut liegen. Die Erfahrung lehrt jedoch, dass ein gesundes Auge in verschiedenen Entfernungen deutlich sehen kann, und es muss desshalb angenommen werden, dass etwas im Auge veränderlich ist, wodurch es die Fähigkeit erlangt, sich innerhalb gewisser Grenzen den Entfernungen der Gegenstände anzubequemen. Einige glauben, dass die Krystalllinse in solchen Fällen mehr oder weniger convex werde; andere, dass sich die Form des Augapfels entsprechend abändere; und wieder andere, dass beide Aenderungen gleichzeitig im Spiele sind. Die letztere Ansicht ist wahrscheinlich die richtigere. Wie dem aber auch sey, so hat das Anbequemungsvermögen des Auges seine bestimmte Grenzen: ein gesundes Auge sieht nämlich nur diejenigen Gegenstände ohne Anstrengung deutlich, welche ihm nicht über 8 oder 10 Zoll genähert werden; es kann zwar diese Gegenstände auch in grösserer Entfernung noch gut erkennen, aber nicht so leicht und deutlich als in dem genannten Abstande, den man desshalb die Weite des deutlichen Sehens oder kürzer die Sehweite nennt. Ein Auge, das in der Entfernung von 8 bis 10 Zoll noch nicht deutlich sieht, also einen grösseren Abstand fordert, heisst weitsichtig; und wenn die Sehweite weniger als 8 Zoll beträgt, kurzsichtig.

Dass ein gesundes Auge in geringerer Entfernung als 8 Zoll nicht deutlich sieht, liegt darin, dass die zu stark auseinander gehenden Lichtstrahlen, welche von den betrachteten Punkten in's Auge gelangen, nicht mehr bis zur Netzhaut, sondern erst hinter ihr zu einem Bilde vereinigt werden. Bei Weitsichtigen erzeugt sich, wenn sie den Gegenstand nur 8 bis 10 Zoll vom Auge weg halten, das

Bild ebenfalls hinter der Netzhaut, wesshalb sie es auf diese zu bringen suchen, indem sie den Gegenstand so lange entfernen, bis sie ihn deutlich erkennen. Kurzsichtige Augen vereinigen die von einem 8 bis 10 Zoll weit entfernten Gegenstände kommenden Strahlen vor der Netzhaut; nähert man aber diesen Gegenstand dem Auge immer mehr, so wird er an einer bestimmten Stelle am deutlichsten gesehen, und in dieser Stellung trifft sein Bild gerade auf die Netzhaut.

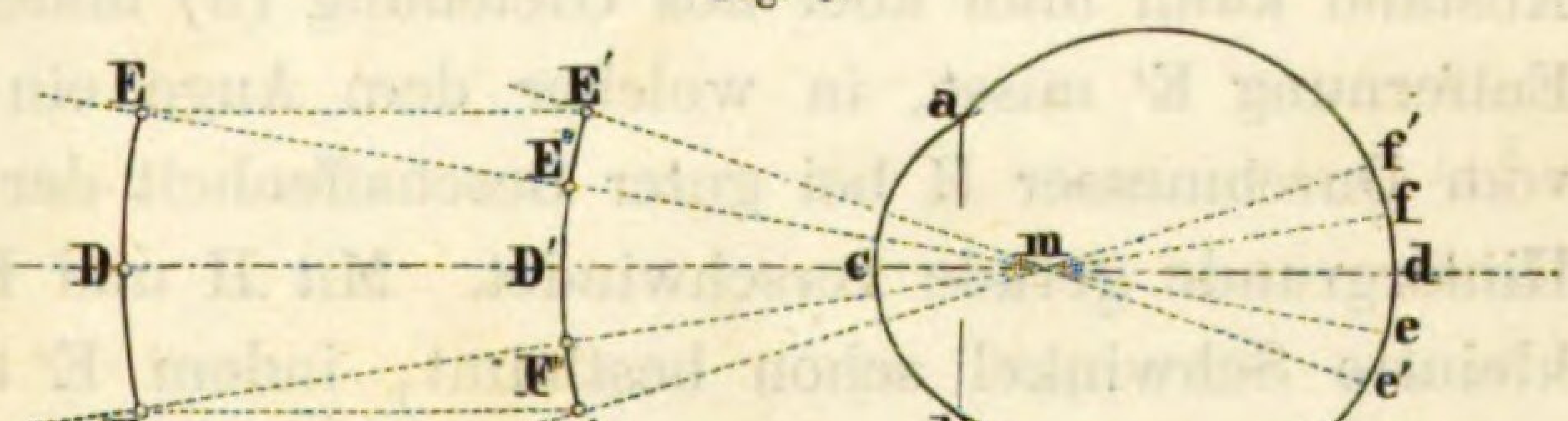
§. 19.

Scheinbare Grösse.

Wir beurtheilen die Grösse der Gegenstände, welche wir mit freiem Auge betrachten und an denen wir keine eigentliche Messung vornehmen, nach der Ausdehnung des Bildes, welches sie auf der Netzhaut des Auges erzeugen, und daher können wir diese Ausdehnung, welche sich bei gleicher Entfernung direct mit der Grösse, und bei gleicher Grösse umgekehrt mit der Entfernung der Gegenstände ändert, deren scheinbare Grösse nennen. Dass diese proportionale Aenderung stattfindet, ist durch viele Versuche an Menschen- und Thieraugen dargethan. Diese Versuche lehrten, dass die Verbindungslinien irgend welcher Punkte eines Gegenstandes mit deren Netzhautbildern sich alle in einem und demselben Punkte des Auges, der hinter der Krystalllinse nahe in der Mitte des Augapfels liegt und Kreuzungspunkt heisst, schneiden.

Bezeichnet (in Fig. 3) m diesen Punkt und EF irgend einen Gegenstand, so ist ef dessen Bild auf der Netzhaut. Rückt dieser Gegenstand

Fig. 3.



dem Auge näher in die Stellung E'F', so wird sein Bild e'f' in dem Masse grösser als ef, in welchem der Abstand mD' kleiner ist als mD. Bleibt aber der Gegenstand in der Entfernung mD' und nimmt seine Grösse von E'F' bis auf E''F'' ab, so wird sein Bild in ef in dem gleichen Verhältnisse dieser Abnahme kleiner als e'f', wie sich aus ganz einfachen geometrischen Sätzen ergibt. Um diese Aenderungen

auf die einfachste Weise zu übersehen, fassen wir sie in einem analytischen Ausdruck zusammen, welcher sich leicht ergibt. Bezeichnet nämlich

H die Grösse des Gegenstandes E F,
E dessen Abstand D m vom Kreuzungspunkte,
h die Grösse des Netzhautbildes e f, und
e dessen Abstand d m vom Kreuzungspunkte,

so verhält sich, weil die beiden Kreisausschnitte E m F und e m f ähnlich sind, H : h = E : e, und es ist folglich die scheinbare Grösse

$$h = e \cdot \frac{H}{E} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Der Abstand e ist für ein und dasselbe Auge eine unveränderliche Grösse, und die Kreisbögen E F und e f können so lange, als die betrachteten Gegenstände deutlich gesehen werden, als gerade Linien gelten, weil nur diejenigen Gegenstände gleichmässig deutlich zu sehen sind, für welche die Winkel E m F, e m f und folglich auch die Bögen E F, e f im Vergleich zu ihren Halbmessern sehr klein sind.

Den Winkel $E m F = e m f = \varphi$ nennt man den Seh- oder Gesichtswinkel, und es ist nun klar, dass die scheinbare Grösse eines Gegenstandes seinem Sehwinkel proportional ist. Da wir in §. 17 gesehen haben, dass unter gewöhnlichen Umständen ein Gegenstand nur dann noch erkannt wird, wenn sein Netzhautbild wenigstens 0,01 D. D. Linie beträgt, so kann man hiernach den kleinsten Sehwinkel φ' bestimmen, wenn man den Abstand e kennt. Diesen Abstand kann man aber aus Gleichung (3) finden, indem man die Entfernung E' misst, in welcher dem Auge ein heller Gegenstand vom Durchmesser H bei guter Beschaffenheit der Luft und dunklem Hintergrunde gerade verschwindet. Mit H und E' ist übrigens der kleinste Sehwinkel schon bestimmt, indem $E' \operatorname{tg} \varphi' = H$ gesetzt werden darf.

Erste Abtheilung.

Die Lehre von den Hilfsmitteln der Beobachtung oder von den Messinstrumenten und ihrem Zugehör.

Theorie der Messinstrumente.

§. 20.

Die Genauigkeit geometrischer Arbeiten hängt vorzugsweise von der Beschaffenheit der Messwerkzeuge und der Einsicht und Geschicklichkeit ab, womit sie gehandhabt werden. Es muss desshalb der praktische Geometer vor allen Dingen seine Instrumente genau kennen, d. h. er muss wissen, wie sie eingerichtet sind, auf welchen Principien oder Naturgesetzen diese Einrichtung beruht und wie davon ihre Wirkungsweise abhängt; er muss ferner die Instrumente prüfen können, ob sie den Anforderungen, die sie befriedigen sollen, überhaupt genügen, oder in welchem Grade der Genauigkeit es der Fall ist; er muss auch seine Messwerkzeuge zu berichtigen oder diejenigen Unvollkommenheiten derselben zu beseitigen verstehen, welche sich durch besondere hiefür bestimmte Vorrichtungen wegschaffen lassen; und endlich muss er wissen, wie man die Instrumente gebraucht, um auf die vortheilhafteste Weise den Zweck zu erreichen, für den sie bestimmt sind.

Die Anleitung zum Erlangen dieser Kenntnisse nennen wir Instrumentenlehre. Dieselbe ist somit die wissenschaftliche Begründung und Beschreibung des Baues, der Prüfung, der Berichtigung und des Gebrauchs der Messwerkzeuge. Von der Ansicht ausgehend, dass diejenige Zusammenstellung der Instrumente die besste sey, welche die klarste Uebersicht der Hilfsmittel der Vermessungskunde gewährt und um die Wiederholungen zu vermeiden, welche sich ergeben würden, wenn man nicht die wesentlichsten Bestandtheile der Messwerkzeuge besonders betrachtete, theilen wir die Instrumentenlehre in folgende sechs Abschnitte ein:

1. Bestandtheile der Messinstrumente.
2. Mittel zur Bezeichnung der Punkte auf dem Felde.
3. Instrumente zum Abstecken und Messen der Winkel.
4. Instrumente zum Messen der Längen.
5. Instrumente zum Höhenmessen.
6. Instrumente zum Messen der Geschwindigkeiten.

Erster Abschnitt.

Bestandtheile der Messinstrumente.

§. 21.

Wenn man die Messinstrumente zerlegt, so findet man, dass einige Bestandtheile derselben so zu sagen eine eigene Lebensfähigkeit besitzen, d. h. für sich schon zu gewissen Messverrichtungen geeignet sind, während die übrigen bloss zur Herstellung dieser Theile oder deren Verbindung unter einander dienen. Jene Bestandtheile höherer Art wollen wir nähere, die untergeordneten aber entferntere nennen.

Die näheren Bestandtheile, von denen allein hier die Rede ist, da sich die Kenntniss der entfernteren am einfachsten aus der Abbildung und Beschreibung jedes Instruments ergibt, haben immer je eine der folgenden Aufgaben zu lösen: nämlich entweder Visirlinien herzustellen, oder loth- und wagrechte Richtungen anzugeben, oder sehr kleine nahe und grössere ferne Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, oder endlich sehr kleine Theile von geraden Linien und Kreisbögen zu messen. Nach dieser ihrer Bestimmung werden dieselben nunmehr betrachtet.

A. Mittel zur Herstellung von Visir- oder Absehlinien.

§. 22.

Die gerade Richtung zwischen einem leuchtenden Punkte und dem Auge heisst ein Sehstrahl dieses Punktes. Ein freiliegender Punkt sendet dergleichen Strahlen nach allen Seiten aus und kann

folglich überall gesehen werden. Will man die Lage einer Richtung, in der man ihn erblickt, gegen eine andere feststehende angeben, so gehört dazu eine Vorrichtung, welche durch zwei Punkte, deren Lage bekannt ist, eine Gerade bezeichnet, die in den Sehstrahl gebracht werden kann. Diese Gerade nennt man eine Visir- oder Absehlinie. Die Träger solcher Linien können sehr verschieden seyn, da man die sie bestimmenden Punkte auf sehr verschiedene Weise darstellen kann. Die bis jetzt gebräuchlichen Mittel zur Herstellung von Absehlinien sind die Fernrohre, die Diopter, die Spiegel und die Glasprismen. Wir werden aber zunächst nur die drei letztgenannten Vorrichtungen, so weit es unser Zweck fordert, behandeln und erst später die Fernrohre als diejenigen Mittel, wodurch entfernte Gegenstände deutlich sichtbar gemacht werden, betrachten.

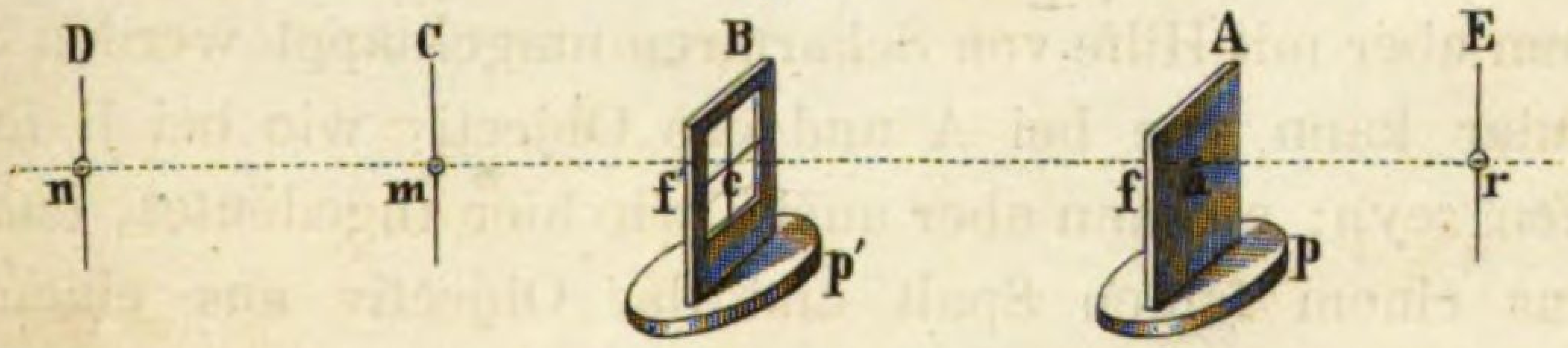
Die Diopter.

§. 23.

Einrichtung und Prüfung.

Jedes Diopter besteht aus zwei Theilen, dem Ocular und dem Objectiv. Das Ocular ist der Träger desjenigen Punkts der Absehlinie, welcher bei der Beobachtung dem Auge zunächst steht, und das Objectiv der Träger des zweiten entfernteren Punktes dieser Linie. Beide Theile sind in der Regel fest mit einander verbunden; in einzelnen Fällen stehen sie aber auch lose nebeneinander.

Fig. 4.

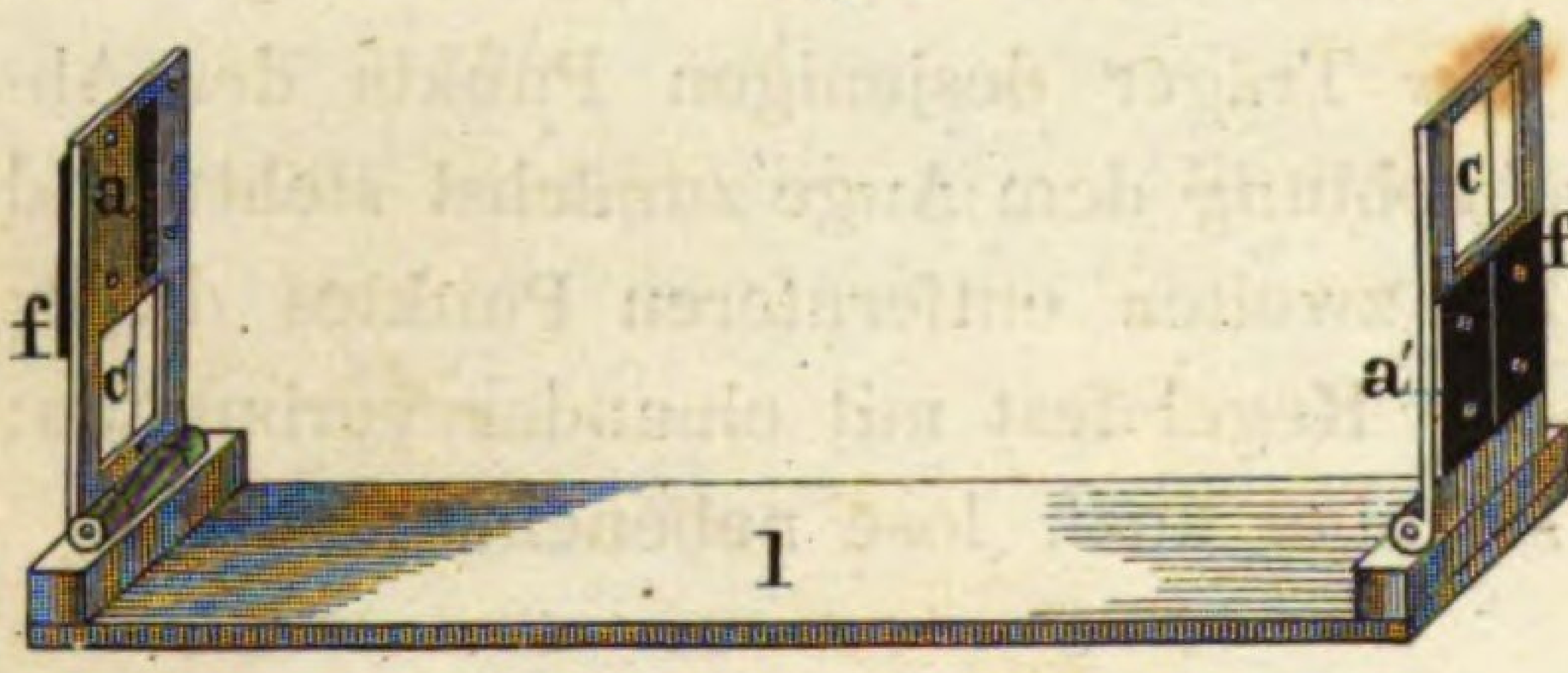


Vorstehende Figur stellt ein Diopter der letzten Art vor: A ist das Ocular, B das Objectiv. Beide bestehen aus einer Grundplatte (p, p') und einem senkrecht darauf befestigten Flügel (f, f'). In A ist eine kleine runde Oeffnung a (das Schauloch) zum Durchsehen und in der grösseren viereckigen Oeffnung von B ein Fadenkreuz (c) angebracht. Die Mitte des Schauloches und der Schnittpunkt des Fadenkreuzes bestimmen die Absehlinie. Soll dieselbe, wie wohl meist gewünscht wird, mit den Grundebenen von A und B parallel

laufen, so müssen die Abstände der Punkte a und c von den Grundflächen der Platten p und p' genau gleich seyn. Ob sie es sind, kann man durch folgendes Verfahren finden.

Man stelle die Diopter A und B auf einer festen Ebene etwa acht Zolle auseinander und bemerke auf zwei ziemlich weit entfernten Stäben C und D die Punkte m und n, in welcher sie von der in ihre Richtung gebrachten Absehlinie getroffen werden; hierauf verwechsele man die Diopter und bemerke auf einem dritten entgegengesetzt stehenden Stabe E den Punkt r, welcher von der neuen Absehlinie gedeckt wird; endlich rücke man die Diopter aus der durch die Stäbe bezeichneten Linie und sehe zu, ob die drei Punkte m, n, r in einer Geraden liegen oder nicht. Findet eine Deckung dieser Punkte statt, so sind die Diopter richtig, wo nicht, so muss das leicht zu erkennende höhere so lange abgeschliffen werden, bis die zweite Absehlinie mit der ersten genau zusammenfällt, vorausgesetzt, dass der Kreuzungspunkt c oder das Schauloch a nicht verstellbar sind.

Fig. 5.



Die vorgedruckte Figur gibt ein Bild von einem Diopter der ersten Art. Die Flügel f und f' sind hier mit einem Lineale (l) so verbunden, dass sie bei dem Gebrauche senkrecht darauf stehen, ausserdem aber mit Hilfe von Scharniren umgeklappt werden können. Das Ocular kann wie bei A und das Objectiv wie bei B in Fig. 4 beschaffen seyn; es kann aber auch, wie hier angedeutet, das Ocular bloss aus einem feinen Spalt und das Objectiv aus einem angespannten dünnen Draht oder Rosshaare bestehen. Der Spalt (die Schauritze) und das Haar (der Objectivfaden) sollen eine zur Grundfläche des Lineals senkrechte Visirebene bestimmen: es müssen also beide in einer lothrechten Ebene liegen, wenn das Diopter auf einer wagrechten Fläche liegt. Ob diese Bedingung erfüllt ist, erkennt man auf folgende Weise.

Man verschaffe sich ausser einer wagrechten Unterlage für das Diopter, in ziemlich grosser Entfernung von dieser, eine lothrechte Richtung durch einen langen Senkel, und überschaue, nach

entsprechender Drehung des Diopters, durch den Spalt zugleich den Objectivfaden und das Loth. Wird dieses seiner ganzen Länge nach von dem Faden gedeckt, wenn auch das Auge vor der Schauritze bald höher bald tiefer steht, so ist die Vorrichtung fehlerfrei; findet aber diese Deckung nicht vollständig statt, so ist entweder in dem Objectiv, oder in dem Ocular, oder in beiden zugleich ein Fehler vorhanden, und es kommt nun darauf an, diese getrennt zu erkennen und wegzuschaffen.

Ob der Faden lothrecht steht, erfährt man dadurch, dass man, nach Verdeckung der übrigen Stellen, nur einen einzigen Punkt der Schauritze bei der vorhergehenden Untersuchung benützt und zusieht, ob der Faden nicht vom Lothe abweicht. Deckt er es, so steht er gut; weicht er aber ab, so wird er durch das Zäpfchen, womit er an dem einen Ende in ein kleines Loch gedrückt und also festgehalten wird, ein wenig zur Seite geschoben, bis die Deckung des Lothes stattfindet. Hat auf diese Weise der Faden die richtige Stellung erlangt, so wird zwar jeder Punkt der Schauritze für sich mit dem Faden in einer lothrechten Ebene liegen, aber diese Ebene wird für jeden Punkt eine andere Richtung haben und stets nur durch eine kleine Drehung des Diopters mit dem Lothe zur Deckung gebracht werden. Diese Drehung fällt weg, wenn die Schauritze senkrecht steht. Darnach lässt sich also auch das Ocular untersuchen; allenfallsige Fehler desselben kann aber nur der Mechaniker verbessern, wenn er nicht dafür gesorgt hat, dass die Platte mit der Schauritze ein wenig gedreht werden kann. An dem in Fig. 5 abgebildeten Diopter ist diese Drehung möglich; denn die durch vier helle Stellen angedeuteten Schräubchen gehen durch Schlitzen in der Ocularplatte und folglich lässt sich diese nach Lüftung der Schräubchen etwas seitwärts drehen und dann wieder feststellen.

Manche Diopter sind so eingerichtet, dass sich in jedem Flügel Ocular und Objectiv zugleich befinden. Solche Einrichtungen geben zwei Visirlinien nach entgegengesetzten aber parallelen Richtungen. Häufig fallen diese Absehlinien in eine Ebene, wie es z. B. in Fig. 5 der Fall ist, wo durch a, c die eine und durch a', c' die andere Visirebene bestimmt ist, welche zusammen die Ebene a c' a' c bilden.

Einige andere Formen der Diopter werden später gelegentlich vorgeführt werden. Hier ist nur noch zu bemerken, dass diejenigen

Diopter, deren Objective und Oculare durch eine innwendig geschwärzte Röhre verbunden sind, ein schärferes Visiren (Zielen) gestatten als die eben beschriebenen, welche dem Seitenlichte freien Zutritt gewähren.

§. 24.

Genauigkeit der Diopter.

Ueber die mit Diopteru zu erreichende Genauigkeit des Zielens und über die Bedingungen, wovon dieselbe vorzugsweise abhängt, hat Professor Stampfer umfassende Versuche angestellt und deren Ergebnisse in dem 18. Bande der Jahrbücher des Wiener polytechnischen Instituts veröffentlicht. Nach diesen Versuchen gewähren runde Schaulöcher eine grössere Schärfe der Visur als Spalten, und es darf der Durchmesser dieser Löcher auf eine halbe Pariser Linie und die Breite der Spalten auf ein Drittel Linie steigen, ohne dass die Genauigkeit des Zielens geringer wird als bei kleineren Oeffnungen, welche man indessen bei Ritzen nicht unter ein Fünftel Linie und bei Kreisöffnungen nicht weniger als ein Drittel Linie weit machen soll.

Diese Versuche widerlegten somit die früher verbreitete irrige Meinung, dass die Genauigkeit des Visirens dem Winkel proportional sey, welcher sich durch die Weite des Oculars und seine Entfernung vom Objectiv bestimmt; ein Winkel, der manchmal mehrere Minuten beträgt und der parallaktische Winkel genannt wird. Die Genauigkeit nimmt nur dann ab, wenn die Oeffnungen weiter sind als vorhin angegeben wurde. So lange sie jedoch in diesen Grenzen bleiben, kann man unter günstigen äusseren Bedingungen, d. h. bei scharfem Auge, guter Beleuchtung, dunklem Hintergrund und reiner Luft, mit einem fehlerfreien und geschickt behandelten Diopter bis auf 10 Sekunden genau visiren, wenn auch der parallaktische Winkel 5 bis 6 Minuten beträgt. Dass bis zu der angegebenen Grenze die Weite der Ocularöffnung keinen nachtheiligen Einfluss auf das Visiren äussert, erklärt sich dadurch, dass das Auge wegen der am Rande der Oeffnung stattfindenden Beugung der Lichtstrahlen, welche kein deutliches Sehen gestattet, von selbst die Mitte der Oeffnung aufsucht, wo es von dieser Beugung nicht beirrt wird.

Als weitere Ergebnisse der genannten Versuche sind noch anzuführen: dass die Entfernung der Absehen von einander, so lange

sie nur nicht kleiner ist als die deutliche Sehweite von ungefähr 8 Zoll, keinen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit des Zielens hat; und dass die Dicke des Objectivfadens am zweckmässigsten ist, wenn sie vom Oculare aus unter einem Sehwinkel von 1 bis 2 Minuten erscheint. Hiernach berechnete Stampfer folgende

Tabelle zur Anfertigung von Dioptern.

Länge des Diopters.	Weite der Schauritze.	Durchmesser des Schaulochs.	Dicke des Objectivfadens.
Zoll.	Duodecimal-Linien.		
6	0,20	0,25	0,03
8	0,23	0,28	0,04
10	0,25	0,30	0,05
12	0,28	0,33	0,06
16	0,32	0,37	0,07
20	0,35	0,40	0,08
24	0,38	0,42	0,09
30	0,40	0,44	0,11
36	0,42	0,46	0,13

§. 25.

Ein Nachtheil der Diopter.

Die Diopter leiden an einer Unvollkommenheit, welche die Genauigkeit des Zielens sehr vermindert, aber sich nicht beseitigen lässt. Indem nämlich das Auge gleichzeitig auf den nahen Objectivfaden und den entfernten Zielpunkt sehen muss, erzeugen sich die Bilder beider nicht auf einer und derselben Stelle der Netzhaut, sondern hinter einander, wobei (nach §. 18) das des Fadens weiter zurückliegt. Es kann folglich nur eines derselben und zwar dasjenige, welches gerade auf der Netzhaut liegt, deutlich gesehen werden, wie die Erfahrung jeden Augenblick lehrt. Zwar besitzt das Auge die Fähigkeit, sich den Entfernungen der betrachteten Gegenstände anzubequemen, aber dieses geschieht nur nach und nach, nicht auf einmal. Wenn nun bald der Faden bald der Zielpunkt deutlich, und beziehungsweise bald der Zielpunkt bald der Faden undeutlich erscheint, so findet in dem Urtheile über die Deckung der Bilder eine Unsicherheit und folglich im Zielen eine Ungenauigkeit statt. Die Grösse dieser Ungenauigkeit schätzt Prof.

Stampfer auf mindestens 7 bis 8 Sekunden; sie mag aber in manchen Fällen wohl noch mehr betragen. Desshalb sollte das Bestreben derer, welche sich mit der Angabe oder der Verfertigung oder dem Gebrauche von Messinstrumenten befassen, dahin gehen, die Anwendung der Diopter möglichst zu beschränken.

Die ebenen Spiegel.

§. 26.

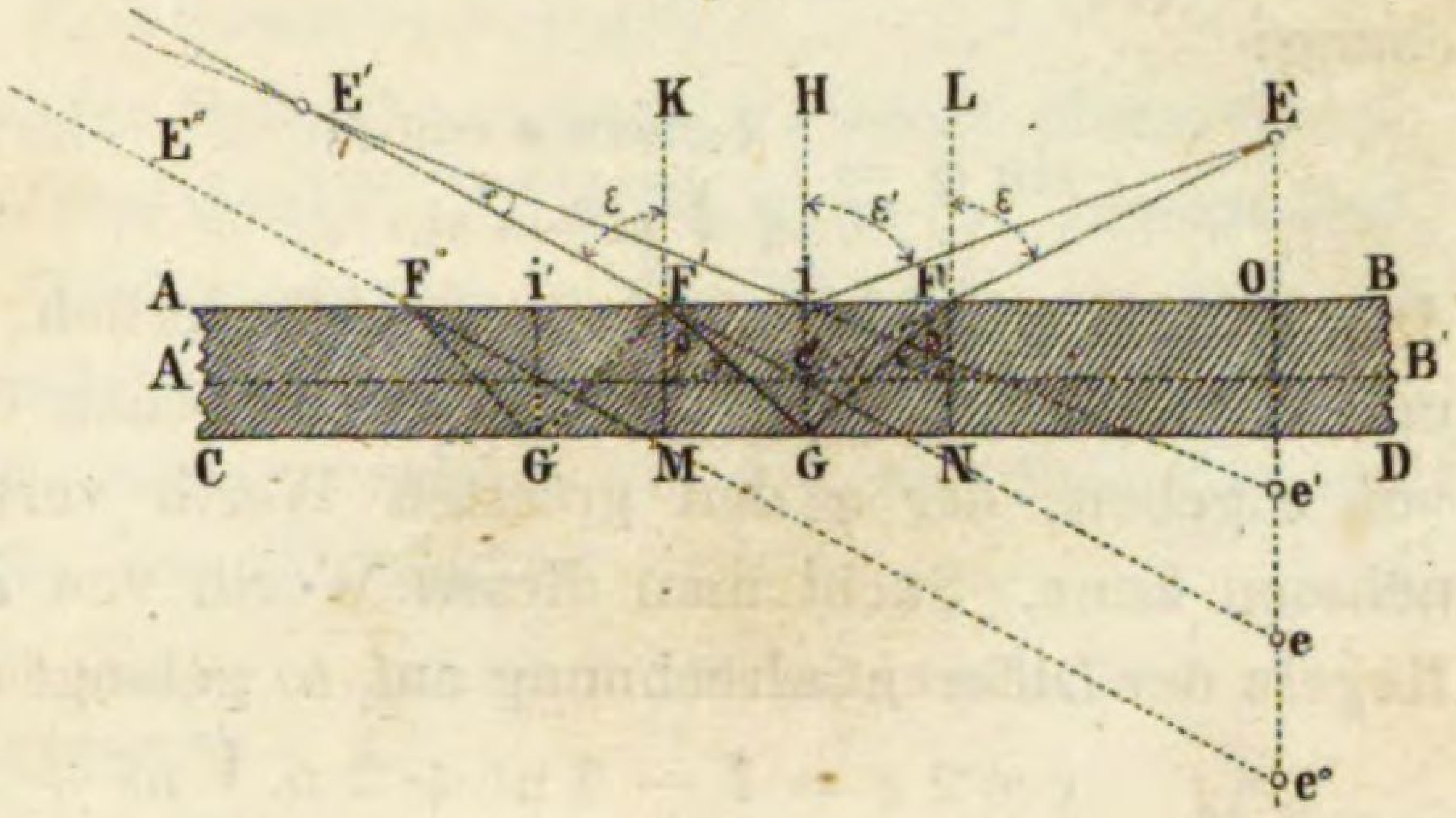
Jede glatte Oberfläche, welche das Licht regelmässig zurückwirft, ist ein Spiegel. Dergleichen Oberflächen geben polirte Metalle, reines Quecksilber, Glas, Wasser und andere Körper. Durch Versuche hat man gefunden, dass die Menge des senkrecht zurückgeworfenen Lichts von Metallspiegeln nahehin zwei Drittel, von Quecksilber die Hälfte, von Glas ein Vierzigstel und von Wasser ein Fünfzigstel der Menge des eingefallenen Lichts beträgt. Ganz reine Metallspiegel geben erfahrungsgemäss mehr Licht als Glasspiegel, welche mit Zinnamalgam belegt sind. Gleichwohl wendet man zu Messinstrumenten blosse Metallspiegel fast gar nicht an, da ihre Reinheit durch atmosphärische und andere Einflüsse bald getrübt und demzufolge ihre Wirkung so geschwächt wird, dass sie guten Glasspiegeln weit nachstehen. Diese leiden zwar auch von denselben Einflüssen, allein, da ihre Metallfläche von zwei Seiten geschützt ist, in geringerem Grade und erst nach längerer Zeit. Wir werden desshalb hier bloss die ebenen Glasspiegel, so weit es für die Instrumentenlehre nöthig erscheint, näher untersuchen und dabei die Gesetze über Zurückwerfung und Brechung des Lichts als bekannt voraussetzen.

§. 27.

Parallelspiegel.

In Fig. 6 stelle A B C D den senkrechten Durchschnitt eines auf der Rückseite belegten parallelen Glasspiegels vor, E sey ein leuchtender Punkt und EF, Ei mögen zwei von ihm ausgehende in der Ebene des Durchschnitts liegende Strahlen bezeichnen. Von diesen vertrete EF diejenigen Lichtstrahlen, welche in das Glas eindringen und nach der Zurückwerfung an der Rückfläche in das bei E′ befindliche Auge gelangen; und Ei stelle jene Strahlen vor, welche von der Vorderfläche des Spiegels in das Auge E′ zurückgeworfen werden.

Fig. 6.



Der Strahl EF, welcher unter dem Winkel ε gegen das Loth einfällt, wird bei F unter dem Winkel β, der sich aus dem Brechungsgesetze $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ ergibt, gebrochen, bei G unter dem gleichen Winkel zurückgeworfen und bei F' abermals gebrochen. Da der letzte Brechungswinkel dem ersten gleich ist, so bildet der austretende Strahl F'E', welcher das Bild e von E in sich trägt, mit dem Lothe in F' denselben Winkel ε wie der einfallende Strahl EF mit seinem Lothe. Beide Strahlen schneiden sich in dem Punkte c unter dem Winkel $2\,\varepsilon$, woraus man sieht, *dass der Glasspiegel den eingedrungenen Strahl gerade so leitet, als ob er bloss auf die durch c gelegte mit AB parallele Ebene A'B' gefallen wäre.* Der zweite Strahl Ei, welcher mit dem Lothe den Winkel ε' bildet, wird unter dem gleichen Winkel ε' nach iE' zurückgeworfen. In dieser Richtung liegt ein zweites Bild von E: wir nehmen e' dafür an. Von den zwei Bildern e und e', welche der Parallelspiegel gibt, ist das erste heller als das zweite, weil jenes von Metall, dieses von Glas erzeugt wird. Diese Helligkeiten dienen zur Unterscheidung der Bilder, so lange der Spiegel in gutem Zustande sich befindet; hat aber dessen Beleg durch den Einfluss der Atmosphäre etc. Veränderungen erlitten, so ist eine Verwechslung der Bilder und folglich ein Messungsfehler von der Grösse des Winkels $e E' e' = \varphi$ möglich.

Will man φ bestimmen, so kann man folgenden Weg einschlagen. Man suche vorerst die Lage des Schnittpunktes c auf. Nennt man x seinen Abstand (c i) von der Vorderfläche (AB) des Spiegels und a dessen Dicke (G i), so wird

$$x = \frac{a \cos \varepsilon}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Hierauf überzeuge man sich, dass der Abstand (e e') der beiden Bilder von einander 2 x ist, setze die Entfernung des Auges vom

Bilde E'e' = d und entnehme aus dem Dreiecke eE'e' die Gleichung:

$$\sin \varphi = \frac{2 a \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{d \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Der Winkel φ ist offenbar mit ε veränderlich, und da er für $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 90^0$ null wird, so muss es zwischen 0 und 90^0 einen Werth von ε geben, der φ den grössten Werth verleiht, welchen es annehmen kann. Sucht man diesen Werth von ε nach den bekannten Regeln der Differentialrechnung auf, so gelangt man zu der Gleichung:

$$\cos 2 \varepsilon = 1 - 2 n^2 + 2 n \sqrt{n^2 - 1} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

welche für n = 1,5 = dem Brechungsverhältnisse zwischen Luft und gewöhnlichem Glase den Winkel $\varepsilon = 65^0\ 7'$ und in Verbindung mit Gleichung (5) den Ausdruck

$$\sin \varphi = 0{,}6391 \,.\, \frac{a}{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

liefert. Hieraus ist zu entnehmen, dass der Winkel φ mit der Spiegeldicke wächst und mit der Entfernung der betrachteten Gegenstände abnimmt. Um seine Grösse in bestimmten Fällen zu überschauen, bemerken wir, dass

für a = 0',01 und d = 50' der Winkel φ = 26,4 Sekunden,
„ a = 0',01 „ d = 500' „ φ = 3,1 „
„ a = 0',01 „ d = 5000' „ φ = 0,26 „

ist. Für ausserordentlich weit entfernte Gegenstände, wie z. B. Sterne, wird φ null; bei Betrachtung derselben hat also die Spiegeldicke gar keinen Einfluss. Ob übrigens dieser Einfluss in anderen Fällen zu beachten ist, hängt einzig und allein von dem Grad der Genauigkeit ab, den die Lage der durch den Spiegel bestimmten Absehlinien haben soll.

Die in der Richtung G F' zurückkehrenden Lichtstrahlen treten nicht alle bei F' gebrochen aus, sondern werden zum Theil wieder nach G' und F'' zurückgeworfen, wo derselbe Vorgang sich wiederholt, der eben in F' stattfand. Es erzeugen sich demnach mehrere Bilder von E, welche alle in der durch E F gelegten und auf dem Spiegel senkrecht stehenden Ebene liegen. Da aber diese Bilder immer weniger Licht erhalten und selbst bei sehr hellen Gegenständen kaum das dritte Bild (e⁰) mehr zu bemerken ist, so geben sie auch keine Veranlassung zu Verwechslungen mit dem Hauptbilde (e) und sind desshalb nicht weiter zu beachten.

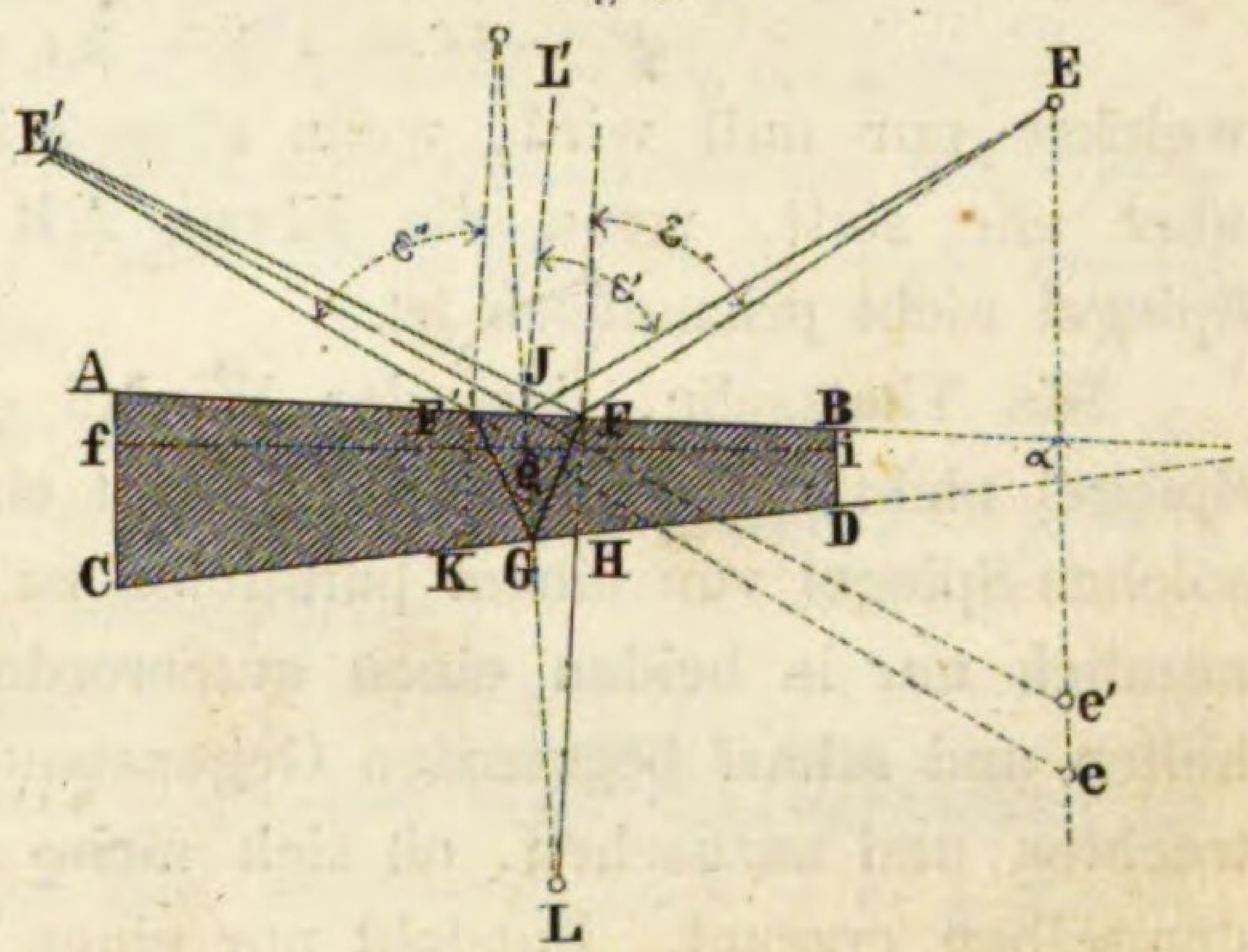
§. 28.

Prismatische Spiegel.

Wir nennen diejenigen Spiegel prismatisch, deren ebene Seitenflächen unter einem kleinen Winkel (α) gegen einander geneigt sind, und untersuchen ihre Wirkungsweise in der Absicht, sie mit den eben betrachteten Parallelspiegeln zu vergleichen und diejenigen Folgerungen daraus zu ziehen, welche für die mit Spiegeln versehenen Messinstrumente von Wichtigkeit sind.

Es sey A B C D in Fig. 7 ein Durchschnitt des Spiegels mit einer Ebene, welche zur Schnittlinie der beiden Spiegelebenen AB, CD senkrecht steht, und die Lichtstrahlen E F, E J mögen in dieser Durchschnittsebene liegen. Von diesen zwei Linien vertrete E F diejenigen Lichtstrahlen, welche nach ihrem Gange durch den Spiegel bei E′ in das Auge gelangen, und E J jene, welche durch Zurückwerfung auf der Vorderfläche A B nach E′ kommen. Der nicht in das Glas eindringende Strahl E J wird unter dem Einfallswinkel ε' von der Ebene A B zurückgeworfen und gibt in der Richtung E′J ein Bild e′ des leuchtenden Punktes E. Der eindringende Strahl macht nach dem im vorhergehenden Paragraph erklärten Vorgange den Weg E F G F′ E′ und liefert in der Richtung E′F′ das Hauptbild e.

Fig. 7.



Von dem nach E F einfallenden und nach G F′ zurückgeworfenen Lichte wird nur ein Theil bei F′ austreten, ein anderer aber wieder auf C D und von hier auf A B so zurückgeworfen werden, wie bei dem Parallelspiegel erklärt wurde. Es entstehen also auch hier mehrere Nebenbilder von E, sie sind aber so schwach, dass sie gegen das durch erstmaliges Zurückwerfen auf C D erzeugte Hauptbild e verschwinden und desshalb nicht weiter in Betracht kommen.

Es liesse sich auch hier wie bei dem Parallelspiegel der Winkel e E′ e′ = φ ausdrücken, um welchen die Bilder e und e′ auseinander

liegen; wir bedürfen aber dieses Ausdruckes gar nicht, um einzusehen, dass dieser Winkel bei einem prismatischen Spiegel gar nie null wird, auch wenn der leuchtende Punkt E unendlich weit entfernt ist. Denn da für diesen letzteren Fall $\varepsilon' = \varepsilon$ wird, so ist der Winkel EJE' des einfallenden und von AB zurückgeworfenen Strahls EJ $= 2\varepsilon$, während der Winkel EgE', den der eindringende Strahl EF mit dem von CD zurückgeworfenen bildet, $= \varepsilon + \varepsilon''$ ist. Es bilden also, selbst wenn E F und E J parallel sind, die Strahlen F' E' ond J E' immer noch einen Winkel

$$\varphi' = (\varepsilon + \varepsilon'') - 2\varepsilon = \varepsilon'' - \varepsilon$$

welcher nur null wird, wenn $\varepsilon'' = \varepsilon$ ist. Diese Gleichheit findet aber nur statt, wenn die Ebene AB der CD parallel d. h. der Spiegel nicht prismatisch ist.

Die Thatsache, dass der Winkel φ' bei einem prismatischen Spiegel nicht null werden kann, gibt ein Mittel an die Hand, einen solchen Spiegel von einem parallelen zu unterscheiden. Man braucht nämlich nur in beiden einen ausserordentlich weit entfernten sehr hellen und scharf begrenzten Gegenstand (etwa einen Stern) zu betrachten und zuzusehen, ob sich mehr als ein deutliches Bild von demselben erzeugt. Entsteht nur eines, so ist der Spiegel parallel; zeigen sich aber mehrere, so ist er prismatisch. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Spiegelflächen vollkommene Ebenen sind. Ob sie aber diese Eigenschaft besitzen, erkennt man im Allgemeinen daran, dass sie scharf begrenzte Gegenstände rein und unverzerrt abbilden. Das besondere Verfahren bei dieser Untersuchung kann erst später, wenn von den Fernrohren die Rede gewesen seyn wird, beschrieben werden. Wer sich darüber ausführlich unterrichten will, lese die Abhandlungen über die Prüfung der Plan- und Parallelgläser von A. Oertling und A. Martins in dem 22. und 24. Jahrgange der „Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses in Preussen.“

Um den nachtheiligen Einfluss eines prismatischen Spiegels, der statt eines parallelen an einem Messinstrumente angebracht ist, genauer zu erkennen, wollen wir für den besonderen Fall, dass der leuchtende Punkt E unendlich weit entfernt ist oder die von E kommenden Lichtstrahlen parallel sind, untersuchen, wie sich die Grösse des Winkels e E e', der in diesem Falle $\varepsilon'' - \varepsilon$ ist und oben mit φ' bezeichnet wurde, bestimmen lässt.

Für den einfallenden Strahl E F gilt nach den bekannten Bezeichnungen, die Gleichung:

$$\sin \varepsilon = n \sin \beta,$$

und für den austretenden F' E' wird, da $\beta'' = \beta + 2\alpha$ ist:

$$\sin \varepsilon'' = n \sin (\beta + 2\alpha).$$

Zieht man die erste Gleichung von der zweiten ab, entwickelt sin $(\beta + 2\alpha)$ und setzt für die Differenz $\sin \varepsilon'' - \sin \varepsilon$, welche sich durch das Abziehen ergibt, ein bekanntes Product, so wird nach einigen einfachen Umformungen:

$$\sin \tfrac{1}{2} (\varepsilon'' - \varepsilon) \cos \tfrac{1}{2} (\varepsilon'' + \varepsilon) = n \sin \alpha \cos (\alpha + \beta).$$

Bedenkt man, dass, weil der Winkel α äusserst klein ist, näherungsweise $\cos \varepsilon$ für $\cos \frac{1}{2} (\varepsilon + \varepsilon'')$ und $\cos \beta$ für $\cos (\alpha + \beta)$ gesetzt werden darf, so wird zunächst

$$\sin \tfrac{1}{2} (\varepsilon - \varepsilon'') \cos \varepsilon = n \sin \alpha \cos \beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

und da sich die Sinusse der sehr kleinen Bögen α und $\varepsilon - \varepsilon''$ wie diese Bögen selbst verhalten, schliesslich:

$$\varphi' \cos \varepsilon = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

wobei der Werth von $\cos \beta$ aus der ersten Gleichung entwickelt ist.

Nimmt man beispielsweise den Neigungswinkel $\alpha = 1$ Minute, den Einfallswinkel $\varepsilon = 60^0$ und das Brechungsverhältniss $n = 1{,}5$ an, so wird $\varepsilon'' - \varepsilon = \varphi' = 4{,}9$ Minuten, woraus man schon zur Genüge den nachtheiligen Einfluss der prismatischen Gestalt eines ebenen Glasspiegels ersehen kann.

Die Glasprismen.

§. 29.

In neuerer Zeit sind an verschiedenen Messinstrumenten statt ebener Spiegel Glasprismen angebracht worden, weil dieselben nicht bloss lichtstärkere Bilder, sondern auch vermöge ihrer Gestalt mannichfaltigere Richtungen der Absehlinien geben als die Spiegel. Die Anwendung dieser Prismen zu optischen und geometrischen Instrumenten gründet sich vorzugsweise auf den besonderen Fall der Zurückwerfung des Lichts, welcher die Totalreflexion heisst und worüber zum besseren Verständniss des folgenden hier eine kurze Erläuterung folgt.

Haben die Grössen ε, β, n dieselbe Bedeutung wie in dem vorigen Paragraph, so ist bekanntlich durch die Gleichung $\sin \varepsilon = n \sin \beta$

ein Theil des Brechungsgesetzes ausgedrückt, während der andere Theil die Bestimmung enthält, dass der einfallende und gebrochene Strahl in einer Ebene mit dem Einfallsloth liegen. Der Brechungswinkel β erhält offenbar dann seinen grössten Werth, wenn ihn der Sinus des Einfallswinkels ε hat, und dieses ist der Fall für $\sin \varepsilon = 1$ oder $\varepsilon = 90^0$. Man findet also den grössten Werth von β aus der Gleichung $n \sin \beta = 1$.

Nimmt man, wie es für Luft und Kronglas nahehin der Fall ist, das Brechungsverhältniss $n = 3 : 2$ an, so folgt aus der Gleichung

$$\sin \beta = \tfrac{2}{3}, \text{ der Winkel } \beta = 41^0\, 48'.$$

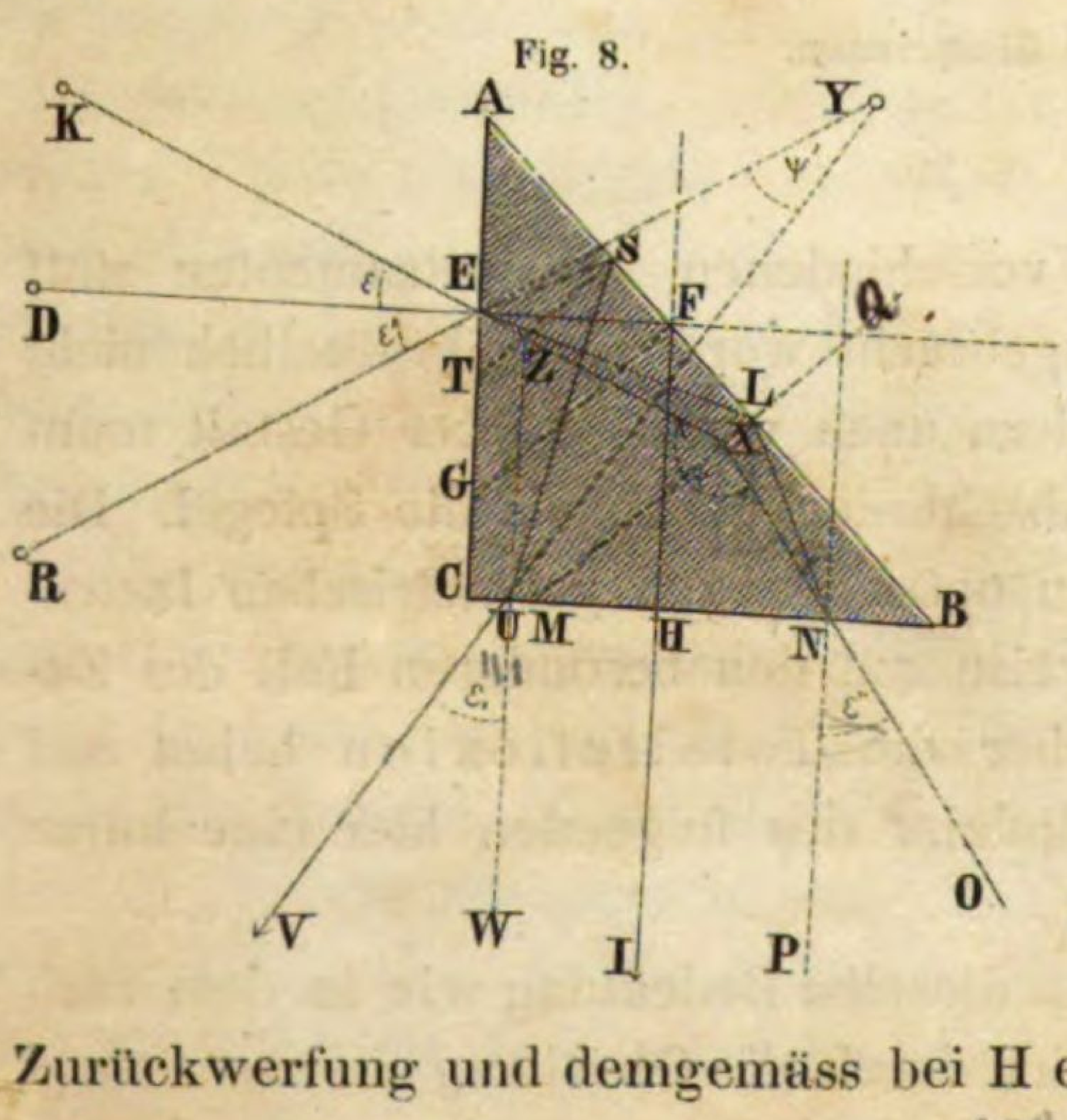
Für Luft und Glas, dessen Brechungszahl 1,5 ist, gibt es also keinen grösseren Brechungswinkel als $41^0\, 48'$. Trifft nun in einem Glase ein Lichtstrahl so auf eine Wand desselben, dass er mit dem Einfallslothe einen grösseren Winkel als $41^0\, 48'$ bildet, so tritt er gar nicht mehr aus, sondern wird in das Glas gerade so zurückgeworfen, als ob er auf eine vollkommene Spiegelfläche gefallen wäre. Diese Erscheinung nennt man die **totale Reflexion** oder die **Gesammtrückstrahlung des Lichts.**

§. 30.

Dreiseitige Glasprismen.

Die meiste Anwendung fand bis jetzt dasjenige senkrechte Glasprisma, dessen Grundfläche ein gleichschenkliches rechtwinkliches Dreieck ist, wie ABC in der beigedruckten Fig. 8.

Fig. 8.



Stellt DE einen in der Ebene des Querschnitts ABC liegenden Lichtstrahl vor, der in der Richtung des Loths auf AC einfällt, so dringt derselbe, weil der Einfallswinkel null ist, ungebrochen in das Prisma ein und trifft die Hypotenuse AB und das Loth GF unter einem Winkel von 45^0. Da der Winkel $DFG > 41^0\, 48'$, so findet bei F eine gänzliche Zurückwerfung und demgemäss bei H ein auf BC senkrechter Austritt

$90^0 - \varepsilon$ 27^0
$90^0 - \varepsilon$ $381 - 25$
$90^0 + 25$

des Strahls DE statt. Die Richtung HI bildet mit dem Strahle DE, der das Bild des Punktes D, von welchem er ausgeht, in sich trägt, einen Winkel

$$DFI = \psi_0 = 90^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Der Strahl KE, welcher mit dem Loth den Winkel ε macht und auf der Seite des Loths liegt, die einem spitzen Winkel (A) zugekehrt ist, wird nach der Richtung EL unter dem Winkel β gebrochen, der sich aus dem Brechungsgesetze $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ bestimmt, und trifft gegen das Loth in L unter einem Winhel $\gamma = 45^0 + \beta$, der grösser ist als $41^0\ 48'$. Er wird folglich in L zurückgeworfen und gelangt in der Richtung LN gegen das Loth NP, mit dem er, wie leicht einzusehen, den Winkel $LNQ = \beta'' = \gamma - 45^0 = \beta$ bildet. Da nun $\beta'' = \beta$, so muss nach dem Brechungsgesetze nothwendig auch $\varepsilon'' = \varepsilon$ seyn. Der einfallende Strahl (KE) bildet demnach mit dem austretenden (NO) einen Winkel

$$KXO = \psi = 90^0 + 2\,\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Dieser Winkel wird für $\varepsilon = 45^0$ der Summe von zwei rechten gleich, d. h.: wenn ein Lichtstrahl (KE) parallel mit der Hypotenuse (AB) auf eine Kathete (AC) fällt, so tritt er auch parallel mit seiner anfänglichen Richtung an der anderen Kathete (BC) aus.

Verfolgen wir den Strahl RE, der unter dem Winkel ε' auf der Seite des Loths einfällt, die sich dem rechten Winkel des Prisma zuwendet, so geht dieser unter dem Winkel β' von E nach S und bildet mit dem Lothe ST den Winkel $EST = \gamma' = 45^0 - \beta'$, welcher nur so lange grösser ist als $41^0\ 48'$, als β' nicht mehr als $3^0\ 12'$ beträgt. So lange wird auch alles in der Richtung ES auf AB treffende Licht nach SU zurückgeworfen. Wird aber $\beta' > 3^0\ 12'$ und folglich $\gamma' < 41^0\ 48'$, so geht der grössere Theil des in der Richtung ES ankommenden Lichts bei S durch das Prisma und nur ein kleiner Theil schlägt die Richtung SU ein. Diese Richtung bildet in U mit dem Lothe den Winkel $SUZ = \beta''' = 45^0 - \gamma' = \beta'$; es muss folglich auch der Winkel ε''', unter welchem der Strahl SU austritt, nach dem Brechungsgesetze $= \varepsilon'$ seyn. Die Figur ergibt nun sofort, dass der einfallende Strahl RE mit dem austretenden UV einen Winkel

$$RYV = \psi' = 90^0 - 2\,\varepsilon' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

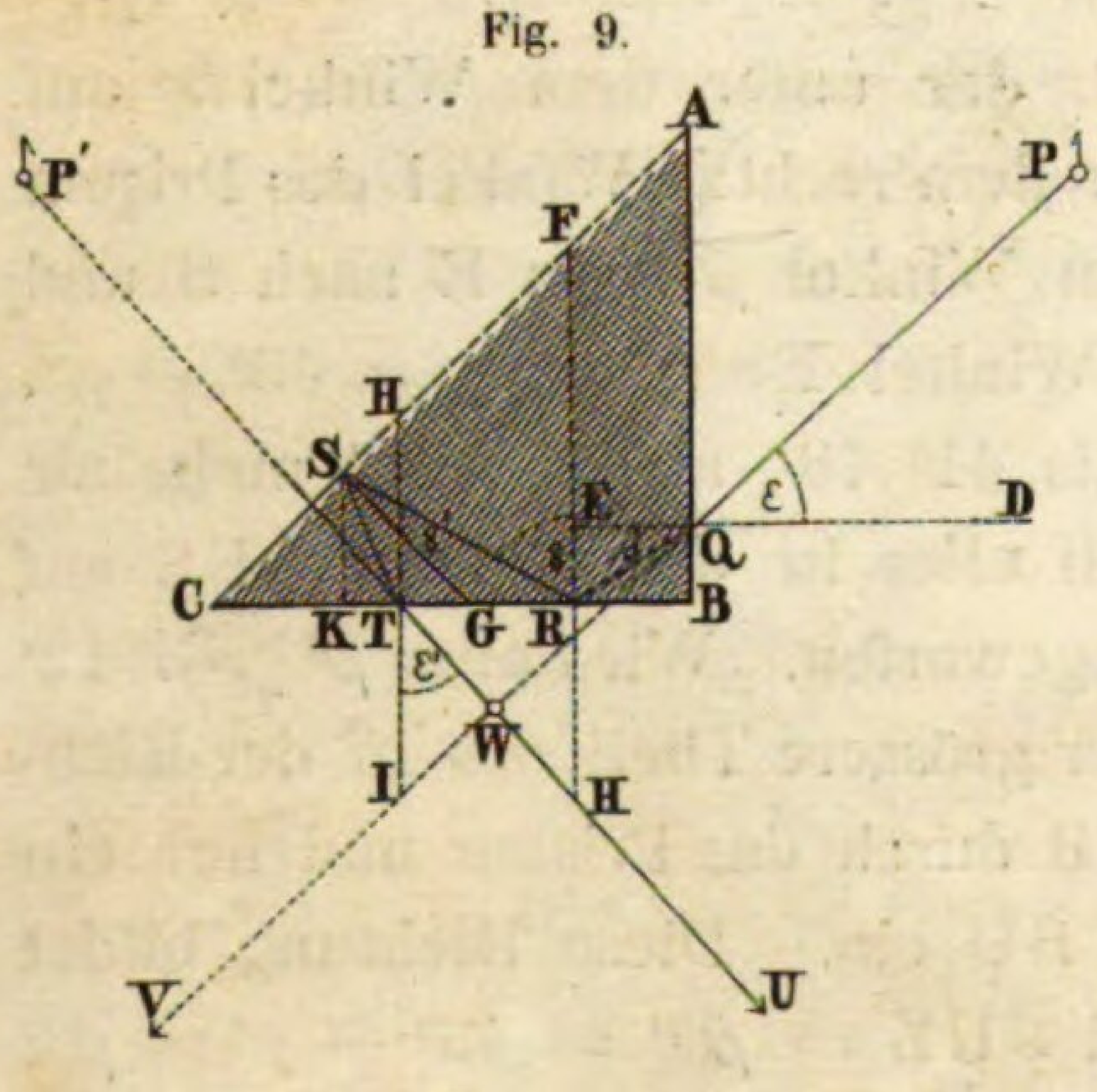
bildet. Für $\varepsilon' = 45^0$ wird $\psi' = o$, d. h. wenn ein Lichtstrahl

so auf eine Kathete fällt, dass er mit der Hypotenuse einen rechten Winkel bildet, so tritt er aus der anderen Kathete parallel mit seiner ursprünglichen Richtung wieder aus.

Die durch die Gleichungen 10 bis 12 ausgedrückten Ergebnisse der Analyse des Wegs, den das Licht in dem vorausgesetzten Prisma macht, lassen sich in den folgenden Satz zusammenfassen: Alle auf eine Kathetenfläche eines gleichschenklich-rechtwinklichen Prisma fallenden Lichtstrahlen, welche zweimal gebrochen und einmal gänzlich zurückgeworfen werden, treten auf der anderen Kathetenfläche so aus, als ob sie gar nicht gebrochen, sondern nur von der Hypotenusenfläche einfach zurückgeworfen worden wären.

Untersuchen wir nunmehr den Gang des Lichts, welches in einem Prisma der angegebenen Art zweimal gebrochen und zweimal zurückgeworfen wird. Es sey in Fig. 9 ABC der senkrechte Querschnitt dieses Prisma und PQ ein vom Punkte P kommender Lichtstrahl, welcher in der Ebene des Schnitts ABC liegt und an einer Stelle Q der Kathete AB auffällt, welche ihn nicht auf die Hypotenuse, sondern auf die zweite Kathete BC leitet. Der Strahl PQ

Fig. 9.



geht unter dem Winkel β, der sich aus $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ ergibt, in der Richtung QR gegen BC und macht mit dem Lothe RF einen Winkel $\gamma = 90^0 - \beta$, welcher, da β nie grösser werden kann als $41^0\ 48'$, jederzeit grösser ist als der eben angegebene Werth. Es muss folglich in R eine Totalreflexion stattfinden und der Strahl in der Richtung RS nach der Hypotenuse AC gehen, wo er das Loth SG unter dem Winkel $\gamma' = 45^0 - \beta$ trifft. So lange nun $\beta < 3^0\ 12'$ ist, wird das mit RS parallele Licht ganz zurückgeworfen, ausserdem aber tritt der grössere Theil bei S aus, der kleinere geht von S nach T zurück und bildet mit dem Lothe in T einen Winkel $STH = \beta' = 45^0 - \gamma' = \beta$. Da $\beta' = \beta$ ist, so muss nach dem Brechungsgesetze der Austrittswinkel ε' nothwendig auch $= \varepsilon$ seyn.

Man wird nun in der Richtung UT des austretenden Strahls das Bild P' von P erblicken, und man entnimmt sofort aus der Figur, dass der Winkel

$$UWV = \omega = 90^0 + \varepsilon - \varepsilon' = 90^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

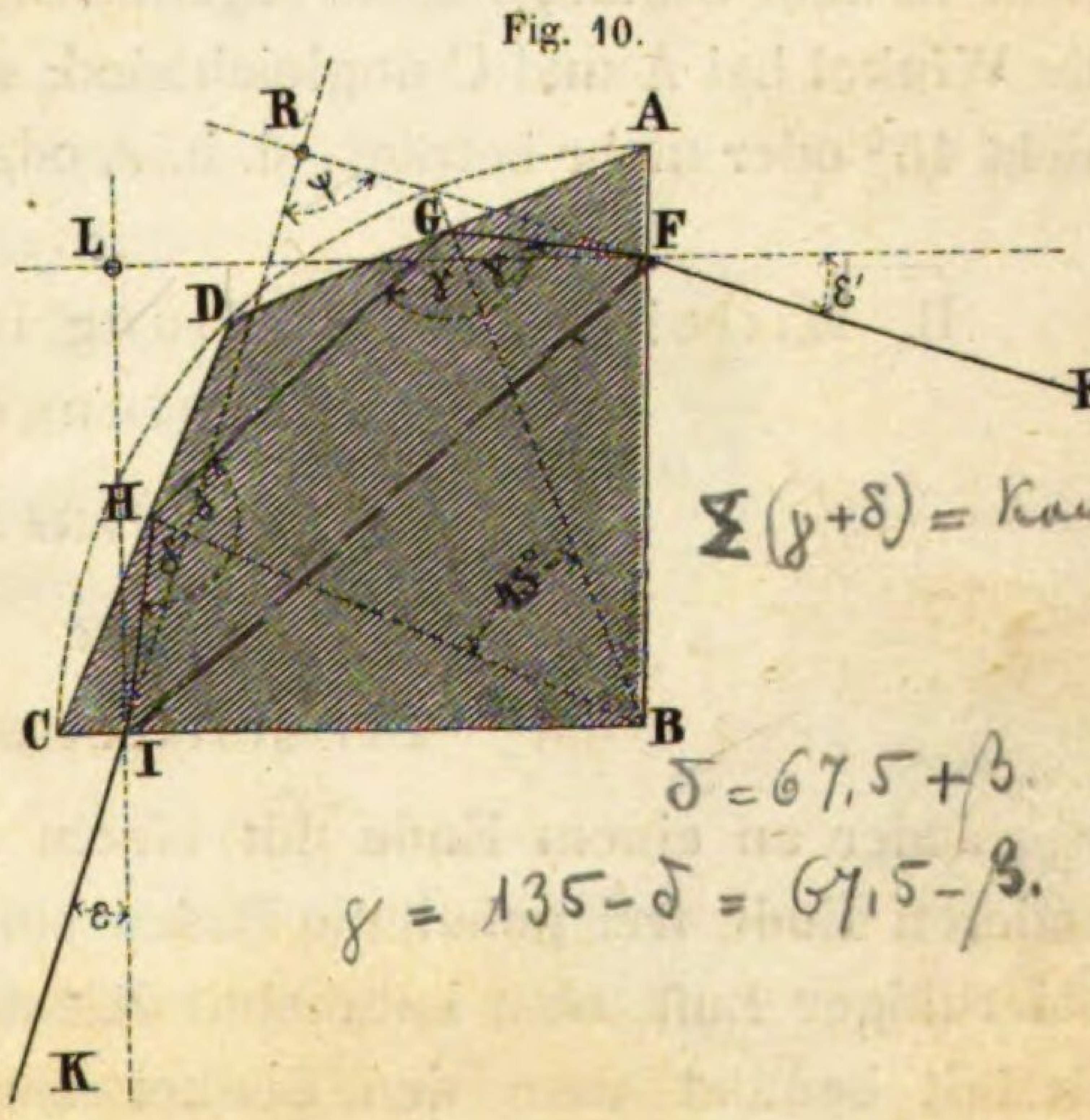
ist und von dem Einfallswinkel ε gar nicht abhängt, der von 0 bis 90^0 jeden beliebigen Werth haben kann, aber nicht negativ werden darf, weil sonst der durch Gleichung (12) bezeichnete Fall einträte, welcher $\omega = \psi' = 90^0 - 2\varepsilon'$ liefern würde. Das in Gleichung (13) enthaltene Ergebniss lässt sich so ausdrücken: *Alle auf eine Kathetenfläche eines gleichschenklich-rechtwinklichen Prisma fallenden Lichtstrahlen, welche zweimal gebrochen und zweimal zurückgeworfen werden, bilden nach ihrem Austritte aus der zweiten Kathetenfläche mit ihrer anfänglichen Richtung einen rechten Winkel.*

§. 31.

Vierseitige Glasprismen.

Von den vierseitigen Glasprismen lässt sich dasjenige zu Messinstrumenten anwenden, dessen Querschnitt ABCD der vierte Theil eines durch zwei senkrechte Durchmesser getheilten regelmässigen Achtecks ist und den man, wie in der folgenden Figur, erhält, wenn man über dem rechten Winkel B einen Kreisbogen ADC beschreibt, denselben halbirt und die Sehnen AD, CD zieht. In diesem Viereck ist Winkel $CDA = 135^0$ und $BAD = BCD = 67^0{,}5$.

Fig. 10.



$\Sigma(\gamma+\delta) = $ Konst. $= 135^0$

$\delta = 67{,}5 + \beta$

$\gamma = 135 - \delta = 67{,}5 - \beta$.

Stellt KI einen in der Ebene des senkrechten Schnittes ABCD liegenden Lichtstrahl vor, welcher gegen das Loth in I und unter dem Winkel ε einfällt, so wird er nach IH gebrochen, wobei $LIH = \beta =$ dem Brechungswinkel ist, der sich aus $\sin \varepsilon = n \sin \beta$ finden lässt. Der Strahl IH bildet mit dem Lothe in H einen Winkel $\delta = 67^0{,}5 + \beta$ und wird folglich total reflectirt. In G angekommen

schliesst er mit dem Lothe daselbst einen Winkel $\gamma = 67^0{,}5 - \beta$ ein. Demzufolge wird alles in der Richtung HG ankommende Licht nach GF zurückgeworfen, so lange $\beta < 25^0\,42'$ ist, und nur ein Theil desselben, sobald $\beta > 25^0\,42'$ wird: der übrige Theil tritt bei G aus dem Glase. Der Strahl GF bildet mit dem Lothe in F den Winkel GFL $= \beta' = 67^0{,}5 - \gamma = \beta$, und tritt unter dem Winkel ε' aus, welcher, da $\beta = \beta$, nach dem Brechungsgesetze nothwendig $= \varepsilon$ sein muss. Die beiden Richtungen KI und FE bilden somit einen Winkel

$$\text{KRE} = \psi = 90^0 + \varepsilon - \varepsilon' = 90^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Es versteht sich von selbst, dass an diesem Winkel nichts geändert wird, wenn das Licht in der entgegengesetzten Richtung von E nach F, G, H geht und bei I austritt, oder wenn in dem ersten Falle ε und in dem zweiten $\varepsilon' = 0$ wird. Der Winkel ψ ist demnach sowohl von der Lage als Grösse des Einfallswinkels ε oder ε' ganz unabhängig und wir können sagen:

Alle auf eine der Hauptflächen (AB, BC) eines vierseitigen Glasprisma, dessen Querschnitt der vierte Theil eines regelmässigen Achtecks ist, fallenden Lichtstrahlen treten, wenn sie eine zweimalige Brechung und Zurückwerfung erlitten haben, auf der zweiten Hauptfläche in einer Richtung aus, welche mit der anfänglichen einen rechten Winkel macht.

Dieser Satz gilt auch noch, wenn der Scheitel D des Winkels ADC nicht in dem Umfange eines regelmässigen Achtecks liegt und folglich die Winkel bei A und C ungleich sind, so lange nur deren Unterschied nicht 45^0 oder mehr beträgt, d. h. A oder C nicht 90^0 oder darüber ist.

B. Mittel zur Herstellung loth- und wagrechter Richtungen.

Die Senkel oder Lothe.

§. 32.

Der einfache Senkel.

Jeder an einem Ende mit einem Gewichte beschwerte und am anderen Ende frei gehaltene Faden stellt einen Senkel dar und gibt bei ruhiger Luft eine lothrechte Richtung an. In dieser einfachen Gestalt benützt man den Senkel zur lothrechten Aufstellung von

Latten und Stangen, oder um einen Punkt, an den man den Senkelfaden anlegen kann, auf eine unter ihm liegende Fläche zu projiciren. Für gewöhnliche Zwecke genügt es, den schweren kegel- oder birnförmigen Körper an einer dünnen seidenen Schnur aufzuhängen; zu sehr genauen Messungen aber wird erfordert, dass die Schnur durch einen feinen Silberdraht von etwa 0,1 Millimeter Dicke ersetzt und die auf's Sorgfältigste gearbeitete Birne so an diesen Draht befestigt werde, dass ihre Spitze genau in der Verlängerung des Drahts liegt.

§. 33.

Der Doppelsenkel.

Fig. 11.



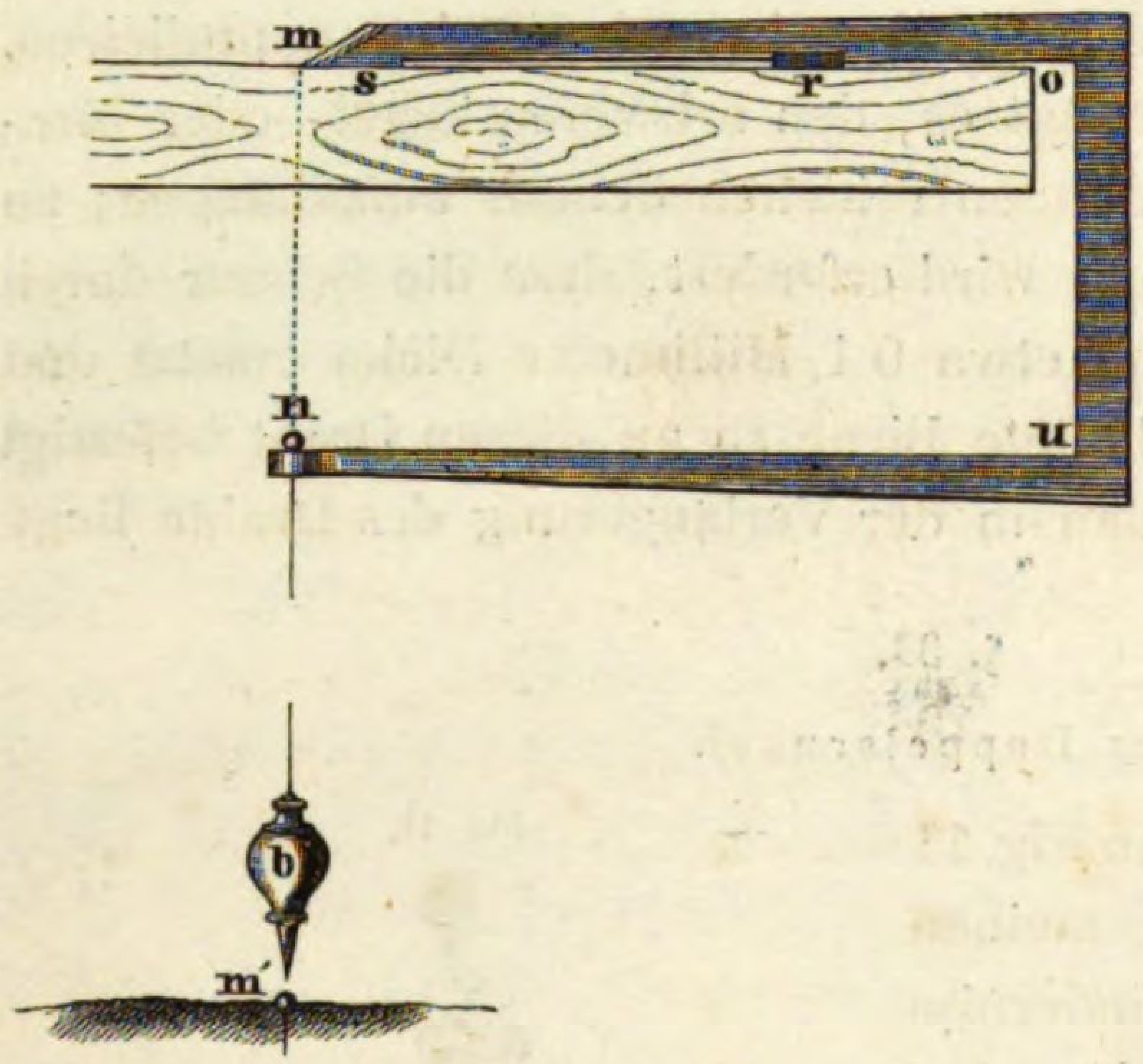
Dieser Senkel, welcher in Fig. 11 abgebildet ist, dient im Allgemeinen dazu, zwei durch kein Hinderniss getrennte Punkte in eine lothrechte Richtung zu bringen, wie z. B. eine bestimmte Stelle eines Messinstruments und einen auf dem Felde bezeichneten Punkt. Er unterscheidet sich von dem einfachen Senkel nur dadurch, dass er leicht aufgehängt und nach Belieben verlängert oder verkürzt werden kann. Zu dem Zwecke befindet sich die metallene Birne (b) an dem einen Ende einer seidenen Schnur, welche durch einen mit der Birne gleichschweren Messingcylinder (c) und einen zum Aufhängen dienenden Ring (a) geht, während das andere Ende dieser Schnur in dem genannten Cylinder festgehalten wird. Sein Gebrauch versteht sich von selbst.

§. 34.

Die Lothgabel.

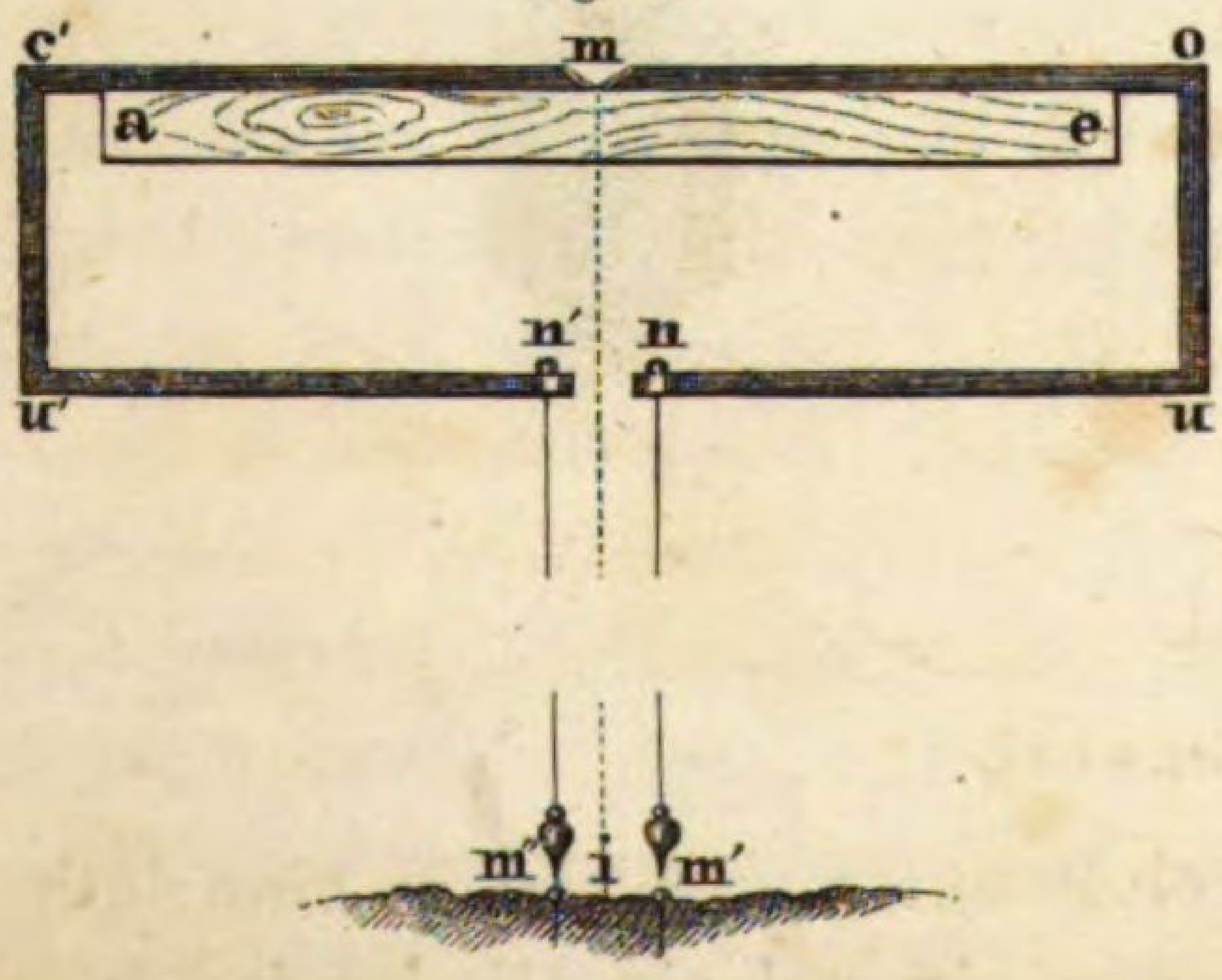
Befindet sich zwischen den zwei Punkten, welche in eine lothrechte Richtung gebracht werden sollen, irgend ein Hinderniss, das

Fig. 12.



die Anwendung des einfachen oder doppelten Senkels unmöglich macht, wie dieses z. B. der Fall ist, wenn der eine Punkt (m) auf einem Zeichenbrette gegegeben ist oder gesucht wird: so kann man sich der Lothgabel (Fig. 12) bedienen, welche nichts anderes als ein an einem gabelförmigen Träger angebrachter einfacher oder doppelter Senkel ist. Die Gabel kann von Metall oder Holz seyn und die nebengezeichnete oder eine andere Form haben: immer kommt es nur darauf an, dass ihr oberer Schenkel eben aufgelegt werden kann und eine feine Spitze (m) hat, während der untere Schenkel gerade so lang ist, dass bei wagrechter Lage des oberen und angespannter Schnur deren lothrechte Richtung durch die Spitze (m) geht. Es ist klar, dass, wenn die Spitze der Lothgabel an den gegebenen Punkt m gebracht und so gehalten wird, dass der obere Schenkel mo wagrecht ist, die Birne b die Projection oder das Bild m' des Punktes m anzeigt, und umgekehrt, dass, wenn die Birne erst über einen auf dem Felde gegebenen Punkt m' gebracht und die Lothgabel wie vorhin gehalten wird, die Spitze den Punkt m' auf p in m projicirt (abbildet).

Fig. 13.



Will man untersuchen, ob eine Lothgabel richtig ist, so stelle man auf später anzugebende Weise ein ebenes Brett wagrecht und senkele einen auf demselben angenommenen beliebigen Punkt m auf das Feld. Es sey m' dessen Bild. Hierauf bringe man, wie Fig. 13 zeigt, die Lothgabel in eine der vorigen entgegengesetzte Lage, ihre Spitze

aber wieder genau an m, so erhält man ein zweites Bild (m″) dieses Punkts. Ist die Lothgabel richtig, so müssen nothwendig beide Bilder zusammenfallen; hat sie aber einen Fehler, so wird dieser, wie man leicht einsieht, durch den Abstand der Bilder m′ und m″ seiner Grösse und Lage nach angezeigt. In dem hier gezeichneten Falle ist der obere Schenkel zu lang; läge aber m′ in m″ und umgekehrt, so wäre er zu kurz. Er müsste also in dem ersten Falle um $\frac{1}{2}$ (m′ m″) verkürzt, in dem zweiten aber um eben so viel verlängert werden. Da aus leicht begreiflichen Gründen für diese Verbesserungen an der Gabel keine Vorrichtungen angebracht sind, so müssten allenfallsige Abänderungen, wenn sie nöthig werden sollten, von dem Mechaniker selbst vorgenommen werden.

Die Libellen oder Wasserwagen.

§. 35.

Die Libellen sind die empfindlichsten und desshalb wichtigsten Vorrichtungeu zur Herstellung wag- und lothrechter Linien und Ebenen. Ausserdem dienen sie zur Messung geringer Abweichungen der zu ihnen parallel oder senkrecht gestellten Richtungen von der wag- oder lothrechten Lage. Sie bestehen der Hauptsache nach aus einem in Messing gefassten verschlossenen Glasgefässe, welches mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten, einer tropfbaren und einer luftförmigen, angefüllt ist, von denen die letztere als die specifisch leichtere auf der ersteren schwimmt und als Luftblase erscheint. Das Glasgefässe ist entweder wie eine Röhre oder eine runde Dose geformt, und man unterscheidet desshalb Röhren- und Dosenlibellen. Die letzteren sind aber nunmehr ziemlich ausser Gebrauch gekommen, und wo sie noch angewendet werden, bedürfen sie nur einer sehr geringen Empfindlichkeit. Die tropfbare Flüssigkeit in dem Gefässe war ehemals Wasser und die elastische atmosphärische Luft; daher die Namen „Wasserwage“ und „Luftblase.“ In neuerer Zeit wendet man aber bei den weniger feinen Libellen Weingeist und bei den feineren und feinsten Schwefeläther (Vitriolnaphta) zur Füllung an, und lässt die Luftblase nicht aus atmosphärischer Luft, sondern aus Dampf der eingefüllten Flüssigkeit bestehen. Dieser Dampf wird dadurch erzeugt, dass man das Gefäss bei gewöhnlicher Temperatur bis auf einen kleinen Raum mit Flüssigkeit anfüllt und

hieraut in ein Sandbad von etwa 30^0 Wärme bringt, wodurch die Flüssigkeit in Folge der Ausdehnung bis an den Rand des Gefässes steigt. Schliesst man in diesem Augenblicke das letztere durch Zuschmelzen oder auf andere Weise luftdicht ab, so wird sich in demselben mit der Entwärmung der Flüssigkeit ein luftleerer Raum zu bilden suchen, den aber sofort Dampf von der eingeschlossenen Flüssigkeit ausfüllt. Dieser Dampf verdichtet sich, wenn die Flüssigkeit durch Erwärmung wieder ausgedehnt wird, so weit es erforderlich ist; es werden auf diese Weise gefährliche Spannungen in dem Gefässe vermieden, und hierin liegt der Vorzug einer Dampfblase vor der Blase aus atmosphärischer Luft.

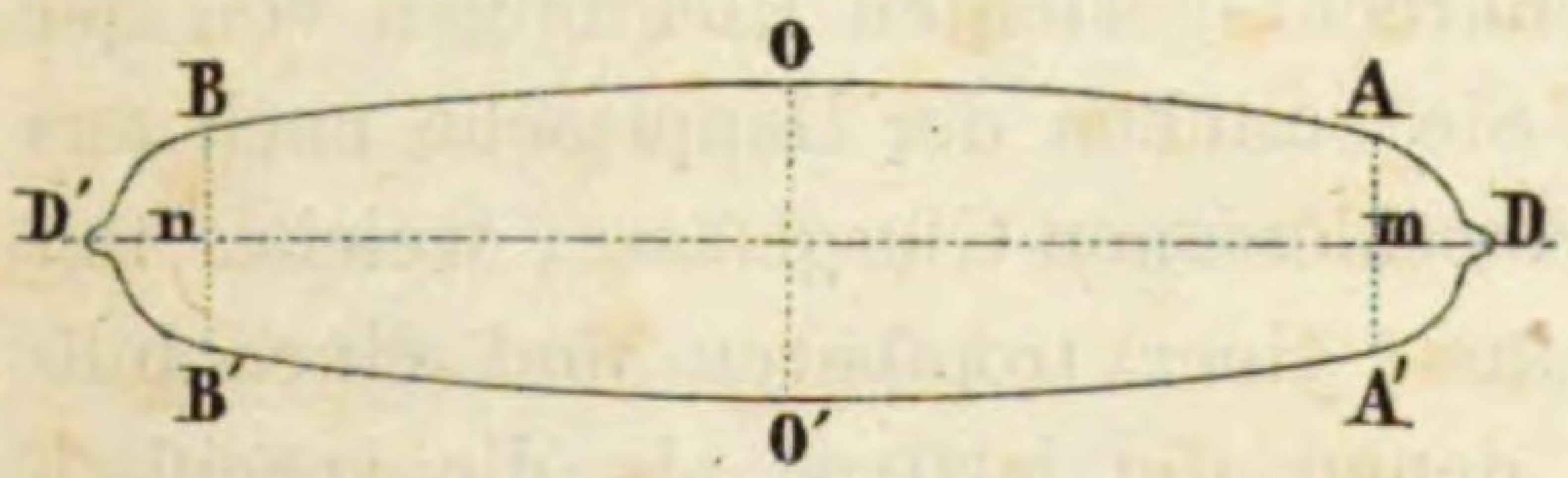
a) Die Röhrenlibelle.

§. 36.

Ausschlag der Blase.

Stellt man sich unter AB in Fig. 14 einen sehr flachen Kreisbogen und unter DD′ eine seiner Sehne parallele Linie vor, so kann man sich die mathematische Form einer Libellenröhre durch Drehung des Bogens AB um die Axe DD′ erzeugt denken. Alle senkrechten Querschnitte der Röhre sind Kreise von verschiedenen Durchmessern, alle Längenschnitte durch die Axe aber einander und der Figur ABB′A′ gleich.

Fig. 14.



Für die nächstfolgenden mathematischen Betrachtungen wollen wir uns der Einfachheit halber den Längenschnitt der Libelle bloss aus einem Kreisbogen und seiner Sehne bestehend denken und dabei die Sehne oder eine mit ihr parallele Linie als Libellenaxe ansehen.

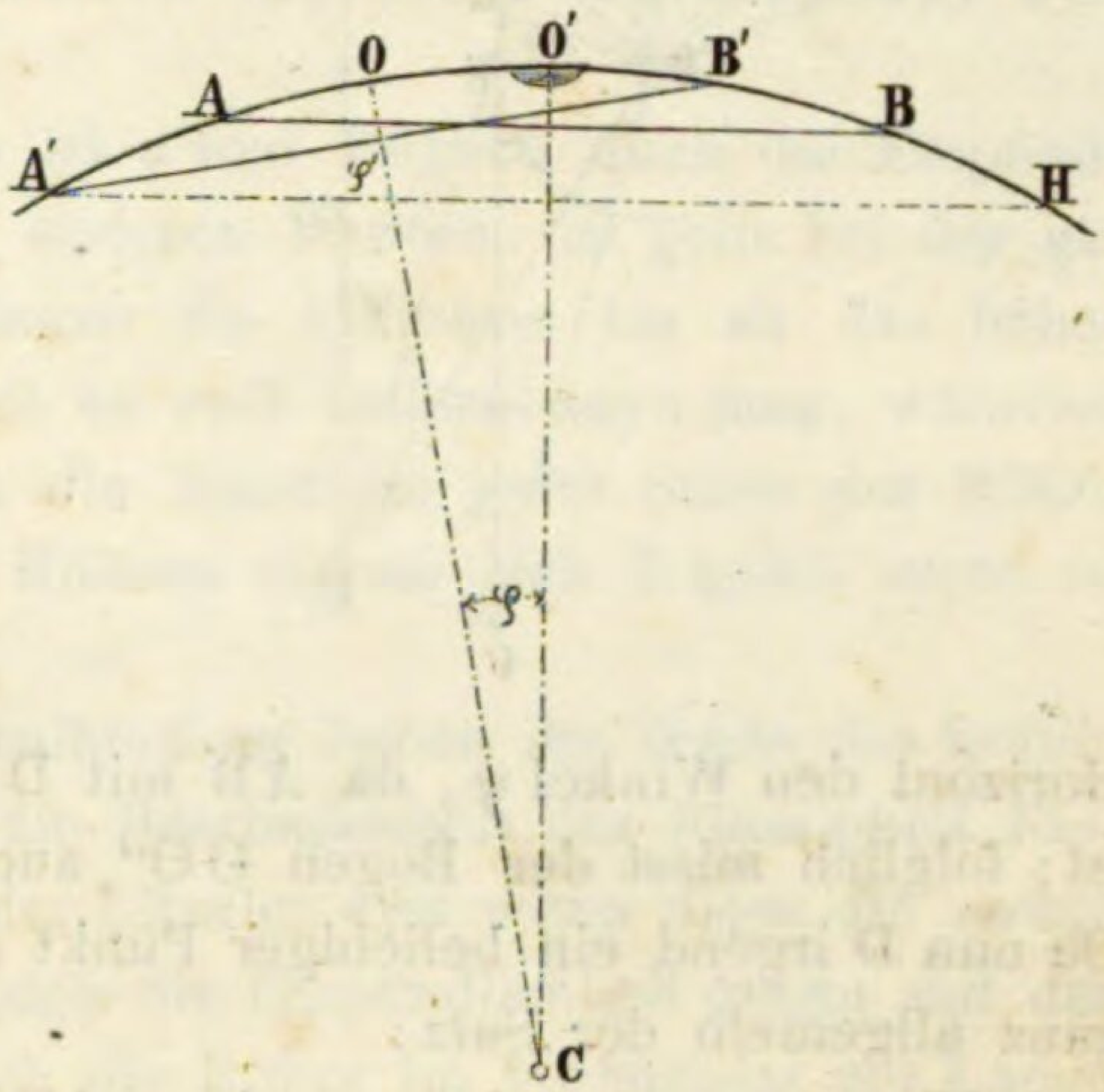
Unsere dermalige Absicht ist, die Abhängigkeit des Standes der Luftblase von der Lage der Libellenröhre zu zeigen. Diese Untersuchung stützt sich auf die physikalische Thatsache, dass die Luftblase stets den höchsten Theil der Röhre einnimmt, und auf die geometrische Wahrheit, dass der höchste Punkt eines Vertikalkreises dessen Durchschnitt mit dem lothrecht aufwärts gehenden Halbmesser ist.

Man überzeugt sich leicht, dass es gewisse Drehungen der Libelle

gibt, bei welchen die Mitte der Luftblase ihren Ort im Raume nicht ändert, und wieder andere, bei welchen sie um einen bestimmten Bogen, den man ihren Ausschlag nennt, von der Mitte des Röhrenbogens abweicht.

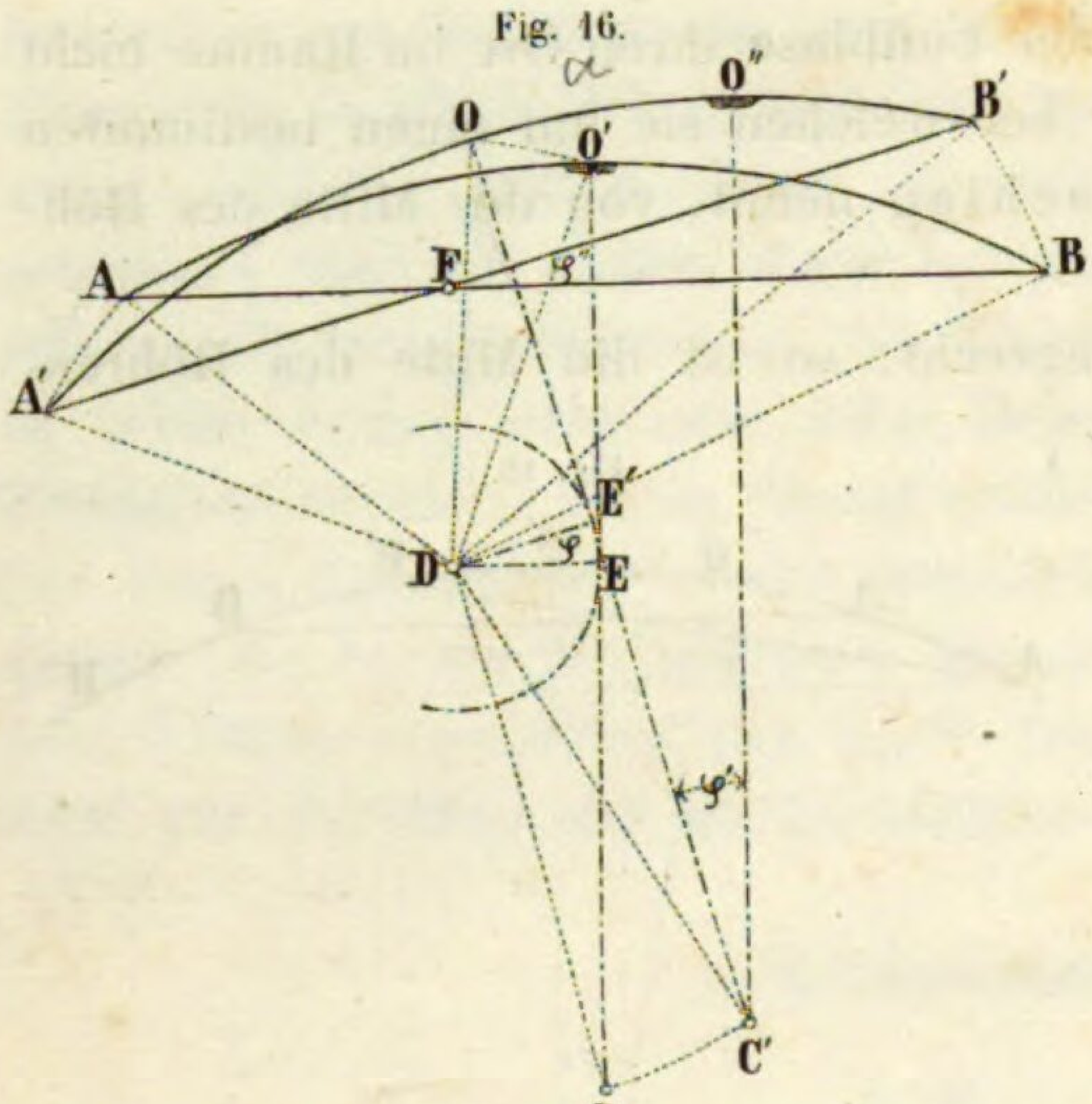
Steht die Libellenaxe wagrecht, so ist die Mitte des Röhrenbogens, weil sie am weitesten von der Axe absteht, auch der höchste Punkt der Libelle; mithin treffen die Punkte O und O′ zusammen, was man dadurch ausdrückt, dass man sagt, „die Blase spielt ein.“ Dreht man die Libelle um ihre wagrechte Axe, so wird die Luftblase stehen bleiben, weil in jedem Augenblicke ihre Mitte und der höchste Punkt der Röhre zusammenfallen; dreht man bei wagrechter Axe die Libelle um ihren lothrechten Halbmesser, so erfolgt wieder keine Ortsveränderung der Blasenmitte, weil die Punkte O und O′ nicht aus der lothrechten Drehaxe heraustreten; und dreht man endlich die Libelle um eine wagrechte Axe, welche durch den Mittelpunkt C des lothrechten Längenschnitts der Libelle geht, so gehen zwar die Punkte O und O′ um den Ausschlag OO′ auseinander, die Blase aber verlässt ihren Ort O′ nicht, während der Bogen $OO' = a$ den Winkel φ misst, um welchen die Libelle gedreht wurde.

Fig. 15.



Denkt man sich in irgend einem beliebigen Punkte D der lothrechten Schnittebene A O′ B (Fig. 16) eine zu dieser Ebene senkrechte und folglich auch wagrechte Axe, um welche die einspielende Libelle AB gedreht wird, so ist der Vorgang dieser Drehung folgender: der wagrechte Hebelsarm DE kommt in die Lage DE′ und bildet nun mit dem Horizont einen Winkel $E'DE = \varphi$. Zieht man in E′ eine Senkrechte auf DE′ und macht $E'C = EC$, so ist C′ die neue Lage des Mittelpunkts C des Röhrenbogens, und wenn man mit $C'O = CO'$ aus C′ den Bogen A′OB beschreibt, so stellt A′B′ die Libelle in ihrer neuen Lage mit dem Mittelpunkte O des Bogens vor. Führt man

Fig. 16.



durch C' den lothrechten Halbmesser C'O'', so ist dessen Schnitt O'' mit dem Bogen A'B' die Mitte der Luftblase an ihrem neuen Standorte, und folglich OO'' der Ausschlag a, welchen die Libelle anzeigt. Dieser Ausschlag misst offenbar den Winkel OC'O'', und dieser ist = EDE' = φ, weil C'O'' und C'O beziehlich auf DE und DE' senkrecht stehen. Es bildet aber auch die Libellenaxe A'B' mit dem Horizont den Winkel φ, da AB mit DE und A'B' mit DE' parallel ist; folglich misst der Bogen OO'' auch den Neigungswinkel B'FB. Da nun D irgend ein beliebiger Punkt der Ebene AO'B ist, so folgt ganz allgemein der Satz:

Wenn man eine Röhrenlibelle um irgend eine zu ihrer eigenen Axe senkrecht gerichtete wagrechte Axe dreht, so ist der Ausschlag der Luftblase das Mass des Neigungswinkels der Libellenaxe gegen den Horizont.

§. 37.

Empfindlichkeit der Libelle.

Eine Libelle ist jedenfalls um so empfindlicher, je kleinere Abweichungen ihrer Axe von der wagrechten Lage sie noch anzeigt, je grösser also ihr Ausschlag im Verhältniss zum Neigungswinkel ist. Dieses Verhältniss wollen wir die Empfindlichkeit der Libelle nennen und sofort durch einen analytischen Ausdruck darstellen. Zu dem Ende bezeichne

a den Ausschlag der Luftblase in irgend einer Längeneinheit,

r den Halbmesser des Röhrenbogens in derselben Einheit, und

φ den Neigungswinkel der Libellenaxe gegen den Horizont in Sekunden.

Nach Fig. 15 verhält sich

$$a : 2\,r\,\pi = \varphi : 360 \,.\, 60 \,.\, 60$$

und hieraus folgt:

$$\frac{a}{\varphi} = \frac{r}{206265} \; (= \varrho) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

d. h. die Empfindlichkeit einer Libelle wächst unter übrigens gleichen Umständen mit dem Halbmesser des Röhrenbogens.

Bei cylindrischen Röhren ist r und folglich auch die Empfindlichkeit unendlich gross; mit anderen Worten: es geht bei der geringsten Neigung der Libellenaxe die Luftblase bis an das höher gelegene Röhrenende, wie weit es auch entfernt seyn mag, während bei wagrechter Lage der Axe die Blase an jeder Stelle der Röhre stehen bleiben kann. Solche Röhren eignen sich folglich nicht zu Libellen.

Ausser dem Krümmungshalbmesser haben die Weite der Röhre, die Länge der Luftblase und die Beschaffenheit der Flüssigkeit Einfluss auf die Empfindlichkeit der Libelle: erst wenn diese die rechte Beschaffenheit haben, ändert sich die Empfindlichkeit genau mit der Krümmung. Je weiter nämlich die Röhre im Verhältniss zur Länge ist, desto geringer wird der Einfluss des benetzten Umfangs auf die Bewegung der Flüssigkeit: die Weite beträgt selten weniger als den neunten, aber auch nicht mehr als den sechsten Theil der Röhrenlänge. Wenn die Libellen mit Naphta gefüllt sind, so geht die Bewegung leichter und regelmässiger von statten als bei Füllungen von Weingeist: auf die Glätte der Röhrenwand kommt dabei wenig an. Durch die Länge der Luftblase wird die Empfindlichkeit der Libelle nur dann einigermassen beeinträchtigt, wenn dieselbe mehr als ein Drittel und weniger als ein Fünftel der Röhrenlänge beträgt: lange Blasen bewegen sich unter sonst gleichen Verhältnissen schneller als kurze.

Die Grösse der Luftblase ändert sich mit der Temperatur in der Weise, dass sie bei grösserer Wärme kleiner und bei abnehmender Wärme grösser wird. Diese Aenderung hat nichts Auffallendes, wenn man bedenkt, dass der Weingeist und der Schwefeläther ein stärkeres Ausdehnungsvermögen besitzen als das Glas, in das sie gefüllt sind. Sie hindert aber auch nicht, dass die Mitte der Luftblase stets die höchste Stelle der Röhre einnehme, so lange die Temperatur der

Libelle sich gleichmässig ändert. Nachtheilig wirken jedoch auf den Ausschlag der Blase örtliche Temperaturveränderungen an der Libelle, welche durch Anfassen, Anhauchen, Auffallen der Sonnenstrahlen etc. entstehen. Diese müssen daher immer sorgfältig vermieden werden.

Auf feineren Libellen findet man das Mass ihrer Empfindlichkeit durch Angabe des Ausschlags für einen bestimmten Neigungswinkel angemerkt. Aus dieser Angabe kann man sofort mit Hilfe der Gleichung (15) den Krümmungshalbmesser

$$r = 206265 \cdot \frac{a}{\varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

finden, indem man für a und φ die gegebenen Werthe (a in irgend einer Längeneinheit, φ aber in Sekunden) setzt. So berechnet man z. B. nach der Aufschrift: „16‴ Par = 1 Min." den Halbmesser r, wenn man in vorstehender Gleichung a = 16‴ und φ = 1 Min. = 60 Sekd. einstellt, gleich 55004 Par. Linien = 382 Pariser Fuss. Ganz feine Röhrenlibellen haben noch grössere Krümmungshalbmesser.

Ist dieser Halbmesser bekannt, so gibt die Gleichung (15) den zu einem bestimmten Ausschlage a gehörigen Neigungswinkel

$$\varphi = 206265 \cdot \frac{a}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Wäre z. B. r = 1000′ und a = 0′,005, so fände man φ = 1,03 Sekunden.

§. 38.

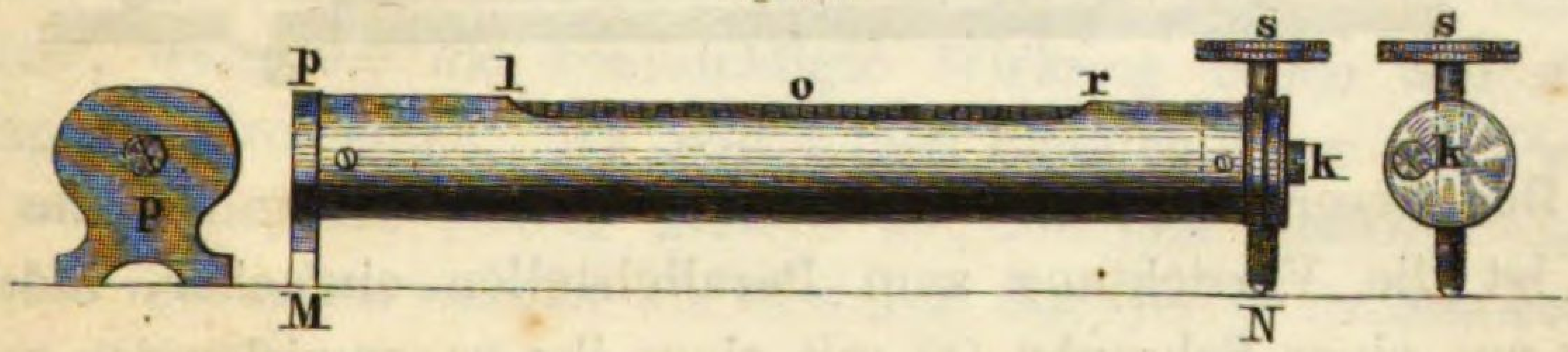
Libellenfassungen.

Reichenbach und Fraunhofer haben zuerst tonnenförmig ausgeschliffene Glasröhren zu Libellen angewendet und dadurch diese unentbehrlichen Hilfsmittel der Messung bedeutend vervollkommnet. Früher krümmte man, wie bei weniger feinen Libellen heute noch geschieht, cylindrische Glasröhren dadurch, dass man sie mit ihren Enden so lange über glühende Kohlen hielt, bis sie sich durch ihr eigenes Gewicht etwas bogen. Den Verschluss der Röhren nach der Füllung bewirkte man lange Zeit hindurch mit Glasplatten, die an die abgeschliffenen Enden gepasst und mit Blase und Gummi befestigt wurden; in neuerer Zeit sind aber die meisten Mechaniker davon wieder abgegangen und zu dem Zuschmelzen der Röhrenenden zurückgekehrt, was ohne Zweifel dem erstgenannten Verschlusse vorzuziehen ist.

Jede Libellenröhre erhält auf der Seite, welche die gleichförmigste Krümmung zeigt, eine Scale mit gleichen Theilen, um darnach die Luftblase einstellen oder ihren Ausschlag ablesen zu können. Diese Eintheilung hat in der Regel nur einen Nullpunkt in der Mitte des Röhrenbogens; manchmal aber auch zwei, welche dann gleichweit von der Mitte und unter einander etwas weniger abstehen als die Blase lang ist, damit deren Enden noch in die beiderseitigen Theilungen reichen. Die Grösse eines Scalentheiles ist zwar willkürlich, weicht aber gewöhnlich wenig oder gar nicht von einer Duodecimallinie ab. Die Theilstriche werden entweder in das Glas geritzt oder mit Oelfarbe fein aufgetragen; bei längeren Röhren erhalten sie eine von der Mitte ausgehende Bezifferung, welche bei kleineren wegbleiben kann.

Die fertige Röhre kommt in eine messingene Fassung, mit der sie entweder auf eine Ebene oder ein cylindrisches Rohr gestellt oder an feste Gegenstände aufgehängt werden kann. Je nach der Fassung unterscheidet man stehende und hängende Libellen. Die Fassungen sind nicht bloss nach der Art der Unterlage, sondern auch bei einer und derselben Unterlage nach dem Grad der Feinheit der Libelle und nach der Ansicht des Mechanikers verschieden. Wie aber auch die Fassung eingerichtet seyn mag, so muss sie die Bedingung erfüllen, dass die Libellenaxe der Axe der Unterlage parallel gestellt werden kann, und desshalb müssen an ihr Stellschrauben und was dazu gehört angebracht seyn. Wir wollen nunmehr einige Fassungen näher beschreiben.

Fig. 17.



Vorstehende Libelle dient zum Horizontalstellen von Ebenen, auf welche sie aufgesetzt werden kann. Die Glasröhre ist von einem oben offenen Messingcylinder umgeben, welcher auf einem senkrechten Fusse (p) und einer Stellschraube (s) ruht. Durch diese Schraube kann die Röhre, indem sich die Fassung um die Unterkante (M) des Fusses dreht, gehoben und gesenkt, folglich berichtigt werden. Zur Vermeidung des todten Gangs der Schraube wird ihre

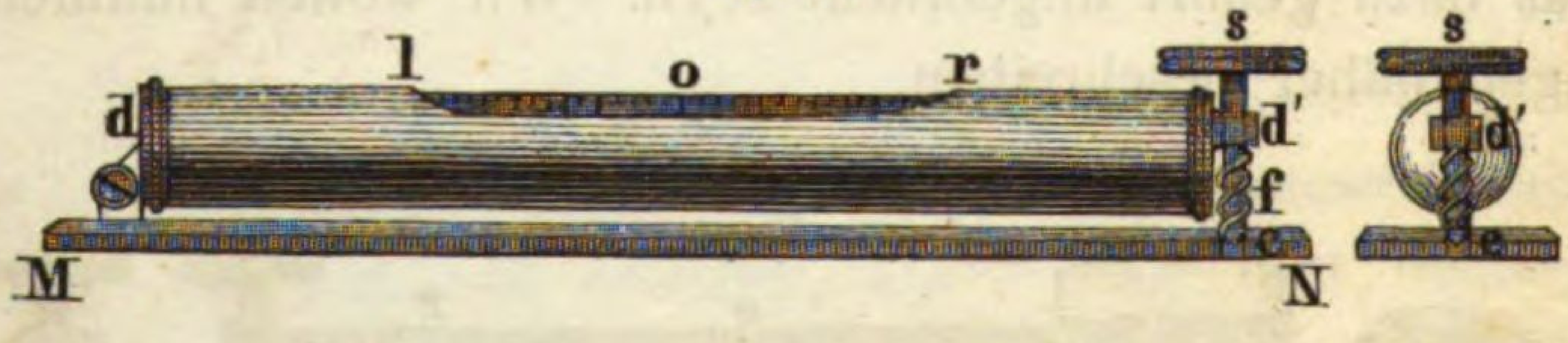
zur Hälfte aufgeschlitzte Mutter mit einer Klemmschraube (k) zusammengehalten.

Fig. 18.



Auch diese zweite Libelle wird auf ebenen Unterlagen gebraucht, um sie wagrecht zu stellen oder ihre geringe Neigung gegen den Horizont zu messen. Der oben offene Messingcylinder ruht auf einem ebenen Lineale (M N), mit dem er durch zwei Träger (d, d') verbunden ist, wovon der eine (d) als Stütze des Drehpunktes dient, während der andere (d') die beiden Stellschrauben a, b aufnimmt, deren Wirkungsweise sehr einfach ist. Dreht man nämlich zuerst die untere und hierauf die obere Schraube vorwärts (d. h. in die Mutter), so senkt sich der Cylinder; dreht man aber zuerst die obere und dann die untere Schraube rückwärts (also aus der Mutter), so hebt sich der Cylinder. Auf diese Weise kann die Libellenaxe mit der ebenen Unterlage der Fassung parallel gestellt werden. Damit diese Stellung möglichst gesichert ist, müssen die Schräubchen a und b fest an dem Ansatz d' anliegen.

Fig. 19.

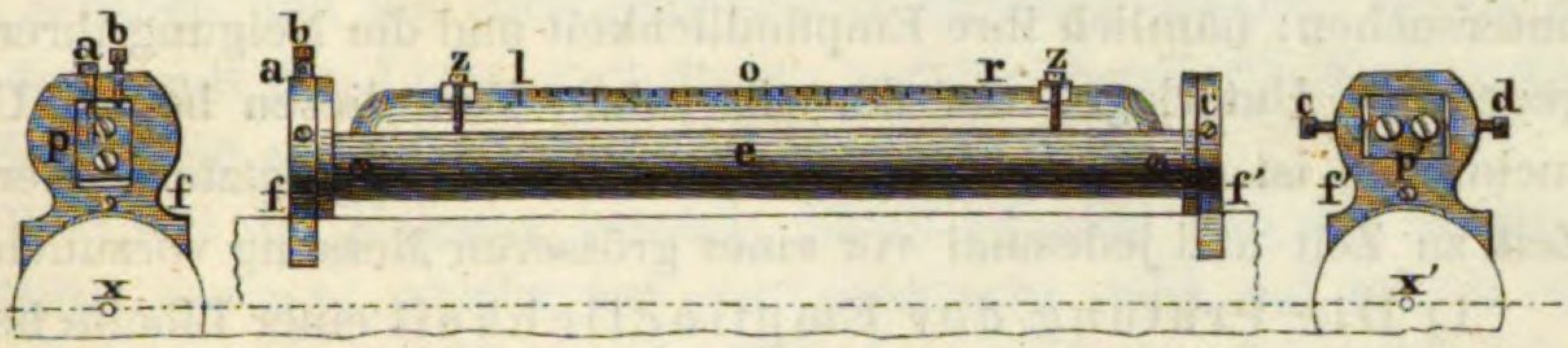


Bei dieser Libelle, welche dieselbe Bestimmung wie die vorige hat, ist die Vorrichtung zum Parallelstellen einfacher, indem sie bloss aus einer Schraube (s) mit einer ihr gegenwirkenden und um sie gewundenen Stahlfeder (f) besteht. Die Schraube greift in das Lineal ein, während sich die Feder auf dasselbe und an den Vorsprung d' des Messingcylinders stützt. Da sich die Fassung um den Punkt d drehen kann, so wird sie durch das Vor- und Rückwärtsdrehen der Schraube gesenkt und gehoben.

Diese Libelle wird auf eine cylindrische Röhre oder massive Axe aufgesetzt und dient zur Horizontalstellung derselben oder zur

Messung ihrer Abweichung von der wagrechten Lage. Die Glasröhre ruht auf untergelegten Staniolblättchen in einem Halbcylinder (e)

Fig. 20.



und wird darin durch zwei sanft angedrückte Stege (z, z) festgehalten. Das Lager der Röhre steht durch zwei Ansätze (p, p') mit eben so vielen senkrecht gestellten und unten cylindrisch ausgeschliffenen Füssen (f, f') in Verbindung und kann durch vier Schräubchen (a, b und c, d) gegen die Axe der Unterlage verstellt, d. h. auf und ab oder nach rechts und links geschoben werden.

Da nämlich c und d auf den Ansatz p' drücken, so erfolgt, wenn c rück- und d vorwärts gedreht wird, eine Bewegung der Libellenaxe von d nach c; und es tritt die entgegengesetzte Bewegung ein, wenn d rück- und c vorwärts geschraubt wird. Von den Schräubchen a und b greift das erstere in den Ansatz p ein, während das andere nur auf ihn drückt. Dreht man nun a zurück und b um gleichviel vor, so senkt sich die Libellenaxe bei f so weit als a zurückging; und dreht man erst b zurück und hierauf a vor, so hebt sich die Axe bei f um die rückgängige Bewegung von b.

Man sieht hieraus leicht, dass man von den vier Stellschräubchen immer je zwei miteinander und in der rechten Folge behandeln muss, wenn sie die beabsichtigte Wirkung geben und nicht beschädigt werden sollen. An sehr feinen Libellen kann der Cylinder e, wenn die Axe richtig gestellt ist, mit den Füssen f und f' noch fester verbunden werden als es durch die vier Stellschräubchen allein möglich ist. Es steht nämlich, wie weiter unten an der Libelle des Ertel'schen Repetitionstheodolithen zu ersehen, jeder der Ansätze p und p' mit einem Plättchen q in Verbindung, das durch zwei Klemmschrauben, welche auch auf p und p' angedeutet sind, gegen die Aussenfläche der Füsse gedrückt werden kann, um jede zufällige Bewegung des Lagers e zu verhüten. Wenn diese Plättchen angebracht sind, müssen selbstverständlich die Klemmschrauben gelüftet werden, ehe man die Stellschrauben dreht.

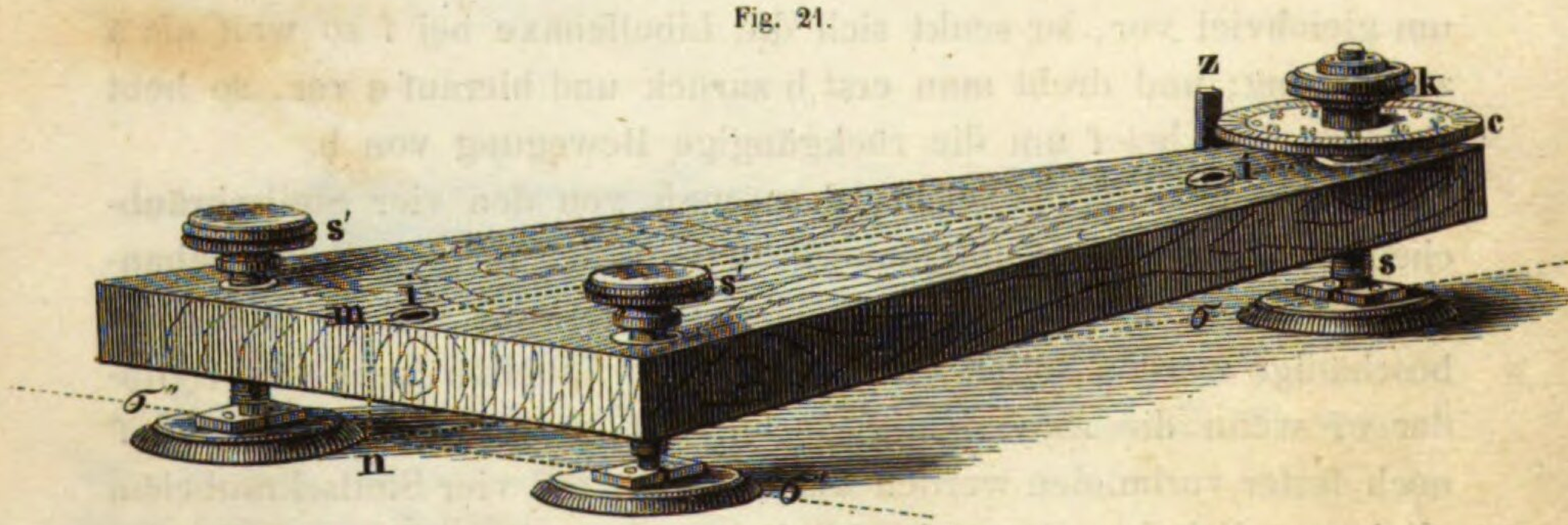
§. 39.

Prüfung und Berichtigung.

An einer Röhrenlibelle sind vorzugsweise zwei Eigenschaften zu untersuchen: nämlich ihre Empfindlichkeit und die Neigung ihrer Axe gegen die Unterlage, auf der sie ruht. Von diesen beiden Untersuchungen ist die erstere nur ein für allemal, die letztere aber von Zeit zu Zeit und jedesmal vor einer grösseren Messung vorzunehmen.

1) Die Prüfung der Empfindlichkeit einer Libelle besteht darin, dass man die Ausschläge der Luftblase für bestimmte Neigungswinkel der Axe bestimmt und untersucht, ob sich diese Ausschläge in demselben Verhältnisse ändern wie die Neigungswinkel. Diese Prüfung erfordert eine Vorrichtung, womit man die Neigung der Libelle verändern und genau messen kann. Eine solche Vorrichtung gewährt zwar jeder Theodolith oder jedes feine Nivellirinstrument; da wir aber diese Instrumente hier noch nicht als bekannt voraussetzen können, so bedienen wir uns des einfachen Apparats, welcher ausschliesslich zur Prüfung der Libellen bestimmt ist und den man das Justir- oder Legebrett nennt. Die folgenden zwei Figuren stellen das Legebrett dar, welches wir für die Münchener polytechnische Schule anfertigen liessen.

Fig. 21.



Ein trapezförmiges Brett (mi) von 1 Zoll Dicke und 15 Zoll Länge wird von 3 mit beweglichen Fussplatten (σ, σ', σ'') versehenen Stellschrauben (s, s' s'') getragen und damit nach Belieben in eine wagrechte oder geneigte Lage gebracht. Die an der Spitze des Bretts befindliche Schraube (s) trägt eine am Rande in 100 gleiche Theile getheilte Kreisplatte (c), wodurch mit Hilfe eines neben ihr stehenden festen Zeigers (z) ganze und Hundertel Umdrehungen der Schraube

genau gemessen und kleinere Theile als Hundertel noch geschätzt werden können. Steht das Brett auf einer festen Unterlage, so wird es sich bei rechtseitiger Drehung der Schraube s an der schmalen Seite erheben und bei entgegengesetzter Drehung senken, indem es sich dabei um die Linie $\sigma'\sigma''$ dreht, welche durch die Fusspunkte der Schrauben s' und s'' gelegt gedacht wird.

Wie viel die Neigung beträgt, hängt offenbar von der Länge e der Mittellinie ns, welche auf $\sigma'\sigma''$ senkrecht steht und bis an die Axe der Schraube s reicht, von der Höhe h eines Gangs dieser Schraube und von der Anzahl u der Umdrehungen ab, welche nöthig sind, um die Linie mi, die auf der Oberfläche des Bretts und in der Ebene nσs liegt, um einen Winkel α zu bewegen. Setzt man voraus, dass die Drehungslinie $\sigma'\sigma''$ nahehin mit s's'' parallel und annähernd horizontal ist, so hat man genau genug

$$e \tang \alpha = u h$$

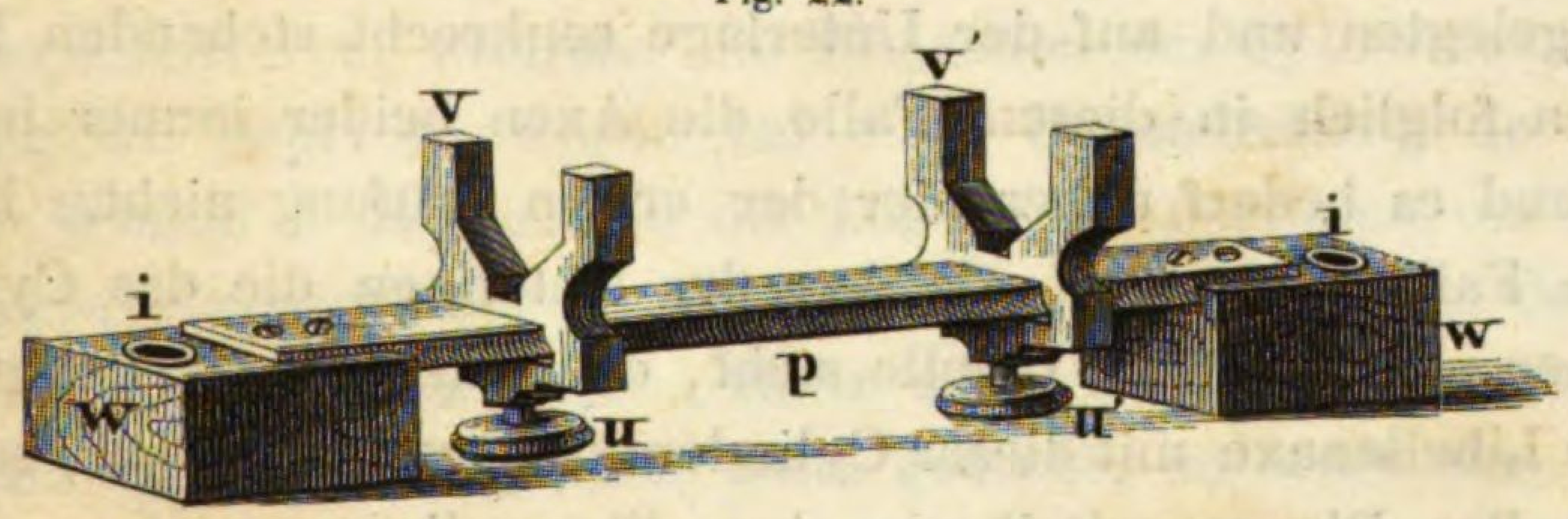
und hieraus, da α stets ein sehr kleiner Winkel ist,

$$\alpha = 206265 \cdot \frac{h}{e} \cdot u \text{ Sek.} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

An unserem Apparate ist nach sehr genauen mittel- und unmittelbaren Messungen das Verhältniss h : e = 0,001491 und demnach für denselben α = 307,54 u Sekunden.

So weit der Apparat bis jetzt beschrieben ist, dient er zur Prüfung bereits gefasster Libellen, welche sich auf das Brett längs der Linie mi aufsetzen lassen; aber er ist noch nicht geeignet, ungefasste Libellenröhren aufzunehmen. Hiezu dient das Lager, welches die folgende Figur darstellt.

Fig. 22.



Dasselbe besteht aus einer $1\frac{1}{2}$ Zoll breiten, 10 Zoll langen Messingplatte (p), welche auf 2 würfelförmige Holzstücke (w, w) von gleicher Höhe geschraubt ist, und aus 2 Gabeln (v, v'), welche sich längs der Platte p verschieben und auf ihr durch Schrauben

(u, u′) feststellen lassen. Diese Gabeln nehmen die Röhre und zwar so auf, dass ihre Axe nahe genug mit p parallel ist. Will man dieses Lager nicht lose auf das Brett (mi) stellen, so kann man es mit Schrauben in den Punkten (i, i) befestigen. Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dass die Axe einer auf diese Weise mit dem Legebrette verbundenen Libelle alle Bewegungen der Linie mi theilt, und dass folglich die Gleichung (18) auch für die Libellenaxe gilt. Die Prüfung der Empfindlichkeit der Libelle besteht somit nur mehr darin, die nach dieser Gleichung bestimmten Winkel mit den auf der Röhrenscala beobachteten recht- und linkseitigen Ausschlägen zu vergleichen. Sollte sich zeigen, dass letztere sich nicht wie die Drehungswinkel ändern, so hat man, wenn es nicht schon vorher geschehen, erst die Theilung auf der Libellenröhre nachzumessen, und wenn diese gleichmässig ist, die Röhre entweder besser ausschleifen oder durch eine neue ersetzen zu lassen, vorausgesetzt, dass die Abweichungen nicht so klein sind, dass sie übersehen werden können.

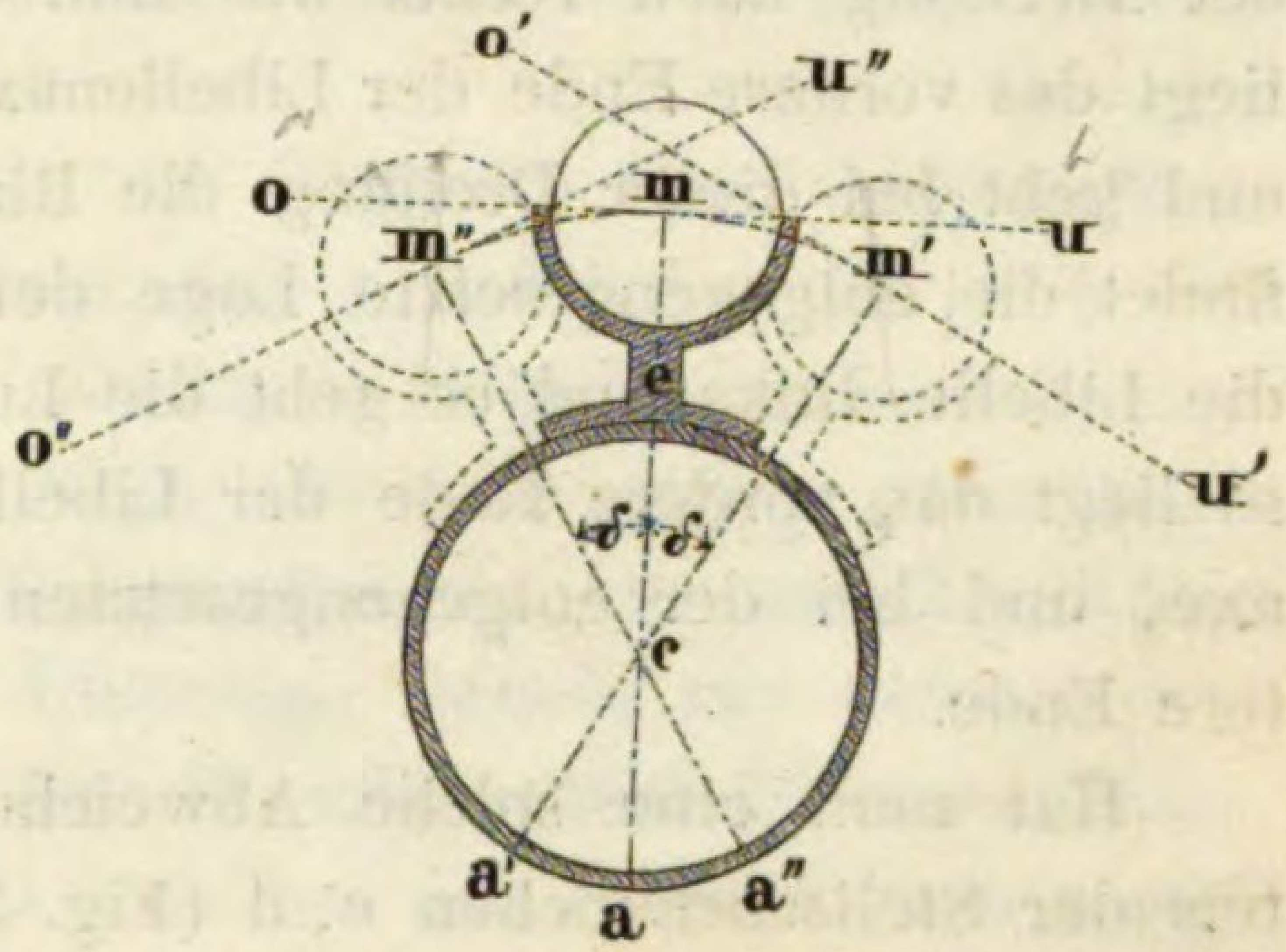
2) Die Prüfung der Lage der Libellenaxe erfordert, dass man sich erst überzeugt, ob die Axen der Libelle und ihrer Unterlage in einer Ebene liegen und, wenn dieses der Fall ist, zweitens untersucht, ob beide mit einander parallel sind. Man macht diese Anforderungen desshalb, weil im Falle ihrer Erfüllung das Horizontalstellen von Linien und Ebenen am leichtesten und einfachsten geschehen kann, in so ferne die parallele Axe der Unterlage gleichzeitig mit der Libellenaxe horizontal wird.

Eine Libelle kann, wie wir schon gesehen haben, entweder auf einer Ebene oder auf einem Cylinder stehen. In dem ersteren Falle ist die Axe der Unterlage deren Schnitt mit einer durch die Libellenaxe gelegten und auf der Unterlage senkrecht stehenden Ebene: es liegen folglich in diesem Falle die Axen beider immer in einer Ebene und es bedarf daher hier der ersten Prüfung nicht. In dem zweiten Falle aber wird als Axe der Unterlage die des Cylinders angesehen, auf dem die Libelle steht, oder an dem sie hängt. Soll nun die Libellenaxe mit dieser Cylinderaxe parallel werden, so muss sie vor allen Dingen mit ihr in einer Ebene liegen.

a) Um zu erfahren, ob diese Bedingung erfüllt ist, bedienen wir uns vorläufig, da wir noch keine andere Vorrichtung kennen, des Legebrettes (Fig. 21) mit dem aufgeschraubten Lager (Fig. 22), in das wir uns einen genau gearbeiteten Cylinder gelegt denken.

Auf diesen Cylinder, der in Fällen der Anwendung gewöhnlich einem Fernrohr angehört, stellen wir die nach Fig. 20 gefasste und auf den Cylinder passende Libelle. Bringt man mit der Schraube s die Libelle zum Einspielen, so ist deren Axe wagrecht, mag es die des Cylinders seyn oder nicht und mögen beide in einer Ebene liegen oder nicht. Lägen beide Axen in einer Ebene, ohne parallel zu seyn, so ist klar, dass die Blase nicht mehr einspielte, wenn die Libelle, wie folgende Figur zeigt, auf dem Cylinder um einen Winkel δ zur Seite gedreht würde. Die Luftblase ginge nach einer von der Neigung der Cylinderaxe abhängigen Richtung vorwärts. Drehte man hierauf die Libelle auf die entgegengesetzte Seite des Cylinders, so bliebe die Bewegung der Blase dieselbe wie vorhin. Umgekehrt kann man hieraus schliessen, dass **die Libellen- und Cylinderaxe in einer Ebene liegen, wenn bei entgegengesetzten Drehungen der Libelle auf dem Cylinder die Luftblase nach ein und derselben Richtung ausweicht.**

Fig. 23.



Lägen aber die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene und stellte in Fig. 23, welche ein senkrechter Schnitt des Cylinders und der Libelle ist, die wagrechte Linie ou die Projection der Libellenaxe auf die Ebene der Figur in dem Augenblicke des Einspielens vor, während die Projection der Cylinderaxe in der Richtung ae liegt: so würde bei einer Seitendrehung der Libelle um den Winkel δ die Axe ou die Lage o'u' annehmen und folglich nicht mehr wagrecht seyn. Die Luftblase müsste sich in der Richtung von u' nach o' bewegen. Hätte man die Libelle um den Winkel δ auf die entgegengesetzte Seite gedreht, so wäre das Ende u der Axe über das o gekommen und die Luftblase von o'' nach u'' gegangen.

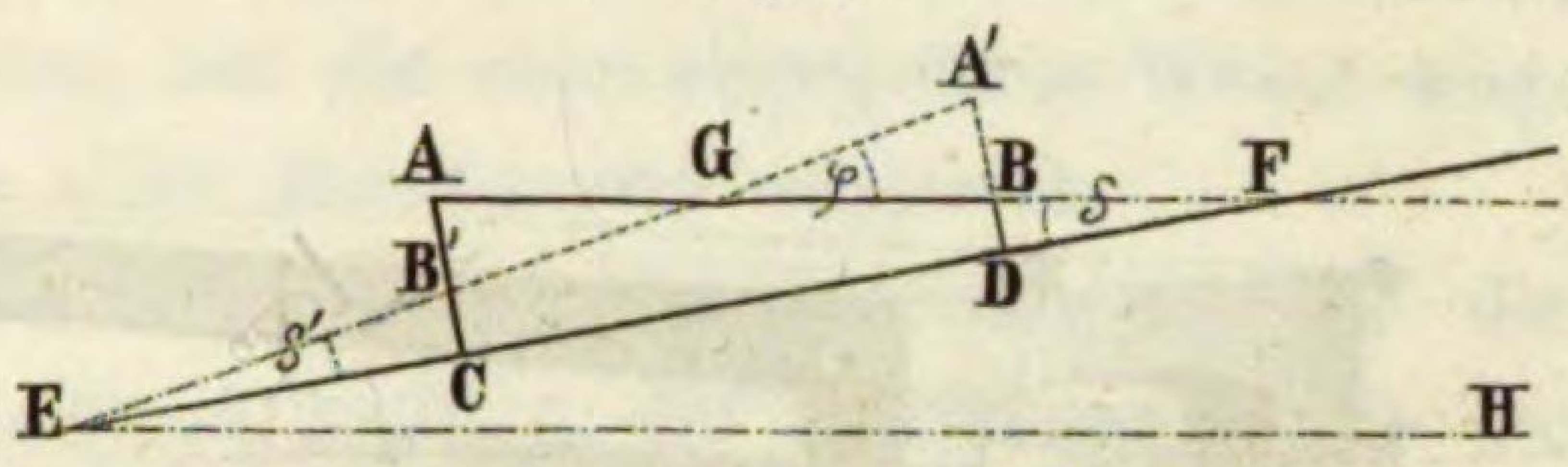
In diesem Vorgange besitzen wir nun ein Mittel, erstens den Fall zu erkennen, in welchem die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene liegen, und zweitens die gegenseitige Lage dieser Axen

anzugeben. Wenn nämlich die zum Einspielen gebrachte Luftblase bei entgegengesetzten Drehungen der Libelle auf ihrer cylindrischen Unterlage nach entgegengesetzten Enden der Libellenröhre sich bewegt, so liegen die Libellen- und Cylinderaxe nicht in einer Ebene. Um über die gegenseitige Stellung dieser Axen klar zu werden, denke man sich vor der Fig. 23 stehend und nehme an, dass u das vordere und o das hintere Ende der Libellenaxe sey. Geht nun bei der Drehung nach rechts die Luftblase von vorn nach hinten, so liegt das vordere Ende der Libellenaxe zur Rechten der Cylinderaxe, und geht bei dieser Drehung die Blase von hinten nach vorne, so findet die entgegengesetzte Lage der Libellenaxe statt. Dreht man die Libelle links und es geht die Luftblase von vorn nach hinten, so liegt das vordere Ende der Libellenaxe links von der Cylinderaxe, und bei der entgegengesetzten Bewegung der Blase das hintere Ende.

Hat man eine solche Abweichung erkannt, so wird sie mittels der Stellschräubchen c, d (Fig. 20) verbessert, indem man auf die in §. 38 angegebene Weise die Röhre gegen die Füsse so lange verrückt, bis die Luftblase, wenn sie anfänglich einspielte, nach jeder Seitendrehung der Libelle, ihren Standort in der Mitte der Röhre beibehält.

b) Nachdem die Libellen- und Cylinderaxe in eine Ebene gebracht sind, ist es leicht zu erfahren, ob sie parallel sind und sie, wenn sie es nicht wären, parallel zu machen. Man stelle die Libelle wieder auf den in Fig. 21 abgebildeten Apparat und bringe sie zum Einspielen. Ist ihre Axe mit jener der Unterlage parallel, so sind jetzt beide horizontal, und es ist klar, dass, wenn man die Libelle umsetzt (d. h. um 180° dreht oder den Fuss f der Libelle nach f' und f' nach f bringt, ohne an der Unterlage etwas zu ändern), die Libellenaxe wieder horizontal ist und die Luftblase einspielt. Wenn aber beide Axen nicht parallel sind, so tritt diese Erscheinung nicht ein, sondern die Luftblase weicht nach dem Umsetzen von der Mitte so weit ab, dass der Ausschlag dem doppelten Winkel entspricht, unter welchem beide Axen gegen einander geneigt sind. Denn angenommen, in Fig. 24 stelle AB die horizontal gestellte Libellenaxe und CD die Axe der Unterlage vor, und beide bilden mit einander den Winkel AFC = δ, welcher sich durch die ungleichen

Fig. 24



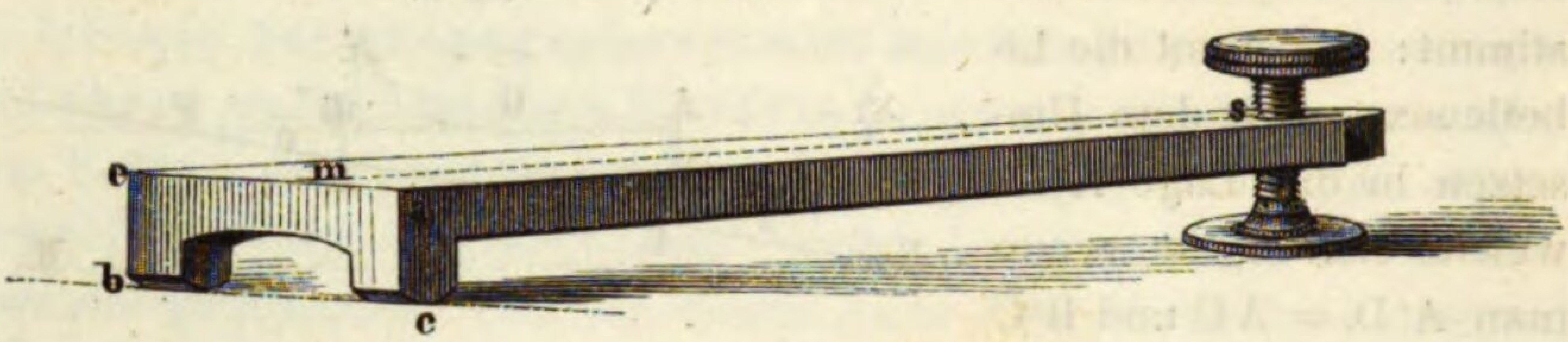
Abstände AC und BD bestimmt: so kommt die Libellenaxe nach dem Umsetzen in die Lage A'B', welche sich ergibt, wenn man A'D = AC und B'C = BD macht. Es ist folglich auch der Winkel A'ED = $\delta' = \delta$. Die Libellenaxe macht nach dem Umsetzen mit dem Horizont den Winkel A'GB = φ, welcher als Aussenwinkel des Dreiecks GEF = 2δ ist, was zu beweisen war.

Will man nun den Fehler δ in der Lage der Axen wegschaffen, so hat man mittels der Stellschräubchen a und b auf die in §. 38 beschriebene Art die Röhre der Libelle so lange zu heben oder zu senken, bis die Blase um die Hälfte des angezeigten Ausschlags gegen die Mitte der Scale zurückgegangen ist. Die andere Hälfte dieses Ausschlags muss an der Unterlage mittels der Schraube s verbessert werden, da diese mit dem Horizont ebenfalls einen Winkel DEH = CFA = δ bildet. Da man bei der ersten Verbesserung nicht sofort genau die Hälfte des Ausschlags an den genannten Theilen wegschaffen wird, so muss man die Libelle, nachdem sie wieder zum Einspielen gebracht ist, abermals umsetzen und den noch vorhandenen Ausschlag halb durch die Libelle und halb durch die Unterlage beseitigen. Es versteht sich von selbst, dass bei dieser Arbeit, wie überhaupt bei dem Messen, keine Spur von Staub zwischen dem Cylinder und den Füssen der Libelle sich befinden darf.

Hat man eine Libelle zu prüfen, welche auf keinen Cylinder, sondern nur auf eine Ebene aufgesetzt werden kann, so dient als Unterlage jedes ebene Brett, das sich durch Keile oder Schrauben etwas heben und senken lässt; es gibt aber auch besondere einfache Vorrichtungen für diesen Zweck, wovon eine unter dem Namen Legebrett in Fig. 21 abgebildet ist. Ein noch einfacheres Legebrett ist das folgende.

Die ebene Platte ces, welche an dem einen Ende mit der Kante bc des senkrecht angesetzten Fusses und am anderen mit der Stellschraube s auf einer festen Unterlage ruht, kann mittels dieser Schraube beliebig gehoben und gesenkt werden; folglich ist durch diese Schraube eine Libelle, welche in der Richtung ms auf die Platte gestellt wird, zum Einspielen zu bringen. Setzt man die

Fig. 25.



einspielende Libelle um, so steht die Blase entweder wieder in der Mitte oder nicht. In dem ersteren Falle ist die Libellenaxe mit der Unterlage parallel, in dem letzteren aber gibt der Ausschlag wie vorhin den doppelten Neigungswinkel der Libellenaxe gegen die Unterlage an, welcher demnach auch wie früher zur Hälfte an der Libelle und halb an der Unterlage zu verbessern ist.

§. 40.

Gebrauch der Röhrenlibelle.

Eine Röhrenlibelle dient entweder zur Horizontalstellung von Linien und Ebenen, oder zur Messung kleiner Vertikalwinkel. Diese Zwecke lassen sich leicht mit einer berichtigten, aber mit einiger Umständlichkeit auch mit einer unberichtigten erreichen.

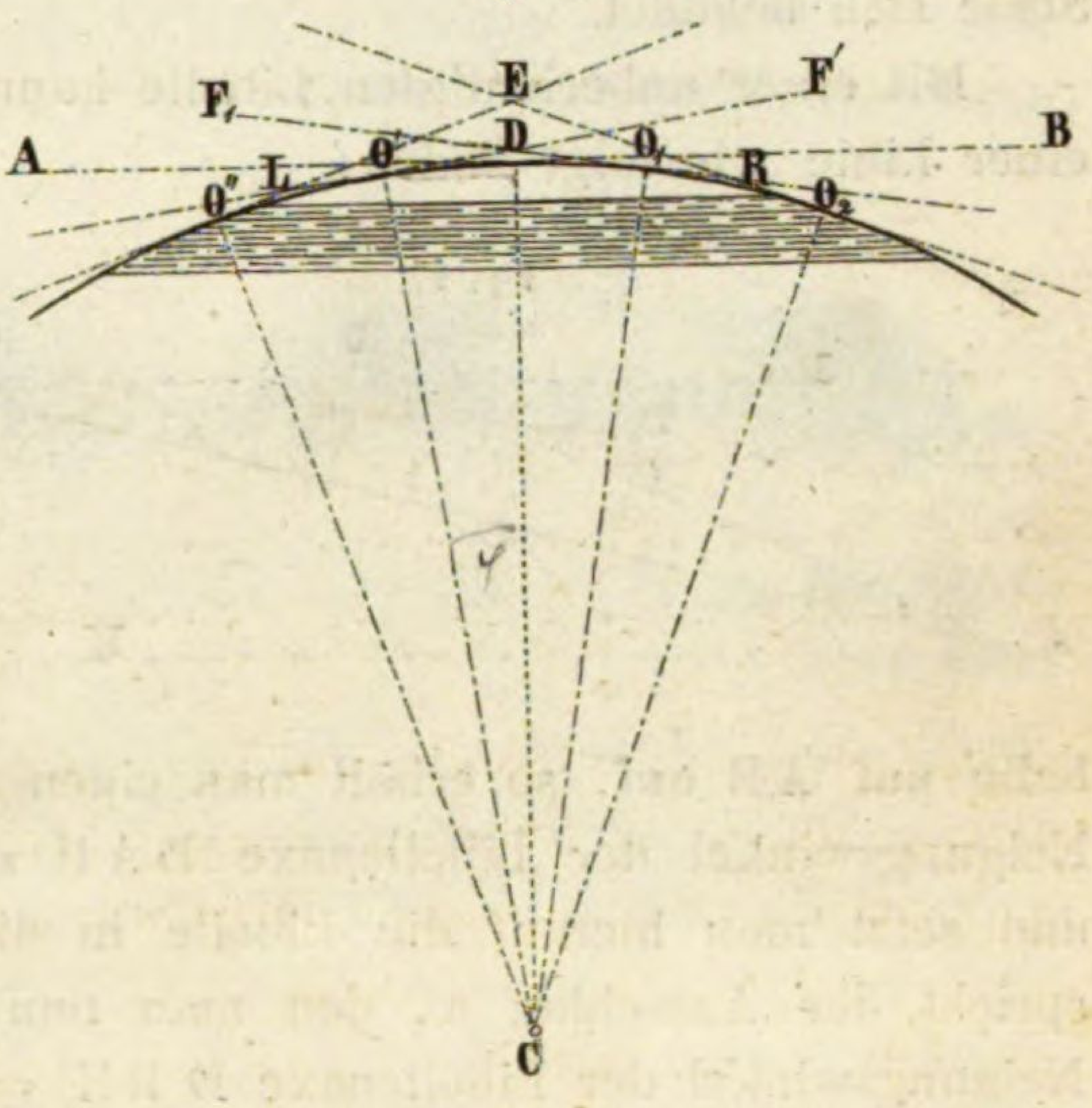
1) Horizontalstellung von Linien und Ebenen. Die Linien, welche durch Röhrenlibellen horizontal gestellt werden, sind entweder Absehlinien an Fernrohren und Dioptern, oder die Axen von hölzernen und metallenen Massstäben, oder zwei sich schneidende Richtungen einer ebenen Oberfläche. Wenn man dazu eine berichtigte Libelle hat, deren Axe also mit den Absehlinien oder den untergelegten Ebenen parallel ist, so bedarf das Verfahren zur Horizontalstellung nach dem Vorausgegangenen keiner Erläuterung mehr; wenn dagegen die Libelle unberichtigt ist, so kann folgender Betrachtung gemäss eine Linie oder Ebene horizontal gestellt werden.

Denkt man sich die Libelle auf eine wagrechte Unterlage gesetzt, so wird sie ihrer Unrichtigkeit wegen einen bestimmten Ausschlag geben. Setzt man sie auf dieser Unterlage um, so zeigt sich derselbe Ausschlag, aber auf der entgegengesetzten Seite des Nullpunkts der Scala. Wenn man nun die horizontal zu stellende Unterlage einer Libelle so lange hebt oder senkt, bis die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen gleich grosse Ausschläge gibt, so ist die Aufgabe gelöst. Und wenn man ein ebenes Brett erst nach einer

Richtung und dann nach einer die erste (am besten senkrecht) schneidenden zweiten Richtung auf die eben angegebene Weise wagrecht macht, so ist es nach allen Richtungen wagrecht.

2) Messung von kleinen Neigungswinkeln. Ist die Libelle berichtigt, so gibt der Ausschlag der Luftblase sofort die Neigung der Unterlage in der Richtung der Libellenaxe an. Um jedoch den Ausschlag genau zu erfahren, muss man die Mitte der Luftblase aus den Ablesungen an ihren Enden bestimmen. Nun kann aber der Mittelpunkt D der Luftblase gegen den Nullpunkt O der Scala folgende fünf Lagen annehmen:

Fig. 26.



a) Der Punkt O fällt mit D zusammen; dann steht die Libelle horizontal und die Enden L und R der Luftblase, welche beziehlich um n und m Theilstriche von O abstehen, sind gleichweit von O entfernt. In diesem Falle ist der Neigungswinkel $\varphi = o$.

b) Der Punkt O fällt nach O' links von D, aber noch innerhalb der Blase; es liegen n Theilstriche links und m rechts, aber es ist m > n und es sollen die Theilstriche links vom Nullpunkte der Scale als positive gelten. Der Neigungswinkel ist in diesem Falle = O'CD = $- \varphi'$.

c) Der Punkt O liegt links von D ausserhalb der Blase in O''; das linke Ende derselben steht um n, das rechte um m Theilstriche von O'' ab, und beide n und m sind negativ; der Neigungswinkel ist = O''CD = $- \varphi''$.

d) Der Punkt O kommt nach O_1 rechts von D zu stehen und ist von dem linken Ende der Blase um n, von dem rechten um m Theilstriche entfernt, wobei n > m und der Neigungswinkel O_1CD = $+ \varphi_1$ ist.

e) Der Punkt O liegt rechts ausserhalb der Blase in O_2 und steht vom rechten Endpunkte der Blase um m und vom linken um

n Theilstriche ab. Beide Werthe von m und n sind wie der Neigungswinkel $O_2CD = \varphi_2$ positiv.

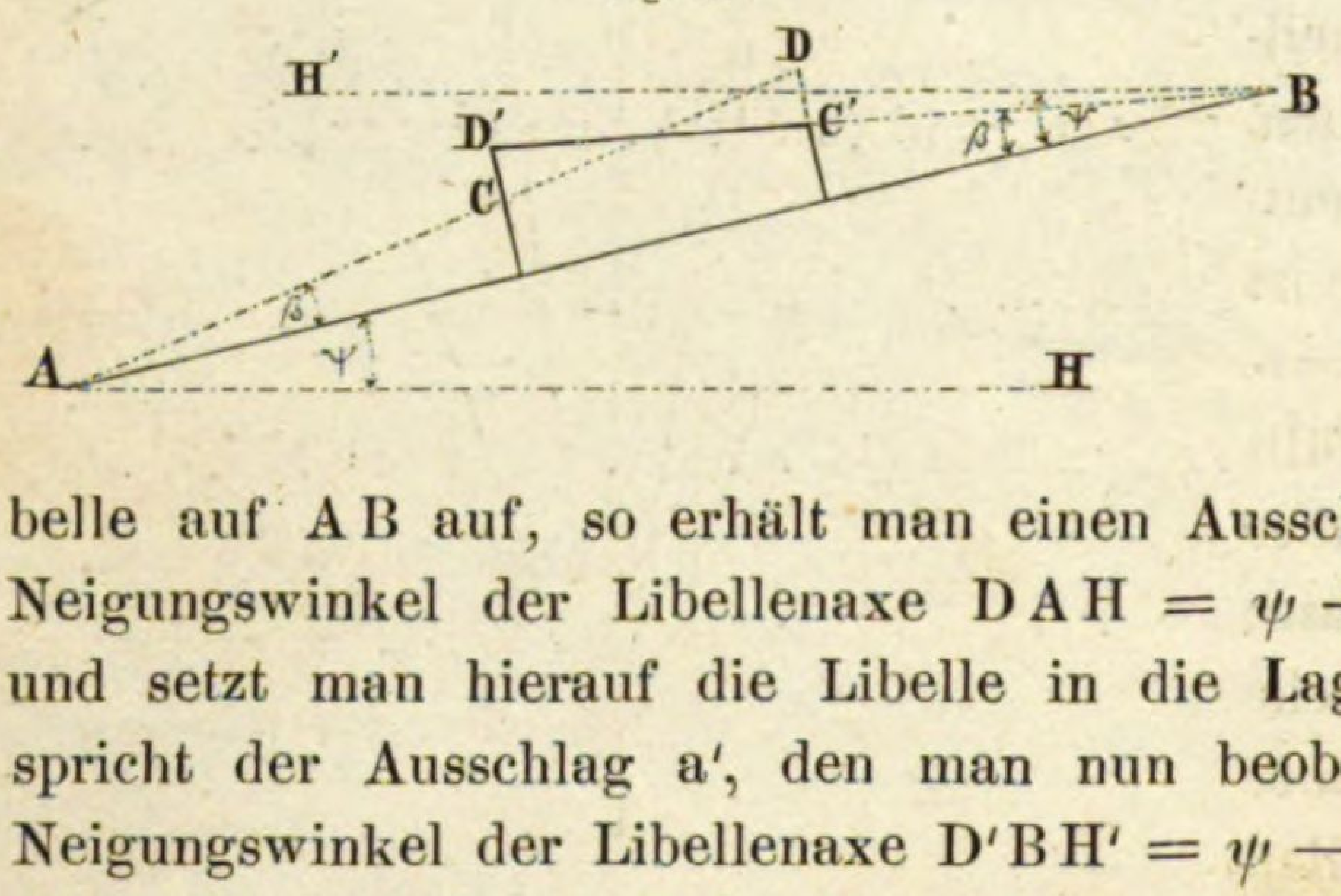
Bezeichnet man mit p den Winkel, welcher einem Theile der Scale entspricht, so lässt sich, wie man leicht finden wird, der Neigungswinkel φ in den vorstehenden fünf Fällen durch die einzige Formel ausdrücken:

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(m + n)\,p \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

wobei zu bemerken ist, dass m und n positiv oder negativ sind, je nachdem die Enden der Blase links oder rechts von dem Nullpunkte O der Scale liegen, und dass φ positiv oder negativ erscheint, je nachdem die Mitte der Blase links oder rechts von der Mitte der Scale sich befindet.

Mit einer unberichtigten Libelle kann man den Neigungswinkel einer Linie wie folgt finden:

Fig. 27.



Es sey AB die gegebene Linie und $BAH = \psi$ der gesuchte Neigungswinkel. Setzt man die um den Winkel DAB $= \beta$ fehlzeigende Libelle auf AB auf, so erhält man einen Ausschlag a, welcher dem Neigungswinkel der Libellenaxe $DAH = \psi + \beta = \varphi$ entspricht, und setzt man hierauf die Libelle in die Lage C'D' um, so entspricht der Ausschlag a', den man nun beobachtet, dem jetzigen Neigungswinkel der Libellenaxe $D'BH' = \psi - \beta = \varphi'$. Hat p die vorige Bedeutung, so finden folgende zwei Gleichungen statt:

$$\psi + \beta = a\,p = \varphi$$
$$\psi - \beta = a'\,p = \varphi',$$

aus denen durch Addition der gesuchte Winkel

$$\psi = \tfrac{1}{2}(a + a')\,p = \tfrac{1}{2}(\varphi + \varphi') \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

erhalten wird. Will man statt der Ausschläge a und a' oder statt der Winkel φ und φ' die Ablesungen m, n und m', n' an den Enden der Luftblase in den Ausdruck für ψ einführen, so ist nur

$$a = \tfrac{1}{2}(m + n) \text{ und } a' = \tfrac{1}{2}(m' + n')$$

oder

$$\varphi = \tfrac{1}{2}(m + n)\,p \text{ und } \varphi' = \tfrac{1}{2}(m' + n')\,p$$

zu setzen.

b) Die Dosenlibelle.

§. 41.

Beschreibung.

Die Dosenlibelle, von der Fig. 28 eine Ansicht und Fig. 29 einen Durchschnitt vorstellt, besteht aus einem cylindrischen Gehäuse von Messing, das mit einem plan- oder convexconcaven Glasdeckel geschlossen und mit Weingeist oder Schwefeläther bis auf einen kleinen als Luftblase erscheinenden Raum gefüllt ist. Der Durchmesser des Gehäuses beträgt 2 bis 4 und die Höhe desselben einen halben oder ganzen Zoll. Im Boden hat es zur Füllung eine Oeffnung, welche mit einer Schraube (s) abgeschlossen werden kann. Damit weder die Flüssigkeit noch die Luft austritt, wird die Schraube,

Fig. 28.

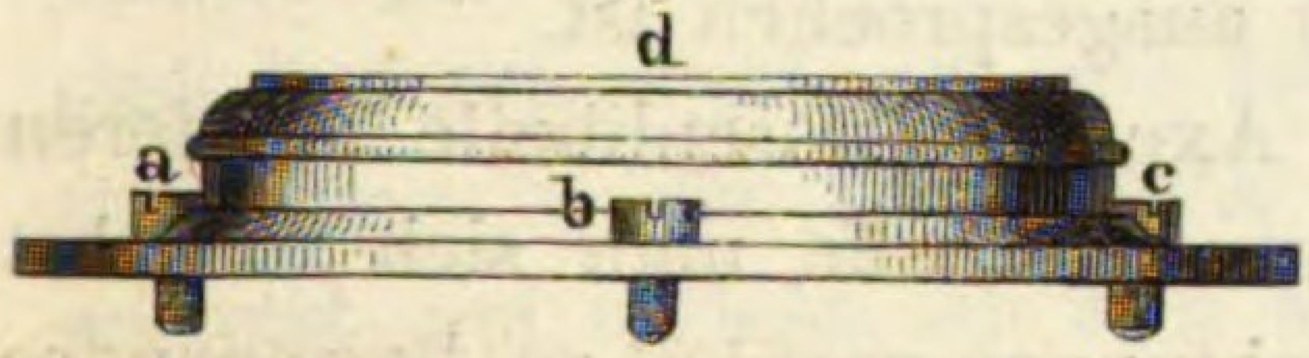
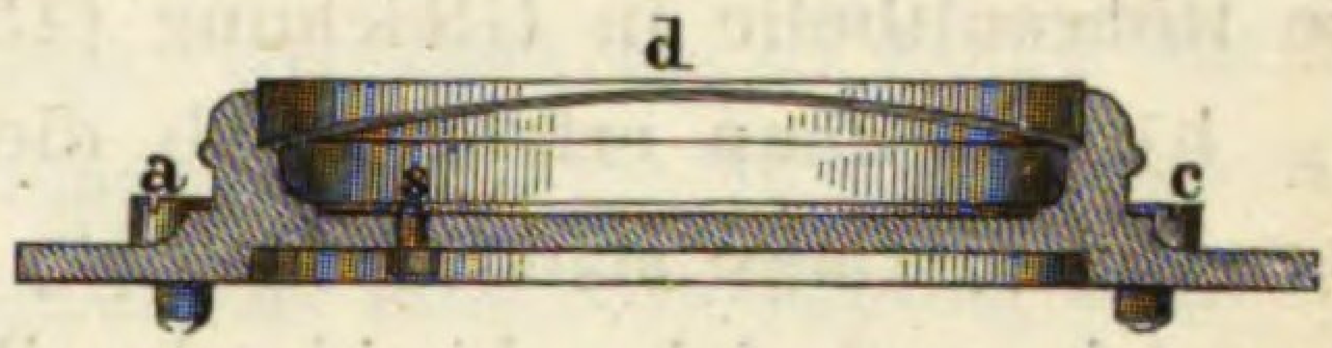


Fig. 29.



nachdem sie eingedreht ist, verklebt. Die innere Fläche des Glases ist nach einem Halbmesser von nur einigen Fussen geschliffen, während derselbe bei Röhrenlibellen mehrere hundert Fuss beträgt. Auf der Oberfläche des Deckels befinden sich einige gleichweit entfernte concentrische Kreise, die ihre Mittelpunkte in der Gehäusaxe haben und zur Beurtheilung des richtigen Standes der runden Blase oder ihres Ausschlages dienen. Das Gehäuse wird in der Regel ohne Weiteres mit seinem Unterrande auf die wagrecht zu stellenden ebenen Flächen aufgesetzt; es ist aber für die Berichtigung der Libelle besser, wenn es, wie in Fig. 28, auf 3 Stellschrauben (a, b, c) ruht, welche durch einen Nebenrand desselben gehen, gleichweit von einander abstehen und durch Vor- oder Rückwärtsdrehen gestatten, die Libellenaxe, als welche wir den durch den höchsten Punkt der Innenfläche des Glasdeckels gehenden Kugelhalbmesser betrachten, gegen eine ebene Unterlage senkrecht zu stellen.

§. 42.

Prüfung, Berichtigung und Gebrauch.

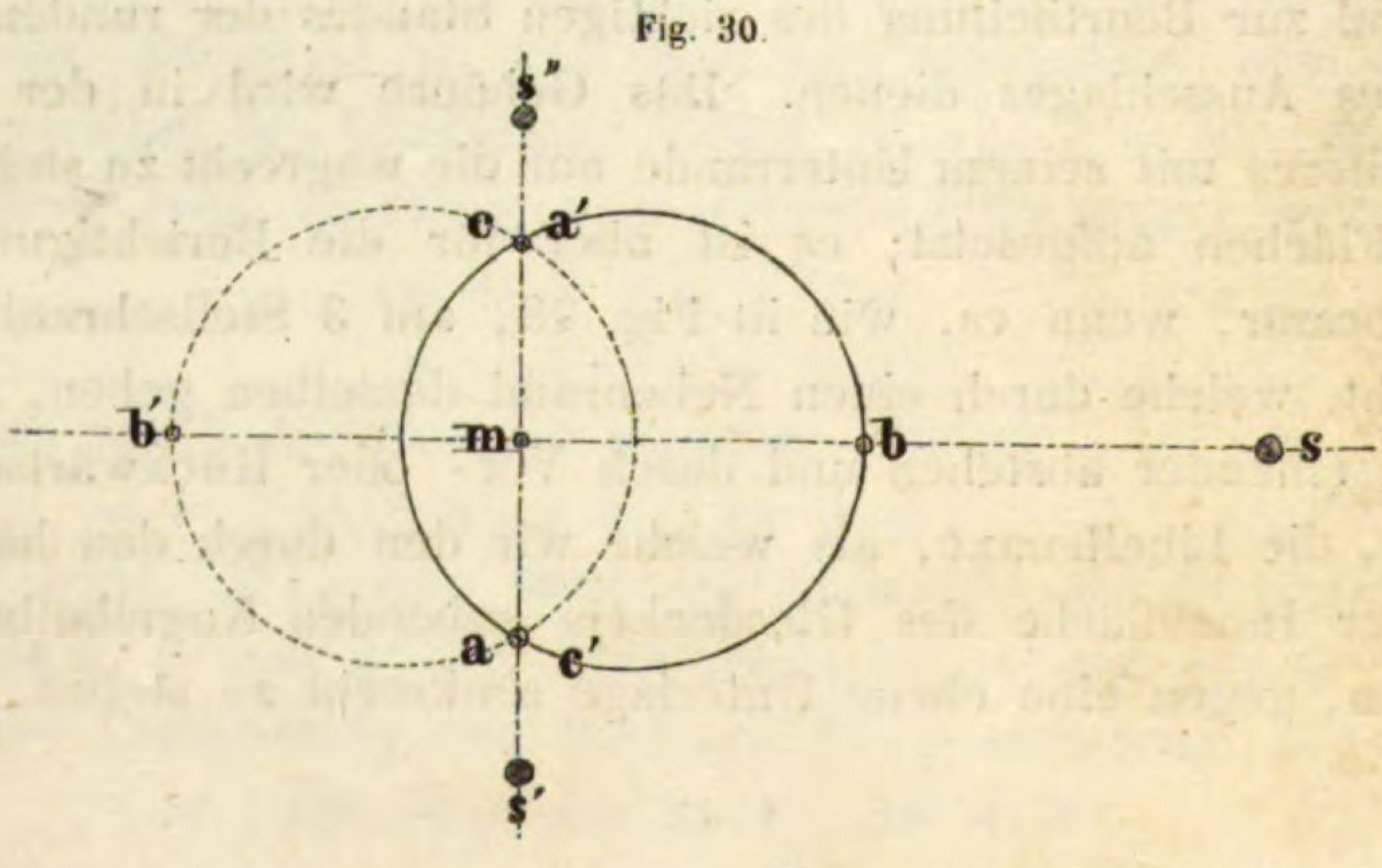
Sowie die Röhrenlibellen kann man auch die Dosenlibellen auf die Lage ihrer Axe gegen die der tragenden Fläche und auf ihre

Empfindlichkeit prüfen, obwohl man in letzterer Beziehung keine grossen Ansprüche macht, in sofern die Dosenlibellen zu feineren Arbeiten nicht benützt werden.

a) Um sich von dem Grad der Empfindlichkeit einer solchen Libelle zu überzeugen, stelle man dieselbe auf ein Legebrett (Fig. 21), bewege dieses auf und ab, beobachte die Ausschläge der Luftblase, welche, in der Richtung der Bewegung entstehend, bekannten Neigungswinkeln entsprechen, und sehe endlich zu, ob diese Ausschläge und Winkel mit einander gleichmässig wachsen und abnehmen. Hat man für den Ausschlag a den Neigungswinkel φ beobachtet, so ist wie bei der Röhrenlibelle das Verhältniss von $a : \varphi$ das Mass der Empfindlichkeit und es gilt, wenn die innere Fläche des Glasdeckels einer Kugel angehört, zwischen dem Ausschlag, dem Neigungswinkel und dem Krümmungshalbmesser (r) dieselbe Beziehung, welche für die Röhrenlibelle in Gleichung (15) ausgesprochen ist.

b) Will man erfahren, ob die Axe der Dosenlibelle zu deren ebener Unterlage senkrecht steht, so verschaffe man sich zunächst ein nach zwei sich schneidenden Richtungen vertikal zu bewegendes Legebrett, wie Fig. 21 eines vorstellt, oder eine andere ebene Unterlage, welche diese Bedingung erfüllt. Wir wollen annehmen, die drei Punkte s, s′, s″ in Fig. 30 stellen die drei Stellschrauben des Legebretts und m s, s′ s″ die zwei Richtungen vor, in denen die Vertikalbewegung desselben stattfindet.

Fig. 30



Auf dieses Brett werde die nach Fig. 28 eingerichtete Dosenlibelle so gestellt, dass zwei ihrer Fusspunkte (a, c) in die Richtung s′s″ fallen, während der dritte (b) auf m s steht. Durch die Schrauben

s und s′ oder s und s″ kann man bewirken, dass die Luftblase einspielt, d. h. den Mittelpunkt des Glases oder die nächsten Kreise centrisch umgibt. Sobald dieses der Fall ist, steht die Libellenaxe lothrecht; ob sie aber auch zur Unterlage senkrecht steht, erfährt man durch das Umsetzen derselben, welches geschieht, indem man a nach a′, c nach c′ und b nach b′ bringt. Spielt nach diesem Umsetzen die Libelle wieder ein, so ist sie richtig, ausserdem aber nicht.

Der Ausschlag, welchen die Luftblase nach dem Umsetzen der Libelle in der Richtung b b′ zeigt, entspricht, wie man leicht nachweisen kann, der doppelten Abweichung der Libellenaxe von der senkrechten Stellung gegen die Linie b b′, und der Ausschlag nach s′ s″ dem doppelten Fehler der Axe gegen die Linie a c. Man verbessere nun die eine Hälfte dieser Abweichungen an den Schrauben a, b und die andere Hälfte an den Schrauben s, s′. Ob diese Verbesserungen auf das erste Mal vollständig gelungen sind, erfährt man dadurch, dass man die Libelle, nachdem sie in Folge der Berichtigung in der Lage a′ b′ c′ einspielt, wieder in die Lage a b c versetzt und zusieht, ob sich wiederholt eine Abweichung zeigt oder nicht. Ist noch ein Rest des früheren Fehlers vorhanden, so wird er auf die oben angezeigte Weise gar weggeschafft.

c) Der Gebrauch einer berichtigten Dosenlibelle zur Horizontalstellung von Ebenen ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst: es kommt dabei immer nur darauf an, die betreffende Ebene so zu bewegen, dass die an einer beliebigen Stelle auf ihr stehende Dosenlibelle einspielt. Denn sobald dieses der Fall ist, steht die Libellenaxe lothrecht, und da die durch die Fusspunkte der Stellschrauben (a, b, c) bestimmte Grundebene der Libelle auf dieser Axe senkrecht steht und zugleich in der Ebene liegt, welche horizontal gestellt werden soll, so ist auch diese Ebene senkrecht zur Libellenaxe und folglich wagrecht.

C. Mittel zur Vergrösserung kleiner sehr naheliegender Gegenstände.

Die Lupen.

§. 43.

An vielen Messinstrumenten befinden sich so feine Theilungen, dass das Ablesen derselben mit blossem Auge entweder ganz

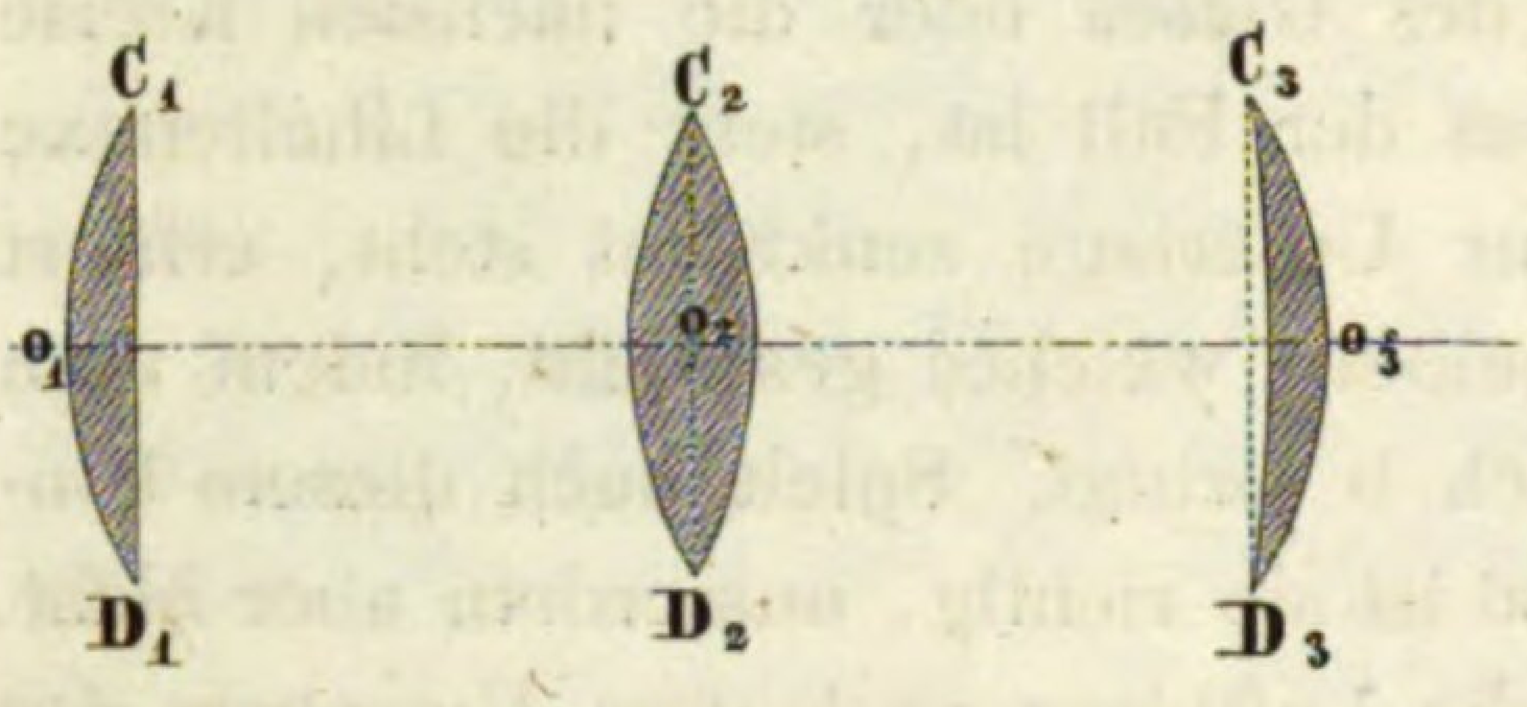


Fig. 31.

unmöglich oder doch sehr schwierig ist. Man bedarf also Mittel, wodurch sich diese feinen Theilungen dem Auge vergrössert darstellen, damit sie deutlich erkannt werden können. Solche Mittel bieten die convexen Glaslinsen dar, deren Form bekanntlich entweder ein einfacher Kugelabschnitt oder eine Zusammensetzung von zweien ist, wobei sich die ebenen Grundflächen (CD, Fig. 31) decken.

Denkt man sich jeden solchen Glaskörper von einer durch die Mittelpunkte seiner Kugelflächen gelegten Ebene geschnitten, so entstehen die vorhergehenden drei Figuren, wovon die erste der planconvexen, die zweite der biconvexen und die dritte der concavconvexen Linse angehört. Diese Linsen haben folgende Benennungen gemein. Man nennt die Mittelpunkte ihrer Kugelflächen geometrische Mittelpunkte. Jede Linse hat deren zwei: bei der planconvexen Linse liegt der zweite in unendlicher Entfernung, weil die ebene Seitenfläche als Kugel von unendlich grossem Halbmesser anzusehen ist. Denkt man sich die geometrischen Mittelpunkte durch eine gerade Linie verbunden, so stellt diese die Axe der Linse vor. Da bei planconvexen Linsen der zweite Mittelpunkt unendlich entfernt ist, so bestimmt man die Axe durch den ersten Mittelpunkt, indem man von ihm aus eine Linie senkrecht zur ebenen Grundfläche zieht. Der gegenseitige Abstand der Linsenflächen längs der Axe heisst die Dicke, und der Durchmesser des kreisförmigen Randes beider Flächen die Oeffnung der Linse.

Die Convexlinsen haben die Eigenschaft, die von entfernten und nicht zu weit von der Axe abliegenden Punkten auf sie treffenden Strahlen so zu brechen, dass sie nach ihrem Durchdringen der Linse hinter derselben sich wieder vereinigen und physische Bilder der leuchtenden Punkte erzeugen. Wegen dieser Eigenschaft heissen sie Sammellinsen. Sind die leuchtenden Punkte ausserordentlich weit entfernt, so kann man die auffallenden Lichtstrahlen als parallele ansehen, und in diesem Falle nennt man die Stelle, an welcher sich die gebrochenen Strahlen sammeln, den Brennpunkt der Linse, während seine Entfernung von der Linse deren Brennweite heisst.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand so nahe vor einer Convexlinse, dass seine Entfernung kleiner ist als die Brennweite, so sammeln sich, wie Theorie und Erfahrung lehren, die Lichtstrahlen hinter der Linse nicht, sondern gehen in Richtungen auseinander, die sich nach ihrer Verlängerung vor der Linse schneiden und dort ein geometrisches Bild des Gegenstandes darstellen, welches grösser ist als dieser. Aus diesem Grunde heissen die convexen Linsen auch Vergrösserungsgläser. Man kann die Linsen so einrichten, dass sie stark oder schwach vergrössern. Eine stark vergrössernde nennt man einfaches Mikroskop, eine Linse von geringer Vergrösserung aber Lupe (frz. Loupe). Die Theorie der Lupen stimmt mit jener der Convexlinsen überein; wir theilen daher nachfolgend das Wesentlichste über Convexlinsen mit.

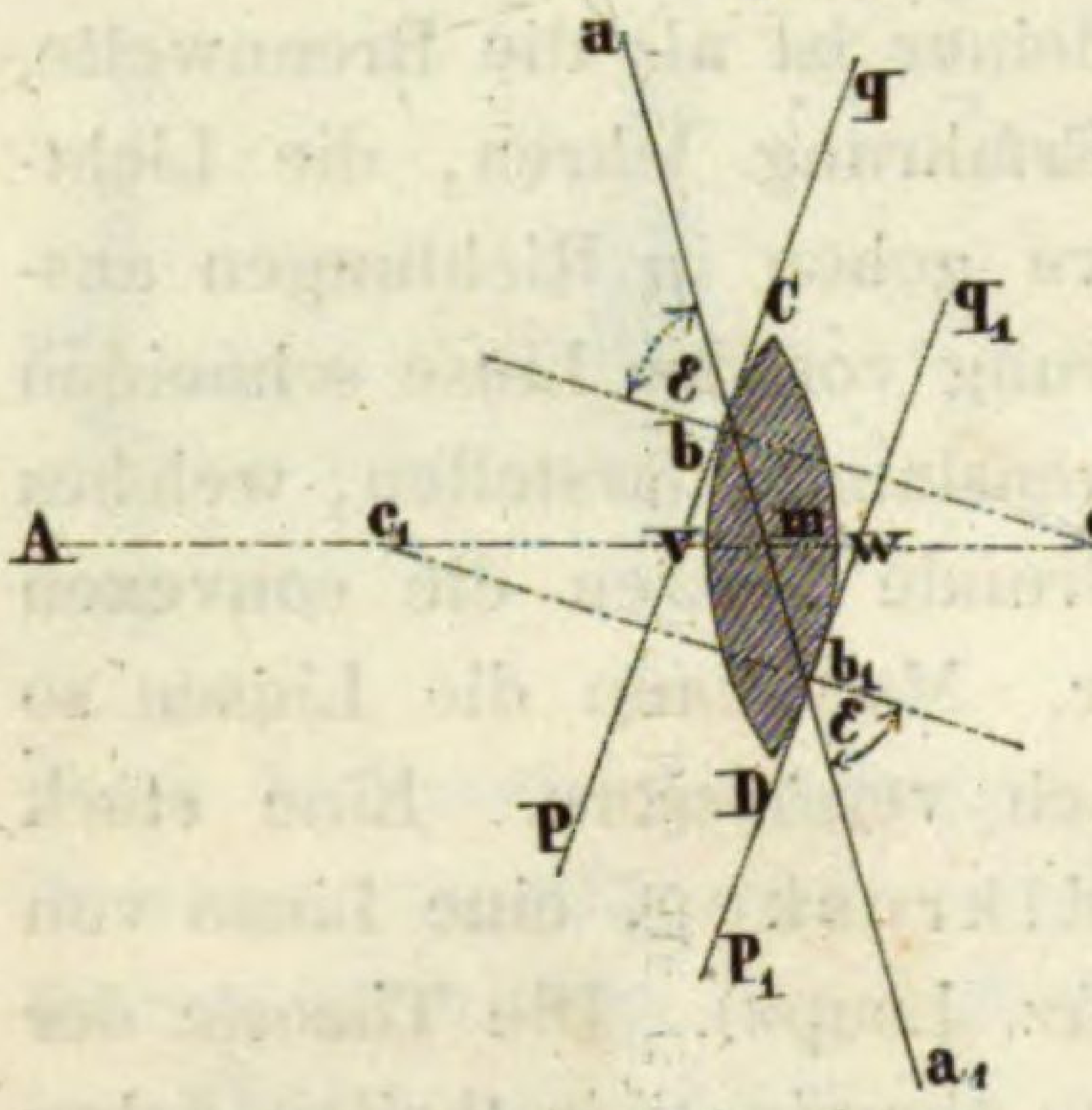
§. 44.

Optischer Mittelpunkt.

Ausser den geometrischen Mittelpunkten ist noch ein anderer Punkt der Linsenaxe von Bedeutung, nämlich der optische Mittelpunkt. Man versteht darunter denjenigen Axenpunkt, welcher die ausgezeichnete Eigenschaft besitzt, dass alle durch ihn gehenden Lichtstrahlen ihre Richtung nicht verändern, wie dieses auch bei Parallelgläsern der Fall ist. Alle durch den optischen Mittelpunkt einer Linse gehenden Lichtstrahlen heissen Hauptstrahlen. Es ist wichtig, die Lage dieses Mittelpunkts zu kennen, weil man durch seine Verbindung mit dem leuchtenden Punkte sofort einen Hauptstrahl oder die Richtung erhält, in welcher nothwendig der Bildpunkt liegen muss, indem jeder Strahl das Bild des Punkts in sich trägt, von dem er kommt; auch erscheinen von dem optischen Mittelpunkte aus Gegenstand und Bild unter einerlei Sehwinkel.

Um die Lage des optischen Mittelpunkts einer ungleichseitigen biconvexen Glaslinse zu finden, sehe man in der nachfolgenden Figur AB als die Axe, CD als den Querschnitt der Linse an, und betrachte einen beliebigen Strahl ab, der in irgend einem Punkte b der Linse unter dem unbestimmten Winkel ε gegen das Loth cb einfällt. Soll der Strahl ab, nachdem er durch die Linse gegangen ist, in einer mit ab parallelen Richtung $b_1 a_1$ austreten, so muss er nothwendig mit dem Lothe $c_1 b_1$, das cb parallel ist, wieder den Winkel ε bilden, d. h. er muss von b nach einem Punkte b_1 gehen,

Fig. 32.



welcher so liegt, dass die Brechungswinkel bei b und b_1 einander gleich sind. Der Punkt m, in welchem der Strahl $b b_1$ die Axe schneidet, ist der optische Mittelpunkt.

Bezeichnet man den Halbmesser c b der vorderen Linsenfläche mit r, den der hinteren $c_1 b_1$ mit r_1, die Dicke vw mit d und den Abstand des optischen Mittelpunkts von der vorderen Fläche oder mv mit x, so findet man aus den beiden ähnlichen Dreiecken mbc und $m b_1 c_1$ sehr leicht

$$x = \frac{rd}{r + r_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

Für $r = r_1$ wird $x = \frac{1}{2} d$; in gleichseitigen biconvexen Linsen liegt also der optische Mittelpunkt in der Mitte derselben.

Für $r < r_1$ wird $x < \frac{1}{2} d$, was andeutet, dass in ungleichseitigen biconvexen Linsen der optische Mittelpunkt näher an der stärker gekrümmten Fläche sich befindet.

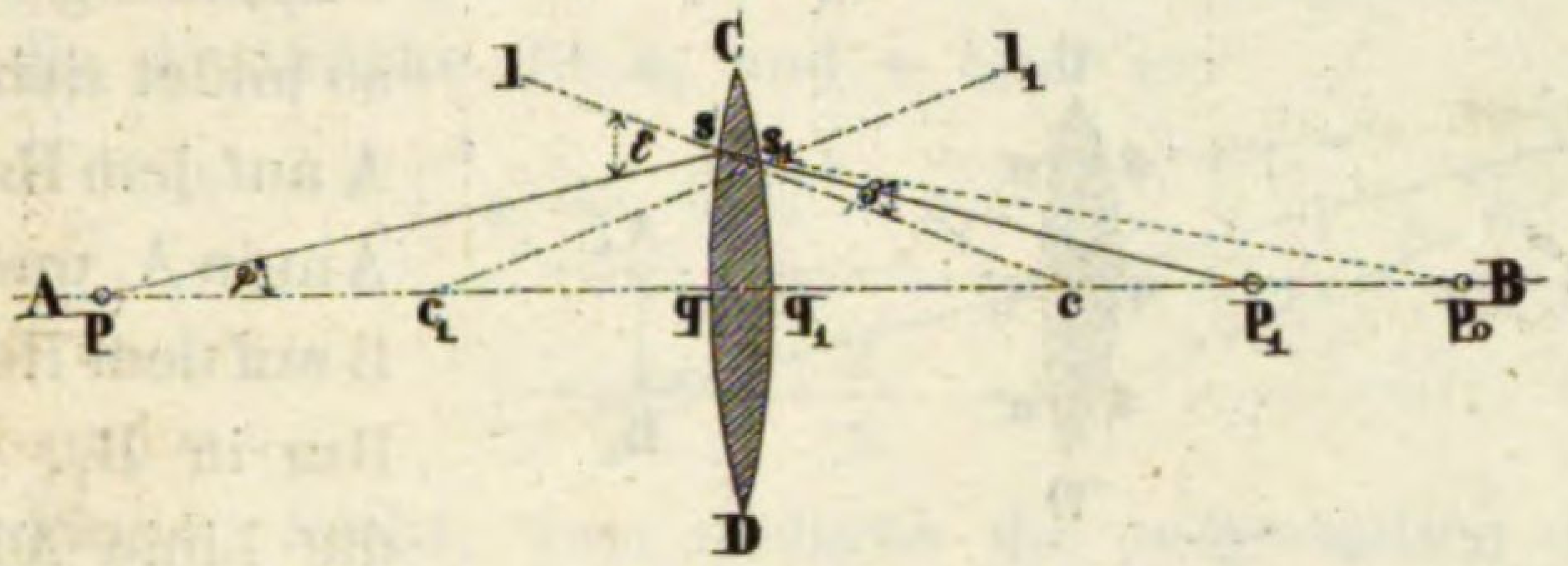
Und für $r_1 = \omega$ wird $x = 0$, d. h. in planconvexen Linsen liegt der optische Mittelpunkt im Durchschnitt der Axe mit der gekrümmten Fläche.

§. 45.

Hauptformel für Linsen.

In der folgenden Figur stelle CD eine ungleichseitige biconvexe Linse von den Halbmessern $cs = r$ und $c_1 s_1 = r_1$ vor, und p bezeichne einen in der Axe AB liegenden leuchtenden Punkt, welcher die Entfernung $pq = a$ hat. Ein von diesem Punkt ausgehender Strahl ps wird von der ersten Linsenfläche nach $s s_1 p_0$ und von der zweiten nach $s_1 p_1$ gebrochen. Da nun von p aus auch ein Strahl in der Axe fortgeht, welcher ebenfalls das Bild von p in sich trägt, so muss dieses nothwendig in dem Schnittpunkte p_1 liegen.

Fig. 33.



Nennt man die Entfernung $p_1 q_1$ (oder die Bildweite) a_1, das Brechungsverhältniss zwischen der Luft und dem Linsenmateriale n, und setzt man voraus, dass die von p ausgehenden Strahlen (ps) mit der Axe nur sehr kleine Winkel (φ) bilden, so findet man in jedem Lehrbuche der Physik die Formel entwickelt:

$$(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right)=\frac{1}{a}+\frac{1}{a_1} \quad . \; . \; . \; . \quad (22)$$

In dem besonderen Falle, dass der leuchtende Punkt p ausserordentlich weit entfernt, also $a = \infty$ ist, geht die Bildweite a_1 in die Brennweite f und der Bildpunkt p_1 in den Brennpunkt über. Es ist alsdann

$$(n-1)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r_1}\right)=\frac{1}{f} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

und wenn man in der Gleichung (22) statt der Halbmesser r, r_1 und des Brechungsverhältnisses n die Brennweite f einführt:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{a_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (24)$$

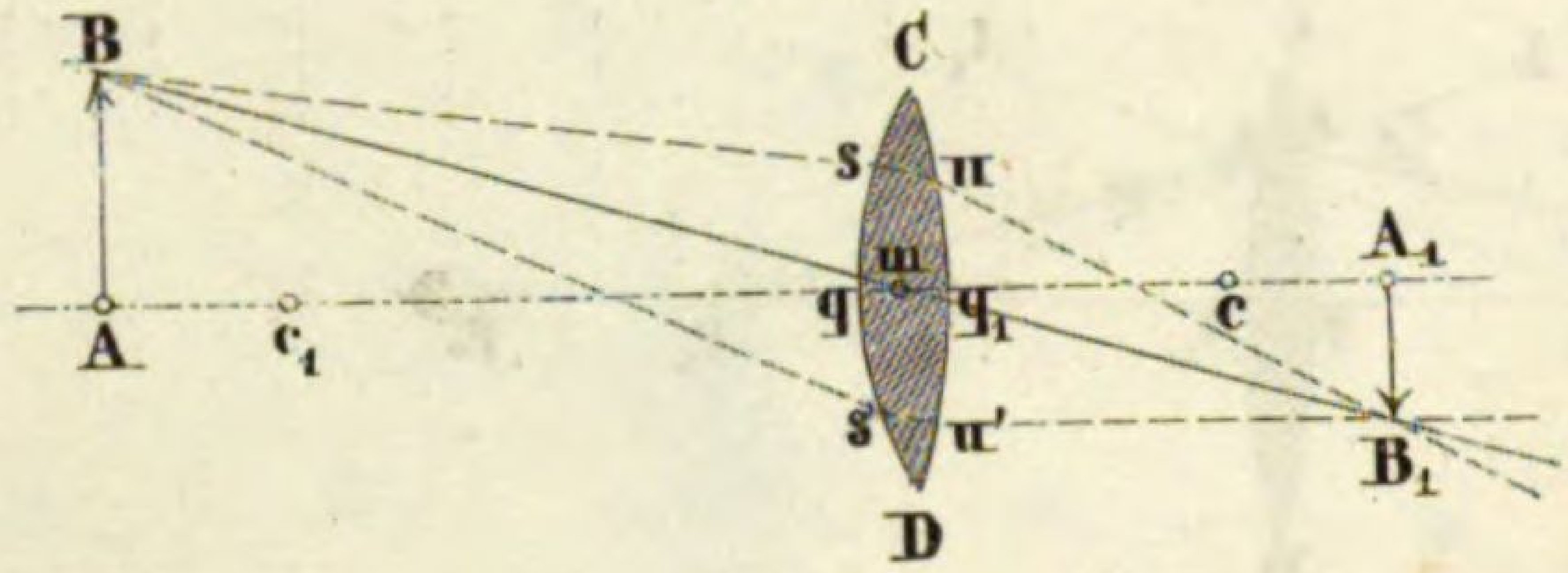
Diese Formel stellt eine eben so einfache als wichtige Beziehung zwischen der Brennweite einer Linse, der Entfernung eines leuchtenden Punktes und seiner Bildweite dar; und obwohl wir sie nur für den Fall, dass der leuchtende Punkt in der Axe der Linse liegt, erklärt haben, so gilt sie doch auch noch für ausserhalb der Axe gelegene Punkte, wenn die Voraussetzung erfüllt wird, dass die Neigungswinkel der Lichtstrahlen gegen die Axe sehr klein sind und die Linsendicke vernachlässigt werden darf. Unter diesen Annahmen gilt sie folglich auch für eine Reihe von Punkten, welche eine Linie, und für eine Reihe von Linien, welche eine Fläche bilden.

§. 46.

Lage und Grösse des Bilds.

Ist in der beigedruckten Figur A B eine zur Axe c c_1 senkrecht stehende leuchtende Linie, für welche die oben ausgesprochene Vor-

Fig. 34.



aussetzung stattfindet, so bildet sich der Punkt A auf dem Hauptstrahle Am in A_1 und derPunkt B auf dem Hauptstrahle Bm in B_1, und somit die Linie AB in $A_1 B_1$ ab. Das Bild $A_1 B_1$ steht in der Entfernung $A_1 m = a_1$ senkrecht zur Linsenaxe und hat nothwendig die verkehrte Stellung des Gegenstandes AB.

Will man die Bildweite ausdrücken, so folgt aus der Hauptformel

$$a_1 = \frac{af}{a - f}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

und sucht man für die Stellung und Grösse des Bilds einen Ausdruck, so liefert ihn die vorstehende Figur, wenn man mit Hilfe der beiden ähnlichen Dreiecke ABm und $A_1 B_1 m$ zwischen den Seiten $Am = a$, $A_1 m = a_1$, $AB = h$ und $A_1 B_1 = - y$ eine Proportion bildet und hieraus mit Beiziehung der Gleichung (25)

$$y = - \frac{hf}{a - f} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

entwickelt, wobei die Stellung des Bildes durch das Vorzeichen und dessen Grösse durch den absoluten Werth von y bestimmt ist. Grösse, Stellung und Entfernung des Gegenstands sind durch die positiven Werthe von h und a, und die Brennweite der Linse ist durch den positiven Werth f vorgestellt.

Aus den vorstehenden Gleichungen kann man leicht die Werthe von a_1 und y finden, welche verschiedenen Werthen von a entsprechen; uns liegt aber zunächst nur an jenem Werthe von a, welcher

1) ein Bild liefert, das wie der Gegenstand selbst vor der Linse liegt, also a_1 negativ macht; der ferner

2) dem Bilde dieselbe Stellung gibt, welche der Gegenstand hat, somit y positiv macht; und der endlich

3) den Gegenstand vergrössert zeigt, d. h. den Werth von y grösser als den von h macht.

Diesen drei Bedingungen entspricht aber nur der Werth $a < f$, d. h. eine Stellung des Gegenstands innerhalb der vorderen Brennweite der Linse. Setzt man $a = f - e$, wobei e die positive

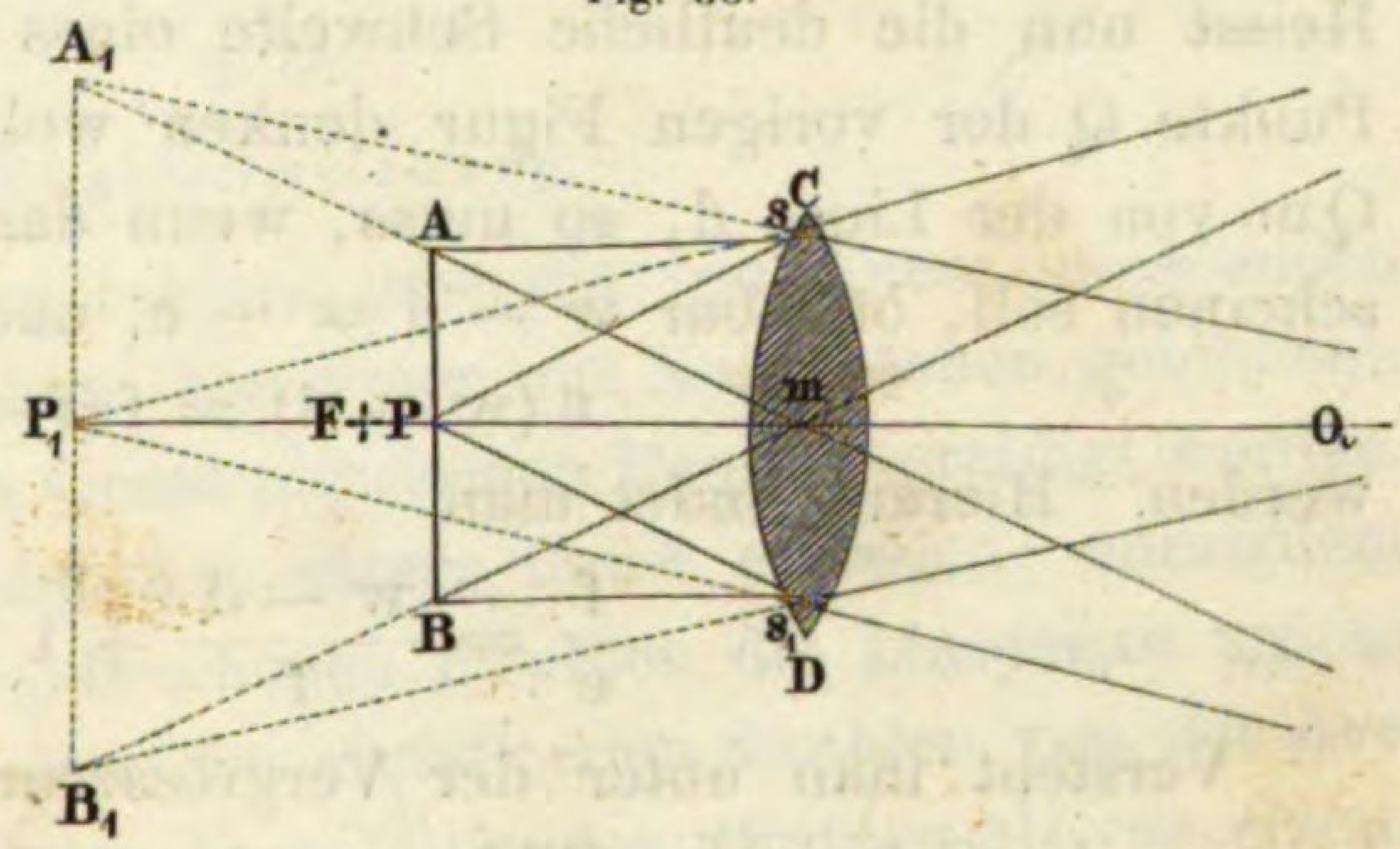
Entfernung des Gegenstands vom vorderen Brennpunkte bezeichnet, so gehen die Ausdrücke für a_1 und y über in:

$$a_1 = -(f - e) \cdot \frac{f}{e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

$$y = + h \cdot \frac{f}{e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

und man erkennt leicht, dass dadurch die aufgestellten drei Anforderungen erfüllt werden, wenn man berücksichtigt, dass das Verhältniss f : e stets grösser als 1 ist, da e immer kleiner als f seyn muss.

Fig. 35.



Die Figur 35 stellt das, was die letzten zwei Gleichungen aussagen, bildlich dar: CD ist eine biconvexe Linse, F ihr vorderer Brennpunkt, Fm die Brennweite f. In dem Punkte P, der um das Stück PF = e innerhalb der Brennweite liegt, steht der Gegenstand AB von der Grösse h aufrecht. Die von A und B ausgehenden Hauptstrahlen Am und Bm müssen die Bilder von A und B enthalten; diese Hauptstrahlen werden aber von den übrigen Strahlen wie As und Bs_1 nicht hinter, sondern vor der Linse in A_1 und B_1 geschnitten; also sind A_1 und B_1 die Bilder von A und B, und A_1B_1 stellt das Bild von AB, wie es gewünscht wird, erstens vor der Linse, zweitens in aufrechter Stellung und drittens vergrössert dar.

Die Gleichungen (27) und (28) lehren übrigens, dass nicht bloss eine biconvexe, sondern jede convexe Linse als Lupe gebraucht werden kann, da für jede dieser Linsen a_1 und y ihre Vorzeichen behalten, weil sich das von f nicht ändert, wie man aus Gleichung (23) ersehen kann, wenn man daselbst für r und r_1 alle Werthe setzt, welche den drei Formen der Convexlinsen entsprechen. Ausser den biconvexen Linsen wendet man gerne planconvexe als Lupen an, weil diese eine geringe Kugelabweichung haben und folglich scharfe Bilder geben. Uebrigens lassen sich auch Glaskugeln als Lupen gebrauchen.

§. 47.

Vergrösserung der Lupen.

Der Ausdruck Nr. 27 lehrt, dass die Entfernung a_1 des Bildes vor der Linse um so grösser wird je kleiner e ist, je näher also der Gegenstand am vorderen Brennpunkte der Linse steht. Da es jedoch bei einer Lupe darauf ankommt, dass man das Bild deutlich sieht, so muss a_1 für jedes Auge einen bestimmten Werth haben, welcher dessen Sehweite entspricht. Diesen Werth kann man aber dem a_1 verschaffen, weil man e grösser und kleiner machen kann, indem man die Lupe dem Gegenstande mehr oder weniger nähert. Heisst nun die deutliche Sehweite eines Auges, das wir uns im Punkte Q der vorigen Figur denken wollen, w und sein Abstand Qm von der Linse d, so muss, wenn das Bild in der Sehweite erscheinen soll, offenbar $w - d = - a_1$ und desshalb

$$e(w - d) = f(f - e)$$

werden. Hieraus findet man

$$\frac{f}{e} = \frac{w - d}{f} + 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

Versteht man unter der Vergrösserung v einer Lupe das Verhältniss der Grösse des Bilds zu seinem Gegenstande, also das Verhältniss von y : h, so folgt aus Gleichung (28)

$$v = \frac{f}{e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

d. h. die Vergrösserung ist gleich der Brennweite der Lupe getheilt durch den Abstand des Gegenstands vom Brennpunkte. Je kleiner e wird, desto mehr beträgt die Vergrösserung; für ein bestimmtes w kann aber e nur den Werth haben, welcher sich aus Gleichung (29) ergibt. Dieser Werth von e ist für einen Weitsichtigen kleiner als für einen Kurzsichtigen, und desshalb vergrössert eine und dieselbe Lupe für jenen mehr als für diesen.

Für d = o wird

$$v = \frac{w}{f} + 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

d. h. wenn man das Auge ganz nahe an die Lupe hält, so beträgt ihre Vergrösserung eine Einheit mehr als der Quotient aus der Brennweite in die Weite des deutlichen Sehens.

Wird d = f, so folgt

$$v = \frac{w}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

d. h. wenn sich das Auge um die Brennweite der Linse hinter dieser befindet, so ist deren Vergrösserung geradezu dem Quotienten aus der Brennweite in die Sehweite gleich.

Aus den Gleichungen (31) und (32) ergibt sich noch unmittelbarer als aus (30), dass eine und dieselbe Lupe für einen Weitsichtigen mehr als für einen Kurzsichtigen vergrössert.

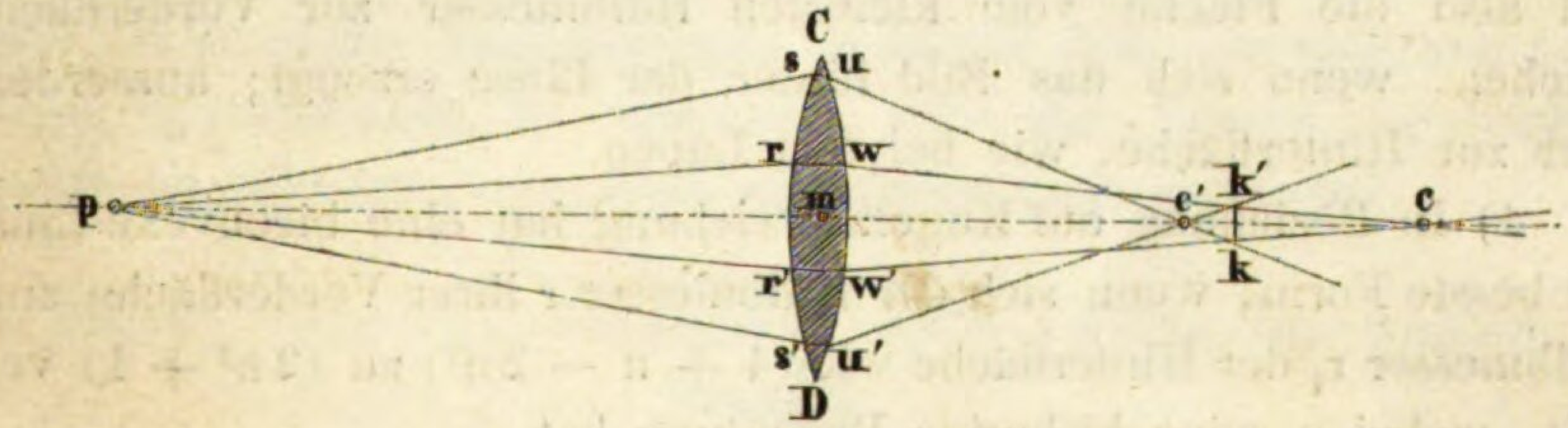
§. 48.

Kugelabweichung.

Theorie und Erfahrung lehren, dass die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen von einer aus Kugelflächen gebildeten Linse nur dann wieder in einem physischen Punkte vereinigt werden, wenn sie ganz dicht an der Axe dieser Linse einfallen; ausserdem aber durchschneiden die gebrochenen Strahlen die Linsenaxe um so früher, je grösser der Abstand der einfallenden Strahlen von der Axe ist, wie Fig. 36 zeigt, bei der die auffallenden Strahlen als von einem ziemlich weit entfernten Punkt (p) kommend angenommen wurden.

Bezeichnen ps, ps' alle Randstrahlen, welche gleiche Abstände (ms, ms') von der Axe haben, so schneiden sich dieselben in einem Punte c' der Axe, und sind die Abstände ms, ms' die grösstmög-

Fig. 36.



lichen, so ist c' der nächste Schnittpunkt an der Linse. Stellen dagegen pr und pr' alle gleichweit abliegende, sehr nahe an der Axe befindliche Strahlen vor, so ist c der entfernteste Schnittpunkt der Strahlen. Alle Strahlen, welche zwischen rs und r's' liegen, treffen die Linsenaxe in der Strecke c'c und gehen durch die Kreisfläche von dem Durchmesser kk', den man sich sehr klein zu denken hat.

Zu dieser Kreisfläche hat sich das Bild des leuchtenden physischen Punktes p ausgedehnt. Ein anderer neben diesem befindlicher Punkt wird sich in gleicher Weise abbilden, und es ist klar, dass die Bilder beider in einander übergreifen und daher die Deutlickkeit eines jeden stören müssen. Da diese Störung einzig und allein von der Kugelgestalt der Linsenflächen herrührt, so hat man derselben den Namen sphärische Aberration oder Kugelabweichung gegeben. Eine nähere Darstellung des Wesens dieser Abweichung liegt nicht in unserem Zwecke und kann nur in den ausführlichen Lehrbüchern der Optik gesucht werden; aber die Mittheilung folgender Ergebnisse der über die Kugelabweichung geführten Untersuchungen halten wir nicht für überflüssig:

1) Durch Rechnung kann man die Formen von plan- und biconvexen Linsen, welche keine Kugelabweichung haben, bestimmen; die Erfahrung lehrt aber, dass die Herstellung der hyperboloidischen und ellipsoidischen Flächen, welche sie erfordern, zu schwierig ist.

2) Die Kugelabweichung einer Linse wird vermindert, wenn man ihre Oeffnung durch eine Blende d. h. durch einen den Rand verdeckenden undurchsichtigen Ring verkleinert: die Breite des unbedeckten Theils soll weniger als ein Drittel der Brennweite betragen oder höchstens halb so gross seyn als der Halbmesser der am stärksten gekrümmten Linsenfläche.

3) Eine biconvexe Linse hat eine grössere oder kleinere Kugelabweichung, je nachdem ihre stärker oder schwächer gekrümmte Fläche dem Bilde des leuchtenden Gegenstandes zugewendet ist: man soll also die Fläche vom kleinsten Halbmesser zur Vorderfläche machen, wenn sich das Bild hinter der Linse erzeugt; ausserdem aber zur Hinterfläche, wie bei den Lupen.

4) In Beziehung auf Kugelabweichung hat eine biconvexe Linse die besste Form, wenn sich der Halbmesser r ihrer Vorderfläche zum Halbmesser r_1 der Hinterfläche wie $(4 + n - 2n^2)$ zu $(2n^2 + 1)$ verhält, wobei n seine bisherige Bedeutung hat.

5) Die planconvexe Linse steht der biconvexen von besster Form dann am nächsten, wenn ihre ebene Fläche in gleicher Weise wie bei der biconvexen Linse die flache Krümmung der Bildseite zugewendet ist. (S. Nr. 3.)

6) Zwei nahe an einander gestellte Linsen von entsprechenden Krümmungshalbmessern geben eine von der Kugelabweichung

befreite Doppellinse. Dergleichen Linsen sind bessere Lupen als die einfachen, weil sie gleichzeitig grössere Deutlichkeit und stärkere Vergrösserung gewähren.

§. 49.

Fassung der Lupen.

Die Lupen für Messinstrumente sind entweder in einen Ring oder Messingcylinder gefasst. Diese Fassung wird gewöhnlich von einem Stiele getragen, der mit dem Instrumente verbunden und so eingerichtet ist, dass sich die Lupe über die von ihr zu vergrössernde Theilung bewegen und dieser nach Bedürfniss nähern lässt.

Fig. 37.

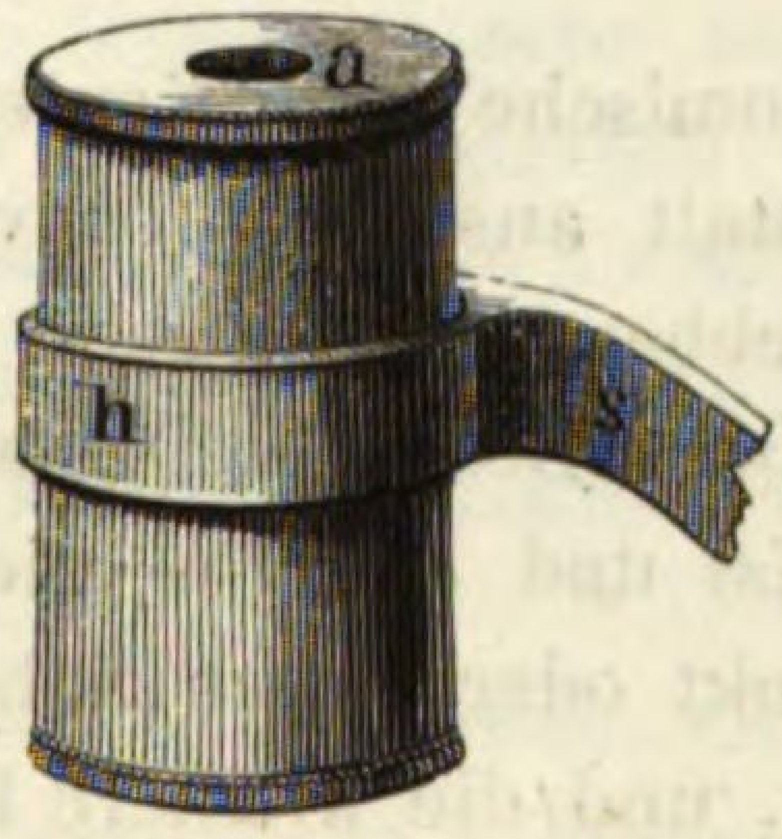
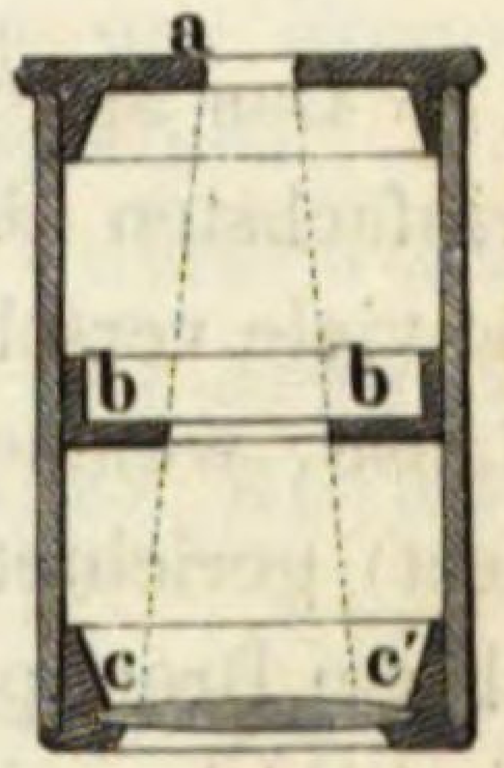


Fig. 38.



An den später zu beschreibenden Messinstrumenten sind verschiedene Lupen abgebildet. Hier wird es genügen, einige Worte über die Wilson'sche Lupe zu sagen, von der Fig. 37 eine Ansicht und Fig. 38 einen Durchschnitt gibt. Die Cylinderfassung ist so lang als die Brennweite und hat der Linse gegenüber einen Deckel mit Sehloch (a), an welches das Auge zu halten ist. Diese Fassung entspricht also dem durch Gleichung (32) vorgestellten Falle. In der Mitte der Fassung befindet sich ein ringförmiges Blech (b, b) welches die Blendung oder das Diaphragma heisst und den Zweck hat, die Randstrahlen der Linse, welche die Deutlichkeit des Bildes stören, nicht in das Auge gelangen zu lassen. Um alle Spiegelungen an der Cylinderwand zu entfernen, wird die Fassung inwendig schwarz angestrichen oder doch wenigstens matt gearbeitet.

D. Mittel zur Vergrösserung weit entfernter Gegenstände.

§. 50.

Die Vorrichtungen, welche entfernte Gegenstände so abbilden und vergrössern, dass sie deutlich erkannt werden können, heissen Fernrohre. Dieselben bestehen im Allgemeinen entweder bloss aus Linsen, oder aus Linsen und Spiegeln, welche durch Rohre in bestimmter Weise verbunden sind. Zu Vermessungen gebraucht man

nur Fernrohre der ersten Gattung (dioptrische); für astronomische Beobachtungen sind aber auch noch Fernrohre der zweiten Gattung (katoptrische) im Gebrauch.

Die dioptrischen Fernrohre sind mannichfaltiger Einrichtungen fähig und man unterscheidet desshalb verschiedene Arten derselben; als Messfernrohr wird jedoch fast nur das astronomische und selten das terrestrische angewendet. Wir werden daher auch nur jenes näher kennen lernen.

Das astronomische Fernrohr.

§. 51.

Einfachster Bau.

Das astronomische oder Kepler'sche Fernrohr besteht in seiner einfachsten Gestalt aus zwei convexen Glaslinsen, welche in eben so viele verschiebbare cylindrische Röhren gefasst sind. Die grössere Linse, welche beim Beobachten stets gegen den Gegenstand (das Object) gerichtet ist und die von diesem kommenden Lichtstrahlen in ihrem Brennpunkt oder dessen Nähe zu einem Bilde vereinigt, heisst das Objectiv, und die kleinere Linse, durch welche man das von der grösseren erzeugte Bild betrachtet, das Ocular. Das Objectiv befindet sich in der Objectivröhre und das Ocular in der Ocularröhre. Beide sollen sich gegen einander so verschieben lassen, dass ihre Axen in eine gerade Linie fallen. Die Axe der Objectivröhre heisst die mechanische Axe und die Axe des Objectivs die optische Axe des Fernrohrs.

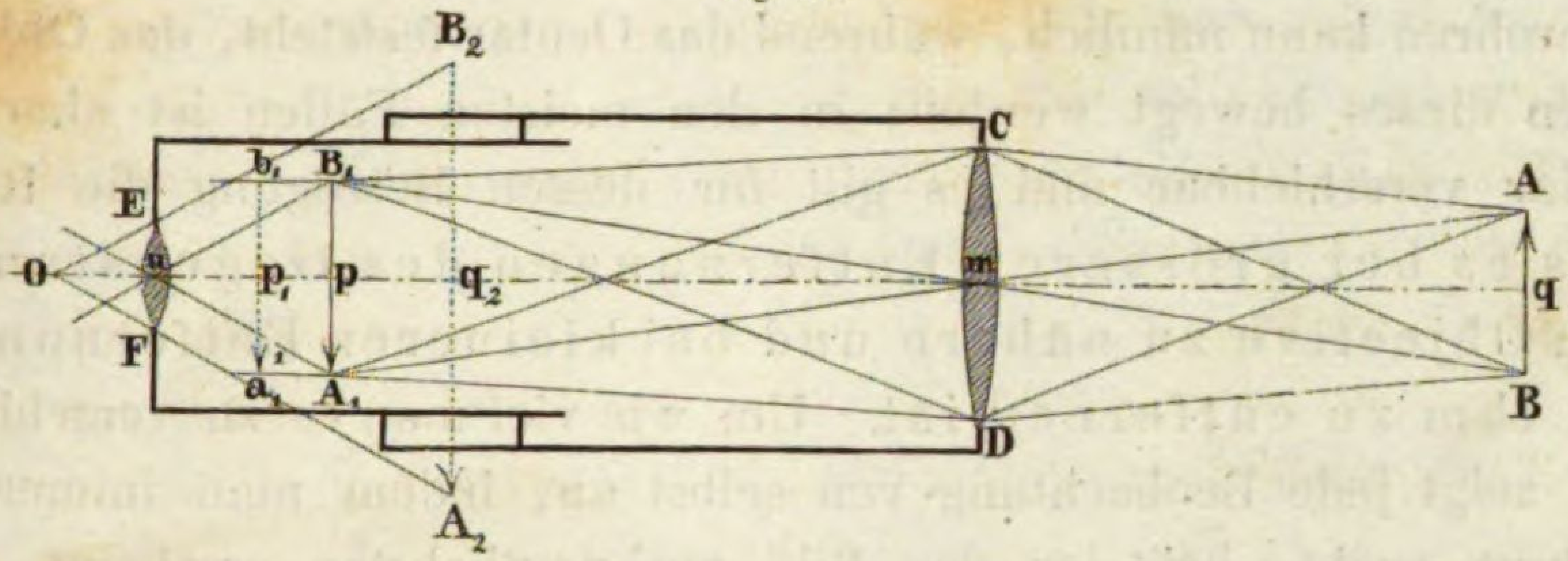
Bei den zunächst folgenden Betrachtungen über die Wirkungsweise eines so einfachen astronomischen Fernrohrs, wie es eben beschrieben wurde, werden wir voraussetzen, dass die Axen sowohl der beiden Gläser als der beiden Röhren eine einzige gerade Linie bilden; später wird dann von den Folgen die Rede seyn, welche aus einer hievon abweichenden Lage dieser Axen hervorgehen.

§. 52.

Lage des Bilds.

Figur 39 stelle den Durchschnitt eines Fernrohrs von der eben angegebenen Einrichtung vor; CD sey das Objectiv, EF das Ocular und umq die gemeinschaftliche Axe.

Fig. 39.



Ein sehr weit entfernter Gegenstand AB bildet sich (nach §. 46) in dem Brennpunkte p des Objectivs verkehrt ab. Das Bild A_1B_1 wird durch das Ocular, welches genau wie eine Lupe wirkt, vergrössert und deutlich erscheinen, wenn es sehr nahe am Brennpunkte dieses Glases, jedoch ein wenig innerhalb desselben, sich befindet (§. 47). Hieraus folgt, dass bei sehr weit entfernten Gegenständen die gegenseitige Entfernung der beiden Linsen fast genau gleich ist der Summe ihrer Brennweiten.

Ist der Gegenstand AB nicht sehr weit vom Objectiv entfernt, so fällt das Bild A_1B_1 über den Brennpunkt p hinaus nach p_1, weil nach der Gleichung (25) die Bildweite a_1 grösser wird als die Brennweite f, so bald diese gegen die Entfernung a des Gegenstands nicht vernachlässigt werden darf. Damit man aber das Bild $a_1 b_1$, welches nun entsteht, deutlich sehe, muss das Ocular wieder um seine Brennweite $up_1 = f_1$ von ihm abstehen: es ist daher für nicht sehr weit entfernte Gegenstände der Abstand beider Linsen etwas grösser als die Summe ihrer Brennweiten.

Die Gleichung (25) gibt die Grösse der Aenderungen in der Entfernung der Linsen eines bestimmten Fernrohrs, wenn man sich daraus für verschiedene Entfernungen (a) des Gegenstands die zugehörigen Bildweiten (a_1) berechnet. So ist für eine Objectivlinse von 1 Fuss Brennweite (f) der Abstand des Bildes = 1,005 Fuss, wenn der Gegenstand 200 Fuss entfernt ist, und die Bildweite = 1,111 Fuss bei einer Entfernung des Gegenstands von nur 10 Fuss. Der Unterschied in den Bildweiten beträgt somit hier einen Decimalzoll, und um so viel muss sich auch der Abstand der Linsen ändern.

Hieraus ergibt sich die Nothwendigkeit des Verschiebens der Röhren oder allgemeiner: das Bedürfniss einer Vorrichtung zur

Aenderung des Abstandes des Oculars vom Objective. Bei manchen Fernrohren kann nämlich, während das Ocular feststeht, das Objectiv gegen dieses bewegt werden; in den meisten Fällen ist aber das Ocular verschiebbar und es gilt für dessen Bewegung die Regel, dass es bei grösseren Entfernungen des Gegenstandes dem Objective zu nähern und bei kleineren Entfernungen von ihm zu entfernen ist. Um wie viel man es zu verschieben hat, zeigt jede Beobachtung von selbst an, indem man immer die Stellung sucht, bei der das Bild am deutlichsten erscheint. Mit Rücksicht auf die Bemerkung zu Gleichung (30) erklärt sich auch die Erscheinung, dass das Ocular, wenn es für ein normales Auge die richtige Stellung hat, für ein kurzsichtiges noch etwas vor-, für ein weitsichtiges aber noch etwas zurückgeschoben werden muss.

§. 53.

Vergrösserung.

Ein Fernrohr wirkt hauptsächlich durch seine Vergrösserung, worunter man das Verhältniss der scheinbaren Grösse des Bildes und des Gegenstandes zu verstehen hat. Die scheinbare Grösse ω des Gegenstandes ist aber, wenn h dessen Durchmesser, a seine Entfernung vom Objective des Fernrohrs und l dessen Länge bezeichnet, ausgedrückt durch

$$\omega = \frac{h}{a + l},$$

während man für die scheinbare Grösse ω' des Bildes, wenn y die wirkliche Grösse dieses Bildes, v die Vergrösserung des Oculars und w die deutliche Sehweite vorstellt, findet:

$$\omega' = \frac{v\,y}{w}.$$

Das Verhältniss von ω' zu ω gibt die Vergrösserung des Fernrohrs

$$v_1 = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{(a + l)\,v\,y}{w\,h}; \quad \ldots\ldots \quad (33)$$

und setzt man für y und v die Werthe, welche dafür in den Gleichungen (26) und (32) entwickelt worden sind, (wobei jedoch berücksichtigt werden muss, dass die Brennweite (f) des Objectivs eine andere ist als die (f') des Oculars), so wird

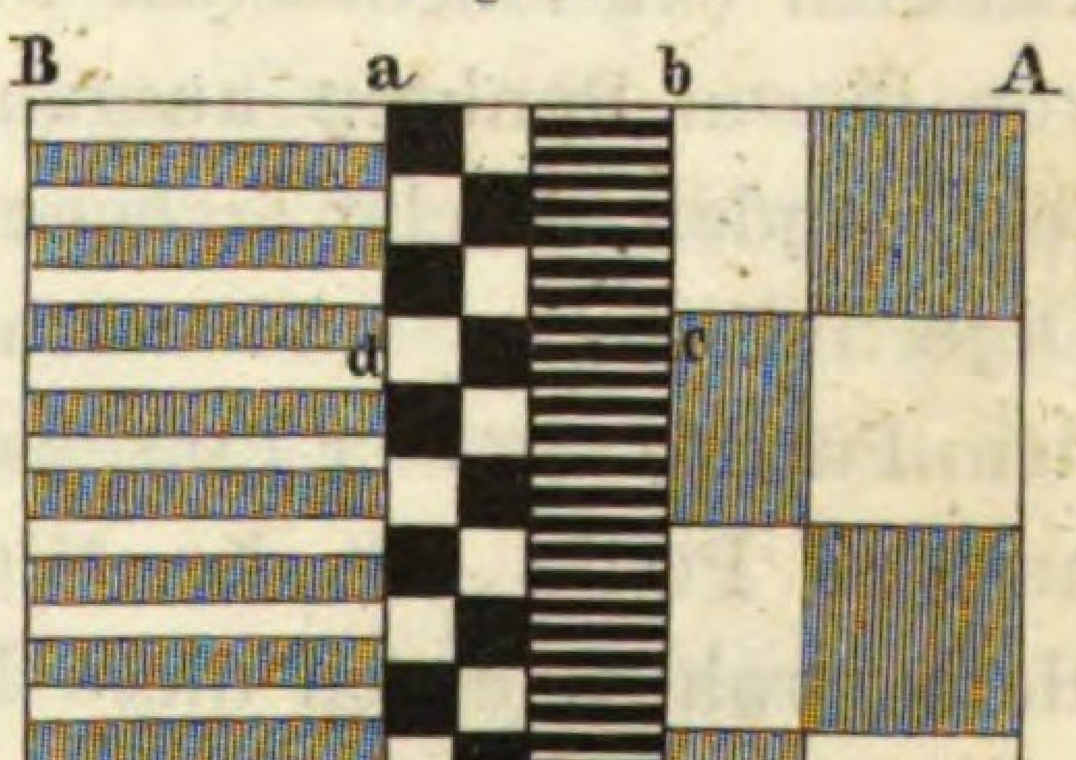
$$v_1 = \frac{a + l}{a - f} \cdot \frac{f}{f'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

In Berücksichtigung des Umstandes, dass die Länge l des Fernrohrs und die Brennweite f des Objectives gegen die Entfernung a des Gegenstandes sehr klein sind, nimmt man das Verhältniss von a + l zu a — f gleich der Einheit an, und daher ist die Vergrösserung eines Fernrohrs gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs.

Da aus dem Ausdrucke für v_1 in Gleichung (33) die deutliche Sehweite w wegfiel, indem man die Werthe für y und v einsetzte, so folgt daraus, dass ein und dasselbe Fernrohr für einen Kurz- und Weitsichtigen gleich stark vergrössert. Freilich ist dabei stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass der Kurzsichtige auch den entfernten Gegenstand sehen könne. Da er das mit blossem Auge nicht kann, so wäre für ihn die Vergrösserung des Fernrohrs eigentlich unendlich gross, wenn man nicht annehmen dürfte, dass er die scheinbaren Grössen des Gegenstandes und seines Bildes durch die Brille betrachtet, welche er trägt. Es lässt sich leicht zeigen, dass die scheinbare Grösse des Gegenstandes, welche die Brille gibt, von der mit blossem Auge gesehenen im Allgemeinen nur sehr wenig und in dem Falle gar nicht abweicht, wo die Brille dicht am Auge steht.

Kennt man die Brennweiten der beiden Linsen eines Fernrohrs nicht, so kann man dessen Vergrösserung auf dem Wege des Versuchs dadurch bestimmen, dass man eine gleichgetheilte Latte mit dem einen Auge durch das Fernrohr, mit dem anderen aber frei betrachtet und die Zahl der vergrösserten Theile abzählt, welche eine gewisse Anzahl unvergrösserter Theile decken. Der Quotient aus beiden gibt die Vergrösserung.

Fig. 40.



Ist z. B. abcd in Fig. 40 die gleichgetheilte Latte, wie sie dem unbewaffneten Auge erscheint, so wird ABCD das durch das Fernrohr gesehene Bild von ihr seyn. Decken sich in der Richtung CD zwei Theilstriche der Latte und ihres Bildes, so hat man nur die Theile von b bis h und von B bis C zu zählen und mit der kleineren Zahl in die grössere zu

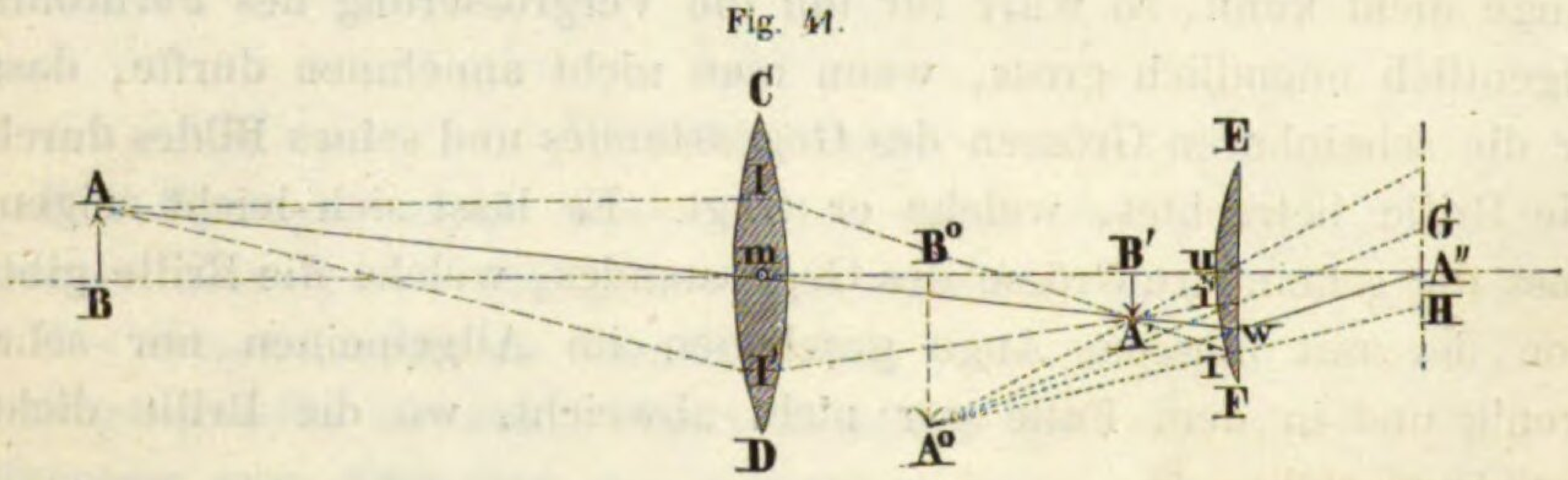
dividiren, um die Vergrösserung zu erhalten, welche in dem vorliegenden Falle = 54 : 18 = 3 ist. Ein anderes Verfahren zur Bestimmung der Vergrösserung auf praktischem Wege ist bei der Prüfung des Fernrohrs (§. 65) angegeben.

§. 54.

Augenpunkt.

Für die Beobachtung durch ein Fernrohr ist es nicht unwichtig, die Stelle zu kennen, an welche man das Auge zu bringen hat, um durch das Ocular das vom Objectiv erzeugte Bild möglichst hell und vollständig zu erblicken. Diese Stelle, welche der Augenpunkt des Fernrohrs heisst, kann man theoretisch durch folgende Betrachtung finden.

Fig. 41.



Stellt A in Fig. 41 irgend einen Punkt einer leuchtenden Fläche AB, CD den Durchschnitt des Objectivs und EF den des Oculars vor, so macht der von A ausgehende Hauptstrahl Am den Weg AmA' wA'', welcher leicht aufzufinden ist. Die zu diesem Hauptstrahl gehörigen Lichtkegel, deren Axe er ist, sind IAI', IA'I', iA'i' und GA^0H; der Strahl selbst schneidet die Linsen- und Fernrohraxe in dem Punkte A''. Was für den Punkt A gilt, lässt sich von allen Punkten der leuchtenden Fläche sagen: dass nämlich die Axen der von diesen Punkten ausgehenden Lichtkegel, welche das Bild der leuchtenden Fläche erzeugen, durch den optischen Mittelpunkt des Objectivs gehen und nach ihrer Brechung durch das Ocular in dem Punkte A'' der Linsenaxe sich schneiden. Denkt man sich nun an den Punkt A'' die Mitte der Pupille gebracht, so gehen die Hauptstrahlen durch diese Mitte weiter in das Auge, welches damit die grösste Menge des von der Fläche AB ausgehenden Lichts auffasst. Da kein anderer Punkt vor dem Oculare diese Eigenschaft besitzt, so stellt A'' den gesuchten Augenpunkt vor.

Seine Entfernung $A''u = d$ von dem Oculare ergibt sich, wenn man, der vorausgehenden Betrachtung gemäss, den optischen Mittelpunkt m des Objectivs als leuchtenden Punkt ansieht und in die dioptrische Hauptformel (Nr. 24) für die Brennweite f die Brennweite f' des Oculars, für a die Entfernung des Punkts m vom Ocular $= f + f'$ und für a_1 die gesuchte Entfernung d des Auges einsetzt. Dadurch erhält man

$$d = \frac{f + f'}{f} \cdot f' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

oder nahehin $d = f'$, was andeutet, dass man bei dem einfachen astronomischen Fernrohre das Auge um die Brennweite des Oculars vor dieses halten soll, wenn man den abgebildeten Gegenstand in möglichster Ausdehnung und Helligkeit übersehen will.

§. 55.

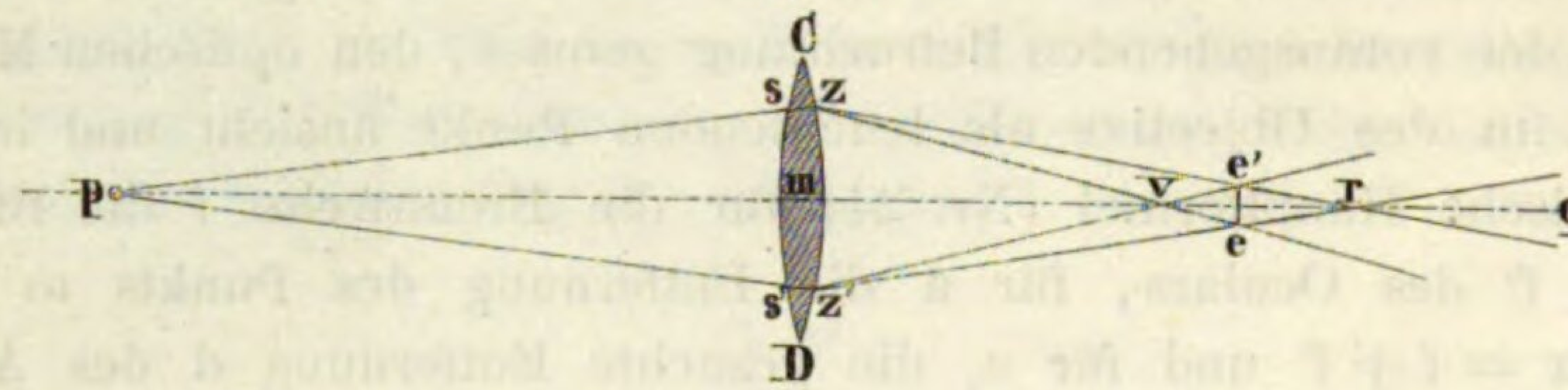
Farbenabweichung.

Ein Fernrohr, dessen Objectiv bloss aus einer einzigen Convexlinse besteht, leidet an zwei Uebelständen, welche in der Optik mit den Namen Kugelabweichung (sphärische Aberration) und Farbenabweichung (chromatische Aberration) bezeichnet werden. Von der Kugelabweichung war bereits in §. 48 kurz die Rede, und mit der Farbenabweichung hat es folgende Bewandtniss.

Das weisse Licht wird in Folge der Brechung durch die Linse in verschiedenartig gefärbte Strahlen zerlegt, von denen jeder sein eigenes Brechungsvermögen besitzt. Die stärkste Brechbarkeit besitzen die violetten und die geringste die rothen Strahlen; zwischen diesen liegen die blau, grün, gelb und orange gefärbten Strahlen. Wegen des ungleichen Brechungsverhältnisses der farbigen Strahlen entsteht in dem Brennraume der Linse eine Reihe von Farbenbildern, wovon das violette dem Glase zunächst liegt, das rothe aber am weitesten entfernt ist. Zwischen diesen befindet sich das gelbe Bild, welches wegen seiner grösseren Lichtstärke vorzugsweise betrachtet wird.

Figur 42 gibt hiervon eine Anschauung. Es sey p ein in der Axe gelegener leuchtender Punkt und ps, ps' seyen zwei in gleichen Abständen von der Axe einfallende Strahlen, so dass sie sich, wenn keine Zerstreuung des Lichts in Farben stattfände, in einem Punkte

Fig. 42.



der Axe wieder vereinigen müssten. Wegen der Zerstreuung wird aber der gebrochene Strahl ps in den Farbenbüschel vzr und ps' in den Büschel vz'r zerlegt: die rothen Strahlen nehmen die Richtungen zr, z'r, die violetten die Richtungen zv, z'v an, und bei v entsteht das violette, bei r das rothe Farbenbild. Alle übrigen Strahlen gehen zwischen v und r durch die Kreisfläche von dem Durchmesser ee'. Diese Fläche heisst der Abweichungskreis, während die Störung selbst, welche durch die Farbenzerstreuung in der Vereinigung der von einem Punkte ausgehenden Strahlen zu einem einzigen farblosen Bildpunkte hervorgerufen wird, die chromatishe Aberration oder die Farbenabweichung einer Linse genannt wird. Diese Abweichung veranlasst eine noch grössere Undeutlichkeit der Bilder als die Kugelabweichung, und es war daher seit langer Zeit das Bestreben der Optiker darauf gerichtet, sie zu vernichten, d. h. die gefärbten Strahlen wieder zu vereinigen. Dieses Streben hatte einen um so günstigeren Erfolg, als es gleichzeitig die Aufhebung der Kugelabweichung mit sich brachte.

Obwohl die Rechnungen, welche sich auf die Beseitigung der Farbenabweichung beziehen, einfacher sind als jene über die Kugelabweichung, so können hier doch nur die wichtigsten Ergebnisse derselben angeführt werden, welche in Folgendem bestehen:

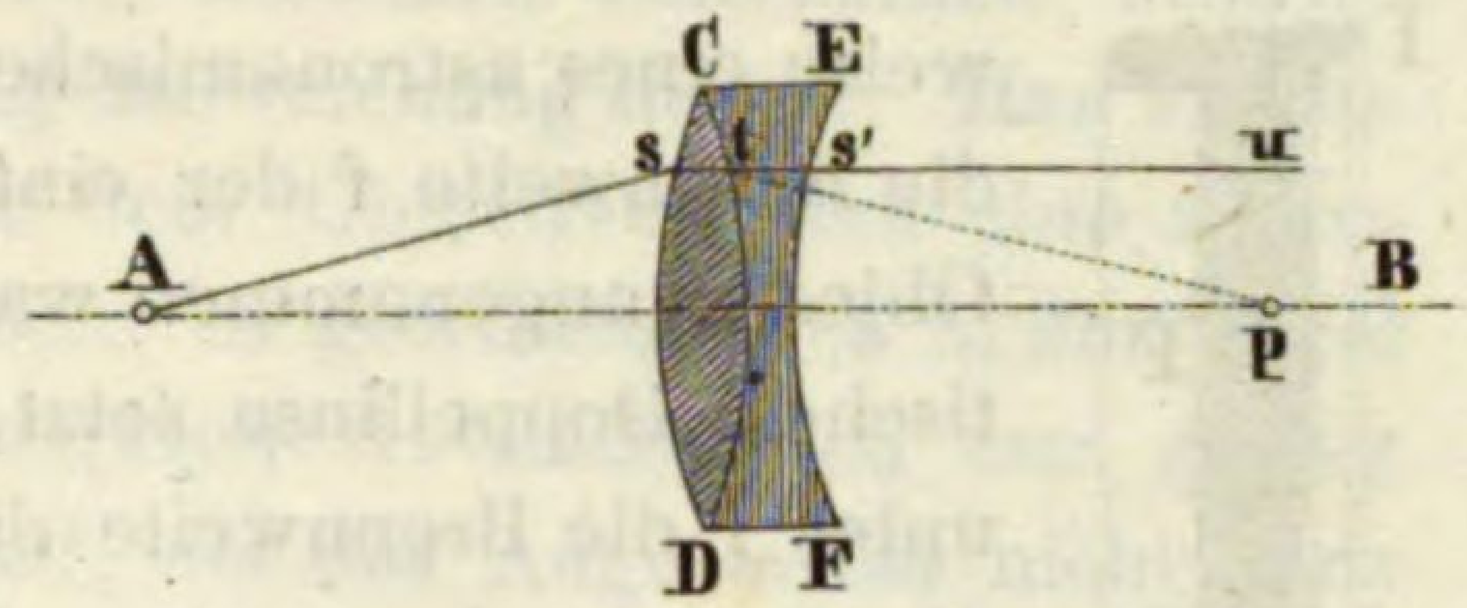
1) Durch eine einzige Linse, welche Form sie auch haben mag, kann die Farbenabweichung niemals aufgehoben werden: es gehören wenigstens zwei Linsen dazu.

2) Von den zwei Linsen, deren Verbindung farblose Bilder liefert, muss die eine (CD) convex, die andere (EF) concav seyn, und es müssen die dazu verwendeten Glassorten ein ungleiches Zerstreuungsvermögen [1] besitzen.

[1] Bezeichnet dn die Aenderung des Brechungsverhältnisses n von einer Farbe zur andern, so heisst der Quotient aus n — 1 in dn das Zerstreuungsvermögen und $n^2 - 1$ die brechende Kraft der Glassorte, welcher das n angehört.

3) Wäre das letztere nicht der Fall, so würden zwei Linsen von gleicher Brennweite, welche wie in Fig. 43 verbunden sind, gar kein Bild geben, weil das von A kommende und von der Linse CD nach dem Brennpunkte p gebrochene Licht so auf die Linse EF träfe, als käme es aus ihrem Brennpunkte selbst.

Fig. 43.



4) Streng genommen werden durch eine convexe Kron- und eine concave Flintglaslinse nur zwei Farben vollständig vereinigt; ordnet man aber die Linsen so an, dass die dunkelblauen und orangefarbigen Strahlen völlig vereinigt werden, so verschwindet auch die von den übrigen Strahlen herrührende Abweichung zur Genüge.

5) Da die Farblosigkeit der Bilder bloss verschiedene Glassorten und in einem bestimmten Verhältniss stehende Brennweiten der Kron- und Flintglaslinsen fordert, nach Gleichung (23) aber zu einer und derselben Brennweite unzählige Paare von Linsenhalbmessern passen, so kann mit der Farbenabweichung durch eine schickliche Wahl dieser Halbmesser auch die Kugelabweichung aufgehoben werden.

Eine Linsenverbindung, welche ein farbloses Bild liefert, heisst eine achromatische Linse. Fraunhofer stellte diese Linsen aus einer biconvexen Kronglaslinse und einer dieselbe berührenden planconcaven Flintglaslinse her. Beim Gebrauch wird die convexe Linse immer dem Gegenstande zugewendet, während die concave Linse dem Bilde zunächst steht.

§. 56.

Das Objectiv.

Um ein Fernrohr von den im vorigen Paragraph berührten zwei Uebelständen, welche aus der Kugel- und Farbenabweichung entspringen, zu befreien, besteht dessen Objectiv nicht, wie wir bis jetzt vorausgesetzt haben, aus einer einfachen Convexlinse, sondern aus einer achromatischen Doppellinse (C F), welche auf die in Fig. 44 angedeutete Weise so gefasst ist, dass sie leicht und sicher in die Objectivröhre eingeschraubt werden kann. Diese Linse bringt keine

Fig. 44.



Aenderung in die bisher auseinandergesetzte Wirkungsweise eines astronomischen Fernrohrs, wenn man nur für die Brennweite f der einfachen Convexlinse, welche als Objectiv angenommen war, die Brennweite der achromatischen Doppellinse setzt, oder, was dasselbe ist, sich unter f die Brennweite dieser Linse vorstellt. Will man die Brennweite f eines Fraunhofer'schen Objectivs von vorstehender Form oder eines anderen, dessen Linsen sich berühren, aus den beiden Brennweiten φ und φ' der Kron- und Flintglaslinse finden, so dient dazu die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

welche sich ergibt, wenn man erst die Brennweiten φ für die Convexlinse und φ' für die Concavlinse durch die Entfernungen der Gegenstände und ihrer Bilder ausdrückt und hierauf die Bedingung einführt, dass der Abstand beider Linsen null ist. Dabei versteht sich von selbst, dass das Bild der ersten Linse als Gegenstand für die zweite angesehen und der Gegenstand der ersten Linse ausserordentlich weit entfernt gedacht werden muss.

Um die Anwendung der vorstehenden Gleichung an einem Beispiele zu zeigen, nehmen wir an, es sey für die Kronglaslinse $n = 1{,}504$, der vordere Halbmesser $r = 6'',570$, der hintere $r' = 3'',464$, und für die Flintglaslinse $n_1 = 1{,}585$, der vordere Halbmesser $r_1 = -3'',464$ und der hintere $r_1' = 12'',520$. Hieraus findet man nach Gleichung (23):

$$\frac{1}{\varphi} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) = +\,0{,}22119 \text{ und } \varphi = +\,4'',50;$$

$$\frac{1}{\varphi'} = (n_1-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'}\right) = -\,0{,}12215 \text{ und } \varphi' = -\,8'',19;$$

und wenn man diese Werthe in Gleichung (36) setzt, die Reziproke der Brennweite der Doppellinse:

$$\frac{1}{f} = 0{,}22119 - 0{,}12215 = +\,0{,}099 \text{ und } f = +\,10'',10.$$

§. 57.

Das Ocular.

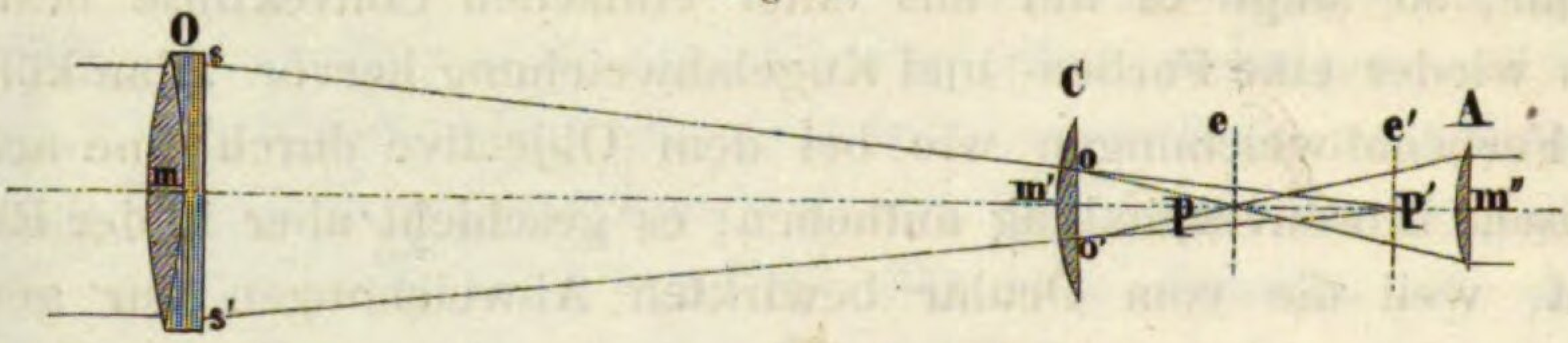
Dadurch, dass das Objectiv ein farbloses Bild liefert, ist das vom Auge gesehene Bild noch nicht farbenfrei, denn es bringt das

Ocular, so lange es nur aus einer einfachen Convexlinse besteht, stets wieder eine Farben- und Kugelabweichung hervor. Man könnte die Farbenabweichungen wie bei dem Objective durch eine achromatische Linsenverbindung aufheben; es geschieht aber in der Regel nicht, weil die vom Ocular bewirkten Abweichungen nur gering und um so weniger auffallend sind, als das Auge selbst nicht ganz achromatisch gebaut ist. Gleichwohl setzt man aber auch das Ocular aus zwei, vier oder mehr Linsen zusammen, weil sich dadurch nicht bloss die sphärischen Abweichungen vermindern, sondern auch noch Vortheile in Hinsicht auf die Grösse des Gesichtsfeldes und der Helligkeit erlangen lassen.

Wenn ein Ocular nur aus einer Convexlinse besteht, oder aus zweien so zusammengesetzt ist, dass es die Bilder der Gegenstände verkehrt zeigt, so heisst es ein astronomisches; besteht es aber aus vier oder mehr Linsen, welche zusammen ein aufrechtes Bild liefern, so wird es ein terrestrisches genannt. Der Unterschied zwischen einem astronomischen und terrestrischen Fernrohre besteht einzig und allein in der Verschiedenheit ihrer Oculare. Da wir es hier bloss mit dem astronomischen Fernrohre zu thun haben, so unterwerfen wir auch bloss das astronomische Ocular einer näheren Betrachtung.

Die zweite Linse des astronomischen Oculars, welche von der ersten einen unveränderlichen Abstand hat und folglich mit dieser dem Objectiv genähert oder von ihm entfernt werden kann, heisst die Collectivlinse des Fernrohrs, weil sie, wie sogleich gezeigt wird, die auf sie fallenden Lichtkegel in kleinere Räume zusammendrängt. Diese und die eigentliche Ocularlinse sind planconvexe Linsen. Wenden beide Ocularlinsen ihre convexen Seiten dem Objective zu, so bilden sie ein Huyghens'sches, und wenn sie ihre convexen Seiten sich selbst zukehren, ein Ramsden'sches astronomisches Ocular. In dem ersteren Falle steht, wie in Fig. 45, die Collectivlinse (C) innerhalb der Brennweite (mp′) des Objectivs, und das Bild eines vor dem Objectiv befindlichen Gegenstandes erzeugt sich zwischen den beiden Ocularlinsen (in p); in dem zweiten Falle aber steht die Collectivlinse ausserhalb der Brennweite des Objectivs und das durch dieses erzeugte Bild befindet sich zwischen der Objectiv- und der Collectivlinse. Für unseren Zweck genügt es, die Wirkungsweise des häufiger angewendeten Huyghens'schen Oculars zu erörtern.

Fig. 45.



Stellt O das Objectiv eines astronomischen Fernrohrs, p' den Brennpunkt dieses Objectivs, C die Collectivlinse und A das Augenglas vor, so ist klar, dass die auf das Objectiv treffenden Lichtstrahlen sich nicht in der Brennebene p'e' zu einem Bilde vereinigen können, weil sie vorher auf die Convexlinse C treffen, welche die bereits gegen die Axe geneigten Strahlen (so, s'o') durch Brechung noch stärker neigt und daher die Bildebene von p' nach p rückt. Die erste Wirkung der Collectivlinse besteht also darin, dass sie die Bildweite um die Länge pp' verkürzt. Da aber wegen des deutlichen Sehens die Brennebene der Ocularlinse A mit der Bildebene p e zusammenfallen muss, so wird, wie man sieht, in Folge der eingeschalteten Collectivlinse auch das ganze Fernrohr um das Stück pp' kürzer. Die übrigen Einwirkungen dieser Linse, welche wesentlicher sind als die eben angedeuteten, ergeben sich aus den nachfolgenden Betrachtungen über die Helligkeit und das Gesichtsfeld eines Fernrohrs. Wir legen denselben die vortreffliche Abhandlung zu Grunde, welche Professor G. S. Ohm kurz vor seinem Tode noch schrieb, um sie seinen „Grundzügen der Physik" einzuverleiben, woselbst sie sich auch zwischen Seite 464 und 488 befindet.

§. 58.

Natürliche Helligkeit.

Jeder leuchtende Punkt strahlt nach allen Seiten hin Licht aus. Gelangt ein Theil dieses Lichts durch die Pupille in's Auge, so sehen wir den Punkt, indem sein auf der Netzhaut erzeugtes Bild in uns die Empfindung jenes Punktes hervorruft. Diese Empfindung ist stärker oder schwächer, je nachdem die in's Auge gelangende Lichtmenge grösser oder kleiner ist. Diese Lichtmenge hängt aber sowohl von der Grösse der Pupille als von der Stärke des am Auge ankommenden Lichts ab; es wird daher die Stärke der Empfindung im Auge = p s seyn, wenn p die Grösse der Pupille und s die Stärke des Lichts vor dem Augapfel ist. Sendet nicht bloss ein

leuchtender Punkt, sondern die unendliche Anzahl von Punkten einer leuchtenden Fläche Licht in das Auge, so ist unter der Voraussetzung einer gleichförmigen Lichtstärke in jedem Punkte der Fläche der im Auge bewirkte Lichteindruck oder die Beleuchtung des im Auge empfundenen Bildes dieser Fläche: $L = u\,p\,s$, wobei u eine ausserordentlich grosse Zahl vorstellt. Die Lichtmenge L ist über die ganze Bildfläche b_1 verbreitet; es trifft folglich auf die Flächeneinheit des Bildes eine Lichtmenge $= L : b_1$, und diese Lichtmenge entspricht der Helligkeit h des Bildes im Auge und somit auch der Helligkeit, unter welcher die leuchtende Fläche vor dem Auge erscheint. Es ist folglich

$$h = \frac{L}{b_1} = \frac{u\,s\,p}{b_1} \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

Bezeichnet b die aus u Punkten bestehend gedachte leuchtende Fläche, so ist offenbar u s die Stärke des von ihr kommenden Lichts unmittelbar am Auge. Aus der Optik ist aber bekannt, dass die Stärke des von einer leuchtenden Fläche (b) ausgehenden Lichts von der Intensität i mit dem Quadrat der Entfernung (e) abnimmt; es wird daher in dem vorliegenden Falle

$$u\,s = \frac{b\,i}{e^2} \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

und wenn man diesen Werth in Gleichung (37) setzt:

$$h = \frac{b\,i}{b_1\,e^2}\,p \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

Nach §. 19 und Fig. 3 verhalten sich die Durchmesser der Flächen b, b_1 des Gegenstandes und seines Bildes wie ihre Abstände e, e_1 vom Kreuzungspunkte (m) des Auges, und folglich die Flächen selbst wie die Quadrate dieser Abstände. Setzt man den Werth von $b : b_1$, welcher sich aus der Proportion

$$b : b_1 = e^2 : e_1^2$$

ergibt, in die letzte Gleichung ein, so wird

$$h = \frac{i\,p}{e_1^2} \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

Hieraus folgt, dass die Helligkeit, womit man eine leuchtende Fläche sieht, nicht von deren Entfernung, wohl aber von der Grösse der Pupille und der Intensität des in der Fläche thätigen Lichts abhängt. Bei vollkommen

reiner Luft sehen wir somit einen und denselben Gegenstand in sehr verschiedenen Abständen vom Auge gleich hell.

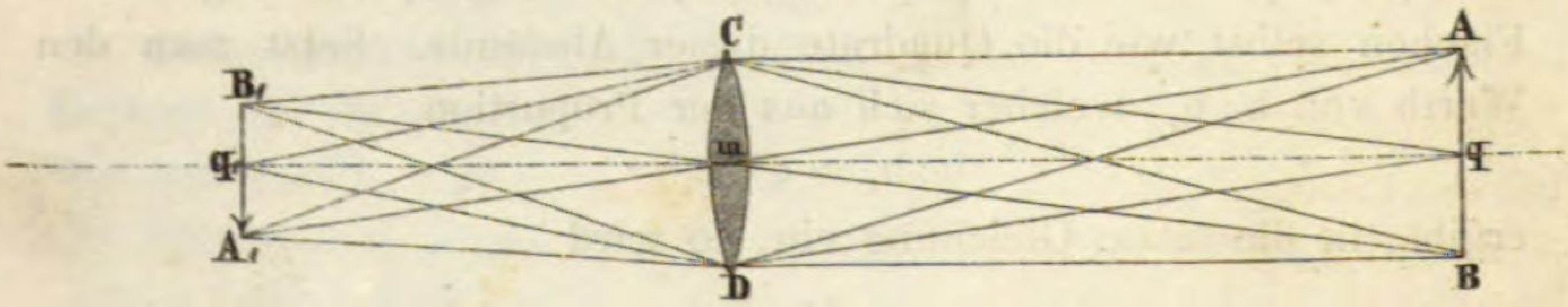
Alle äusseren Gegenstände, die wir anschauen, füllen, weil sie nach allen Richtungen strahlen, die ganze Pupille mit Licht aus, und da sich deren Grösse unter gewöhnlichen Umständen fast gar nicht ändert, so kann man für die Betrachtung jener Gegenstände auch die Grösse p als unveränderlich und folglich die Helligkeit als bloss von der Intensität i abhängig ansehen. Wenn wir dagegen, wie es bei Fernrohren der Fall ist, nur Bilder äusserer Gegenstände betrachten, so kann es kommen, dass nicht mehr die ganze Pupille mit Licht von diesen Bildern ausgefüllt wird, sondern nur ein Theil p' derselben. In diesem Falle erhält man aus der letzten Gleichung die Helligkeit h, wenn man p' für p setzt; denn wenn nur die Fläche p' der Pupille Licht empfängt, so ist das mit einer Zusammenziehung der Pupille auf die Grösse p' gleich bedeutend. Wir müssen demnach die Helligkeit, welche das blosse Auge gibt, oder die **natürliche Helligkeit**, von der Helligkeit eines optischen Instruments, z. B. eines Fernrohrs, unterscheiden. Die natürliche Helligkeit ist stets durch den Ausdruck (40) gegeben, die des Fernrohrs aber wird in den folgenden Paragraphen zugleich mit der Grösse des Gesichtsfeldes bestimmt.

§. 59.

Helligkeit der Linsenbilder.

Stellt in Fig. 46 die Linie AB einen leuchtenden Gegenstand vor, welcher von der Linse CD um mehr als deren Brennweite

Fig. 46.



entfernt ist, so gehen von den Punkten A, B, q die Lichtkegel ACD, BCD, qCD zur Linse und hinter dieser entstehen die Lichtkegel CA_1D, CB_1D, Cq_1D, welche in der Linie A_1B_1 die Bilder A_1, B_1, q_1 der leuchtenden Punkte A, B, q darstellen. Vernachlässigt man den Lichtverlust, welcher durch die Brechung in der

Linse veranlasst wird, so kommt in den Bildpunkten eben so viel Licht an, als von den zugehörigen Gegenstandspunkten ausging. Je zwei zusammengehörige Kegel enthalten an ihren in der Linse liegenden Grundflächen gleichviel Licht: es geben folglich je zwei solche Kegel in den Entfernungen $mq = a$ und $mq_1 = a_1$ gleiche Beleuchtung oder einerlei Lichtstärke. Heisst diese Stärke des Lichts an der Linsenfläche σ; jene, welche in dem Kegel CqD in der Entfernung ε von der Spitze q stattfindet, s, und die Lichtstärke in dem Kegel Cq_1D an der Stelle, welche ebenfalls um ε von der Spitze abliegt, s_1, so gelten nach bekannten Sätzen folgende zwei Proportionen:

$$\sigma : s = \varepsilon^2 : a^2 \text{ und } \sigma : s_1 = \varepsilon^2 : a_1^2$$

aus denen die dritte folgt:

$$s : s_1 = a^2 : a_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

welche lehrt, dass sich die Lichtstärken in gleichweit von den Spitzen entfernten Querschnitten zweier zusammengehöriger Lichtkegel wie die Quadrate der Kegelhöhen verhalten.

Bezeichnen b und b_1 die zusammengehörigen Flächen des leuchtenden Gegenstands und seines Bildes, wovon der erstere die Entfernung a und das letztere die Entfernung a_1 von der Linse hat, so verhält sich:

$$b : b_1 = a^2 : a_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Da jeder Punkt der leuchtenden Flächen b und b_1 in der Entfernung ε eine Lichtstärke liefert, welche beziehlich s und s_1 ist, so werden alle Punkte der Flächen b und b_1 d. h. diese selbst in der Entfernung ε Lichtwirkungen m und m_1 hervorbringen, welche sich wie s und s_1 verhalten; es findet somit die Gleichung statt:

$$m : m_1 = s : s_1 = a^2 : a_1^2 = b : b_1 \quad \ldots\ldots \quad (43)$$

von denen die letztere lehrt, dass die leuchtende Fläche und ihr Bild gleiche Lichtintensität besitzen, und dass demnach auch Gegenstand und Bild im Auge gleich hell erscheinen, wenn alle einzelnen Lichtkegel die Pupille vollständig bedecken. Füllen die vom Bild ausgehenden Lichtkegel nur einen Theil p′ der Pupille aus, so ist, wie schon im vorigen Paragraph bemerkt wurde, die Helligkeit in dem Verhältnisse von p zu p′ geringer.

Es versteht sich von selbst, dass die vorstehenden Betrachtungen sich nicht ändern, wenn man statt des leuchtenden Gegenstandes ein Bild annimmt; man kann dieselben also auch auf eine zweite,

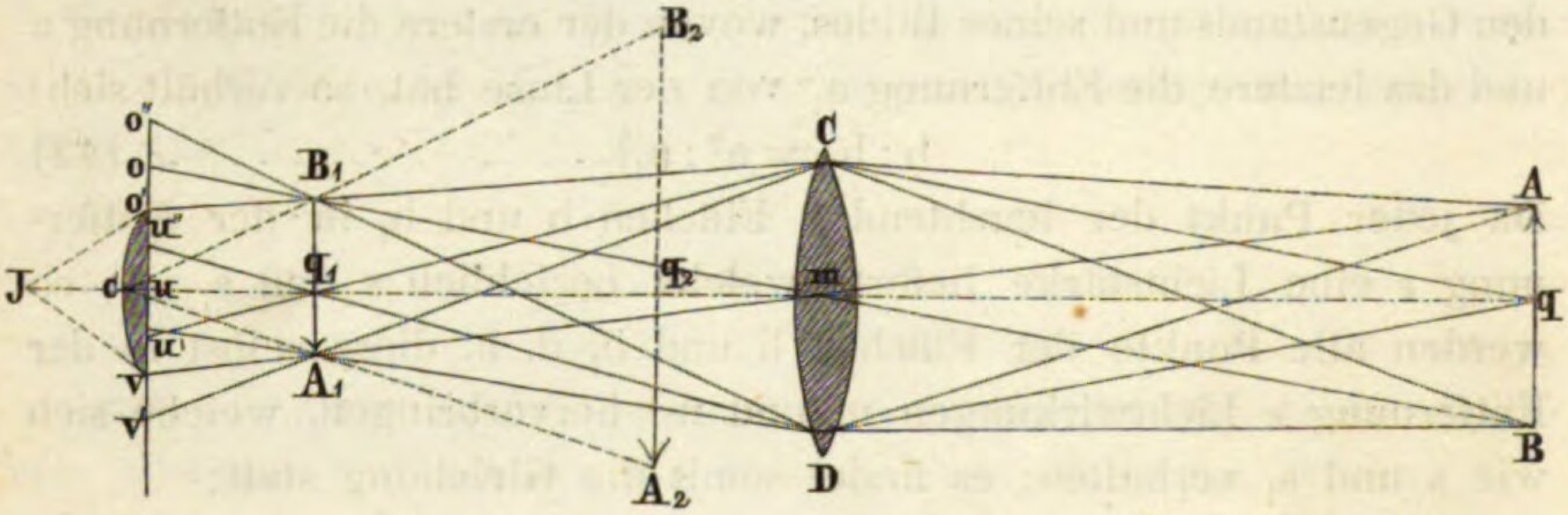
dritte, vierte Linse und die von denselben erzeugten Bilder der vor ihnen befindlichen Bilder anwenden; ja man kann das Auge selbst als die letzte dieser Linsen betrachten. Auf dieser Erwägung und auf der Voraussetzung, dass der durch die verschiedenen Brechungen entstehende Lichtverlust nicht bedeutend sey, beruht die weitere Folgerung: dass alle in einem Fernrohre und in dem vor ihm befindlichen Auge entstehenden Bilder dieselbe Lichtintensität besitzen wie der leuchtende Gegenstand, wenn die von dem letzten Bilde ausgehenden Lichtkegel die Pupille ganz ausfüllen.

§. 60.

Helligkeit und Gesichtsfeld bei zwei Linsen.

Bezeichnet CD in Fig. 47 eine Objectivlinse, so wird dieselbe hinter sich von einem vor ihr liegenden Gegenstande AqB die Strahlenkegel CA_1D, CB_1D, Cq_1D erzeugen, welche den leuchten-

Fig. 47.



den Punkten A, B, q entsprechen, von denen q in der Linsenaxe liegen soll. Die in den Bildkegeln liegenden Strahlen gehen über die Spitzen A_1, B_1, q_1 fort und bilden zwischen den Flächen $A_1 B_1$ und $o'' v'$ die Scheitelräume $A_1 v' v''$, $B_1 o' o''$, $q_1 u' u''$ der Bildkegel, welche sich gerade so verhalten, als ob A_1, B_1, q_1 leuchtende Punkte wären von der Beschaffenheit, dass sie ausserhalb dieser Scheitelräume kein Licht geben. Denkt man sich an die Ebene $o'' v'$ eine Ocularlinse (c) gerückt, so kann diese entweder alles Licht der Scheitelräume aufnehmen oder nur einen Theil davon. Nach unserer Figur empfängt diese Linse alles Licht des mittleren, einen Theil des unteren und gar kein Licht des oberen Scheitelraums. Es ist

nun von selbst klar, dass in diesem Falle die Ocularlinse nur von den Punkten A_1 und q_1 neue Bilder erzeugen kann, von B_1 aber nicht; und dass das Bild von q_1, weil es das volle Licht hat, heller seyn wird als das von A_1.

Es ist wohl nicht überflüssig, daran zu erinnern: erstens, dass der Gegenstand (hier das Bild q_1 oder A_1), welcher von einer Ocularlinse deutlich gesehen werden soll, sehr nahe um deren Brennweite von ihr stehen muss; und zweitens, dass nur der mittlere Theil einer Linse wirksam, der äussere aber verdeckt ist, um deren Kugelabweichung möglichst zu vermindern. Nach §. 48 hat man sich die wirksame Breite EF der Objectiv- und der Ocularlinse höchstens gleich der Hälfte des Halbmessers der am stärksten gekrümmten Fläche oder höchstens gleich einem Drittel der Brennweiten (f, f_1) dieser Linsen vorzustellen. Wir werden diese Breite, wo es nöthig ist, $= \mu f$ setzen, wobei μ stets kleiner als 0,33 ist.

Wenn man der Ocularlinse c nur eine flache Wölbung gibt, so kann man die Ebene $o''v'$, welche die Linse in u berührt und auf der Axe cm senkrecht steht, für die vordere Linsenfläche gelten lassen. Bei dieser Annahme werden die Durchmesser $u'u''$, $v'v''$, $o'o''$ der Scheitelräume, welche zu q_1, A_1, B_1 gehören, einander gleich, weil die Dreiecke Cq_1D und $u'q_1u''$, CA_1D und $v'A_1v''$, CB_1D und $o'B_1o''$ einander ähnlich, die grösseren Dreiecke alle gleichgross und die Höhen der kleineren Dreiecke gleichlang sind. Bezeichnet demnach

β den Halbmesser der Kreise, nach welchen die Scheitelräume von A_1, q_1, B_1 die Ebene $o''v'$ schneiden,

y die halbe wirksame Oeffnung der Objectivlinse CD,

a_1 die Bildweite des Objectivs CD, und

f_1 die Brennweite der Ocularlinse c,

so verhält sich:

$$y : \beta = a_1 : f_1.$$

Nimmt man die Ocularlinse sehr dünn an, so darf man auch den Halbmesser ϱ der Grundflächen der aus ihr tretenden Lichtkegel, welche bei dem Eintritte den Halbmesser β haben, diesem Halbmesser β gleich setzen. Da die Strahlen dieser Kegel aus der Brennebene des Oculars kommen, so werden sie nach der Brechung fast parallel mit der Axe austreten und folglich nahezu in der Breite 2ϱ zum Auge gelangen. Ist nun β nicht kleiner als ϱ und stellt ϱ den

Halbmesser der Pupille vor, so werden die Lichtkegel von der Breite 2β oder 2ϱ die Pupille ganz ausfüllen. Setzt man in der letzten Gleichung ϱ für β, so kann man aus der Proportion:

$$y : \varrho = a_1 : f' \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (44)$$

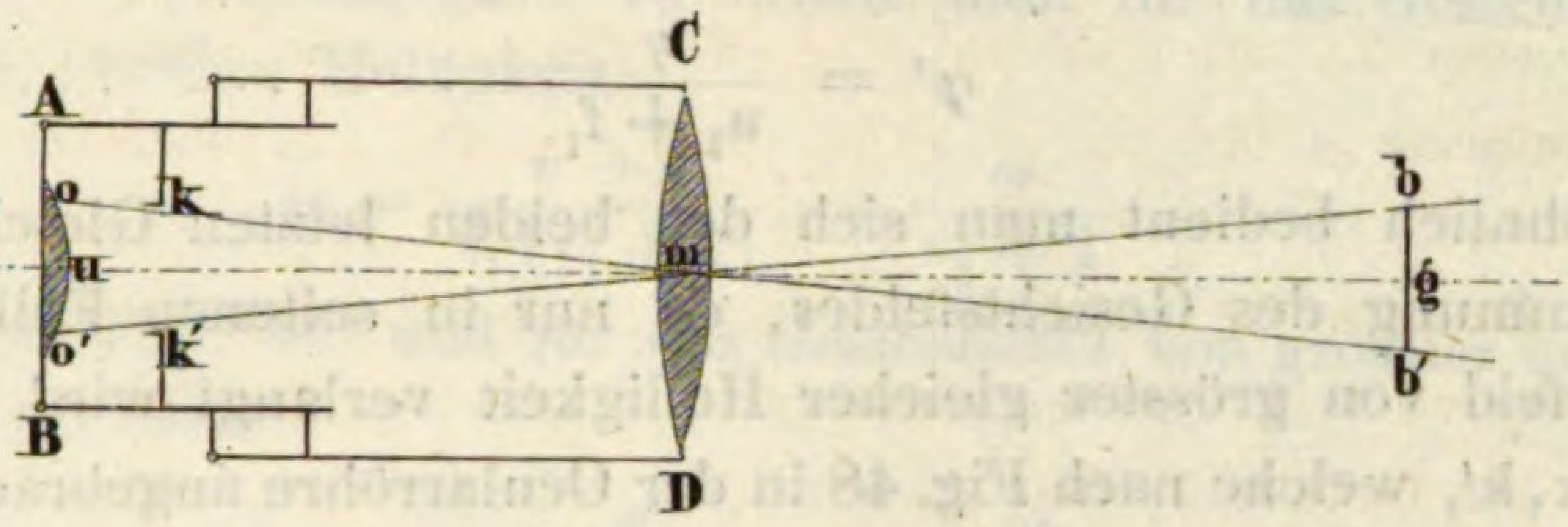
die Brennweite f_1 einer Ocularlinse bestimmen, welche zu einem Objective von der wirksamen Oeffnung $2y$ und einer Brennweite f, die der Grösse a_1 fast gleich ist, dann gehört, wenn alle Strahlenkegel die Pupille noch ganz ausfüllen und somit die Bilder ihre volle Helligkeit haben sollen. Bedenkt man weiter, dass das Verhältniss $a_1 : f_1$ sehr nahe die Vergrösserung des Fernrohrs ausdrückt, so lehrt die letzte Gleichung auch, dass die Vergrösserung nicht mehr als $y : \varrho$ betragen darf, wenn die Helligkeit des Bildes die natürliche seyn soll.

Hiebei ist vorausgesetzt, dass alle von dem Bilde kommenden Lichtkegel die Breite der Pupille haben und durch das Ocular zum Auge gelangen können; da dieses aber nicht immer der Fall ist, so muss noch weiter untersucht werden, was geschieht, wenn β grösser oder kleiner als ϱ ist und die Lichtkegel nur theilweise oder gar nicht durch die Ocularlinse dringen. Wenn $\beta > \varrho$ ist, so dürfen ohne Zweifel die Lichtkegel in der Breite $2\beta - 2\varrho$ über den Rand der Ocularöffnung hinausfallen, ohne dass eine Verminderung der Helligkeit eintritt. Will man bestimmen, wie weit in diesem Falle die Axen ($A_1 v$) der Lichtkegel ($A_1 v' v''$) an der Ebene $o'' v'$ von der Instrumentenaxe (c m) abstehen dürfen, so ist, wenn man diesen Abstand $vu = \delta$ und den Halbmesser der wirksamen, durch μf_1 gegebenen Ocularöffnung $= \eta$ setzt, nach einer einfachen Ueberlegung:

$$\delta = \eta + \beta - 2\varrho \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (45)$$

Denkt man sich den senkrechten Kegel erzeugt, welcher (wie in Fig. 48) am Ocular eine Grundfläche von dem Halbmesser $ou = \delta$ hat, dessen Axe m u die Instrumentenaxe ist und dessen Spitze im optischen Mittelpunkte m des Objectivs liegt, so schneidet dieser Kegel von dem in der Brennebene k k' des Oculars befindlichen Bilde denjenigen kreisförmigen Theil heraus, welcher durch das Ocular an allen Stellen mit ungeschwächter Helligkeit gesehen wird. Der Scheitelraum b m b' dieses Kegels bestimmt die Kreisflächen an Gegenständen ausserhalb des Objectivs, welche mit voller Helligkeit durch das vor dem Ocular befindliche Auge wahrgenommen

Fig. 48.



werden. Haben diese Kreise in der Entfernung $mg = a$ vom Objectiv den Halbmesser $bg = r$, so ist die scheinbare Grösse von r oder

$$\varphi = \frac{r}{a} = \frac{\delta}{a_1 + f_1} = \frac{\eta + \beta - 2\varrho}{a_1 + f_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

eine unveränderliche Grösse, so lange der Abstand der Linsen sich nicht ändert. Ohm nennt dieselbe den scheinbaren Halbmesser des Gesichtsfeldes von grösster gleicher Helligkeit.

Soll die Helligkeit nicht vermindert werden, so darf β nicht kleiner seyn als ϱ; bei $\beta = \varrho$ findet noch volle Helligkeit statt und in diesem Falle ist

$$\varphi = \frac{\eta - \varrho}{a_1 + f_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Wird die wirksame Breite 2η der Ocularlinse gerade der Pupillenbreite 2ϱ gleich, so erhält man $\varphi = 0$, d. h. es ist kein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit mehr vorhanden; mit andern Worten: es erscheint nur noch der Punkt des Gegenstands mit voller Helligkeit, welcher in der verlängerten Axe liegt, während alle Punkte ausserhalb dieser Axe um so weniger hell erscheinen, je grösser ihr Abstand von der Axe ist.

Diejenigen Stellen des Bildes, welche Strahlenkegel liefern, deren Axen den Rand der Ocularlinse gerade noch berühren, dringen zur Hälfte durch diese Linse und erscheinen desshalb in der halben natürlichen Helligkeit. Es ist klar, dass, wenn man sich mit dieser verminderten Helligkeit noch begnügt, der Abstand δ um den Halbmesser ϱ grösser werden darf. Dieser neue Werth von δ oder

$$\delta' = \eta + \beta - \varrho \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

bestimmt das Gesichtsfeld der grössten ungleichen Helligkeit, nämlich: so lange $\beta > \varrho$ ist:

$$\varphi' = \frac{\eta + \beta - \varrho}{a_1 + f_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Bayerische
Staatsbibliothek
München

und wenn $\beta = \varrho$ wird:

$$\varphi' = \frac{\eta}{a_1 + f_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Gewöhnlich bedient man sich der beiden letzten Gleichungen zur Bestimmung des Gesichtsfeldes, da nur in seltenen Fällen ein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit verlangt wird. Die Blenden k, k', welche nach Fig. 48 in der Ocularröhre angebracht werden, sind so eingerichtet, dass sie die halbe natürliche Helligkeit noch zulassen, d. h. ihre Oeffnung kk' greift nicht in den senkrechten Lichtkegel o m o' ein, dessen Breite am Ocular $= 2\,\delta'$ und dessen Spitze der optische Mittelpunkt des Objectivs ist.

Bezeichnen h, h', h'' die (nach Fig. 47) einander entsprechenden Durchmesser des Gegenstandes AB und seiner Bilder $A_1 B_1$ und $A_2 B_2$, sowie f_1 und a_{11} die Entfernung dieser Bilder von der Ocularlinse, und haben a und a_1 ihre vorige Bedeutung, so verhält sich, wie leicht einzusehen, $h : h'' = a f_1 : a_1 a_{11}$ und es ist somit

$$h'' = \frac{a_1 a_{11}}{f_1} \cdot \frac{h}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

Ein Auge, das sich in dem Punkte I hinter dem Ocular befindet und von diesem um $Ic = d$ absteht, sieht den Durchmesser h'' in der scheinbaren Grösse $\varphi'' = h'' : (a_{11} + d)$, während $h : a$ die scheinbare Grösse φ' des Durchmessers h vom Mittelpunkt des Objectivs aus ist. Dividirt man die Gleichung (51) mit $a_{11} + d$, so kommt

$$\varphi'' = \frac{a_1 a_{11}}{f_1 (a_{11} + d)} \varphi' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

und wenn man berücksichtigt, dass das Verhältniss von $\varphi'' : \varphi'$ die Vergrösserung v_1 des Fernrohrs bezeichnet, so wird

$$v_1 = \frac{\varphi''}{\varphi'} = \frac{a_1 a_{11}}{f_1 (a_{11} + d)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

Da die Grösse d gegen a_{11} nur klein ist (denn $a_{11} + d$ stellt die Weite des deutlichen Sehens vor), so kann man das Verhältniss von $a_{11} : (a_{11} + d)$ der Einheit gleich nehmen; und da a_1 nur wenig von der Brennweite f des Objectivs verschieden ist, so wird wie früher (§. 53) die Vergrösserung sehr nahe gleich dem Verhältniss der Brennweiten des Objectivs und des Oculars.

Wenn man $a_1 = f$ setzt, so wird $a_1 + f_1 = f + f_1$ und da $f : f_1 = v_1$, folglich $f = v f$ ist, $a_1 + f_1 = f_1 (v_1 + 1)$. Setzt man diesen

Bayerische Staatsbibliothek München

Werth in die Gleichung (47), so erhält man für das Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit:

$$\varphi = \frac{\eta - \varrho}{f_1 (v_1 + 1)} = \frac{\omega}{v_1 + 1} \quad \ldots \ldots \quad (54)$$

wobei $\eta - \varrho = \omega f_1$ ist; und für das Gesichtsfeld von grösster ungleicher Helligkeit wird

$$\varphi' = \frac{\eta}{f_1 (v_1 + 1)} = \frac{\omega_1}{v_1 + 1} \quad \ldots \ldots \quad (55)$$

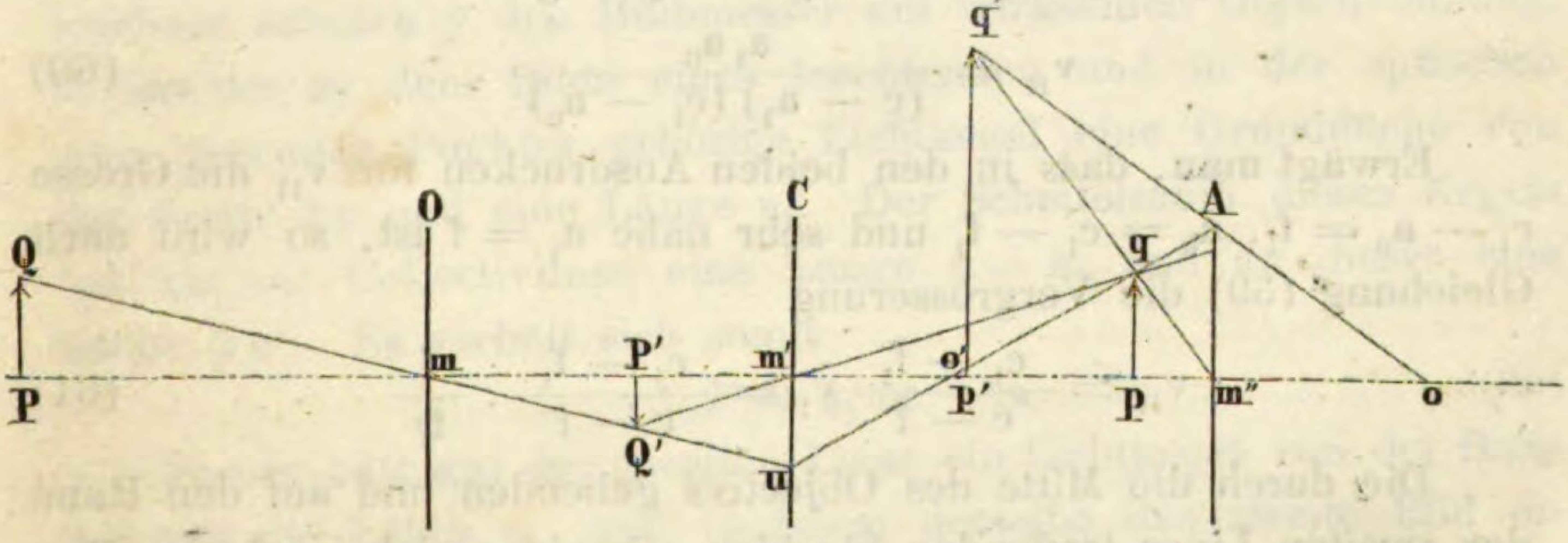
wobei $\eta = \omega_1 f_1$ ist. Man entnimmt hieraus, dass beide Arten von Gesichtsfeldern des Fernrohrs nahezu mit der Vergrösserung desselben abnehmen und folglich auch ein grosses Gesichtsfeld nur auf Kosten der Vergrösserung erlangt werden kann. Aus diesem Grunde und da es bei Land- und Erdmessungen meist nur auf die deutliche Uebersicht einzelner Punkte, kurzer Linien oder kleiner Flächen ankommt, verzichtet man bei den Fernrohren für geodätische Instrumente auf ein grosses Gesichtsfeld.

§. 61.

Gesichtsfeld und Vergrösserung bei drei Linsen.

In Fig. 49 mögen die Linien O, C, A beziehlich die Objectiv-, Collectiv- und Ocularlinse mit den Brennweiten f, f_0, f_1, den Bildweiten a_1, a_0, a_{11} und den Abständen $m m' = c$, $m' m'' = c_1$ vorstellen.

Fig. 49.



Nehmen wir zunächst an, dass jede Linse ein Bild erzeuge: das Objectiv vom Gegenstande P Q in P′ Q′, das Collectiv von P′ Q′ in p q, und die Ocularlinse von p q in p′q′; und setzen wir die Entfernung des Gegenstandes P Q von dem Objectiv = a: so

gelten folgende drei Gleichungen, deren Richtigkeit aus §. 45 hervorgeht:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}; \frac{1}{f_0} = \frac{1}{c - a_1} + \frac{1}{a_0}; \frac{1}{f_1} = \frac{1}{c_1 - a_0} + \frac{1}{a_{11}}; \quad . \quad (56)$$

Nennen wir ferner die von der optischen Axe aus gerechneten grössten Höhen von PQ, P'Q', pq, p'q', welche durch das Ocular noch übersehen werden können, beziehlich h, h_1, h_0, h_{11}: so finden folgende drei weitere Gleichungen statt:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{h}{h_1}; \quad \frac{c - a_1}{a_0} = \frac{h_1}{h_0}; \quad \frac{c_1 - a_0}{a_{11}} = \frac{h_0}{h_{11}} \quad . \quad . \quad (57)$$

Aus den beiden letzteren folgt:

$$h_{11} = \frac{a_1 a_0 a_{11} h}{a (c - a_1)(c_1 - a_0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Befindet sich das Auge in dem Punkte o hinter der Linse A und ist $m''o = d_1$, so wird die scheinbare Grösse des letzten Bildes gleich $p'q' : p'o = h_{11} : (a_{11} + d_1)$, während die des Gegenstandes, vom Objectiv aus genommen, gleich $h : a$ ist. Dividirt man daher die letzte Gleichung erst mit $a_{11} + d_1$ und hierauf mit $h : a$, so gibt der Quotient die Vergrösserung des Fernrohrs mit drei Linsen:

$$v_{11} = \frac{a_1 a_0 a_{11}}{(c - a_1)(c_1 - a_0)(a' + d_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

Ist $d_1 = o$, d. h. hält man das Auge ganz nahe an die Ocularlinse A, so wird das Verhältniss $a_{11} : (a_{11} + d_1) = 1$. Dasselbe kann man aber auch in allen anderen Fällen annehmen, da d_1 gegen a_{11} stets nur gering ist; folglich ist genau genug:

$$v_{11} = \frac{a_1 a_0}{(c - a_1)(c_1 - a_0)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Erwägt man, dass in den beiden Ausdrücken für v_{11} die Grösse $c_1 - a_0 = f_1$, $a_0 = c_1 - f_1$ und sehr nahe $a_1 = f$ ist, so wird nach Gleichung (59) die Vergrösserung

$$v_{11} = \frac{c_1 - f_1}{c - f} v_1 = \frac{c_1 - f_1}{c - f} \cdot \frac{f}{f_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

Die durch die Mitte des Objectivs gehenden und auf den Rand der zweiten Linse treffenden Strahlen schneiden sich nach der Brechung durch diese Linse in einem Punkte o', welcher von der Linse C um die Länge $m'o' = b$ absteht. Von o' aus gehen diese Strahlen auf die dritte Linse A und vereinigen sich nach ihrem Durchgange in dem Punkte o, welcher von A den Abstand $m''o = d_1$ hat.

Die Abstände b und d_1 ergeben sich aus den leicht zu bildenden Gleichungen:

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} \text{ und } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{c_1 - b} + \frac{1}{d_1} \quad . \ . \ (62)$$

Aus der zweiten Gleichung folgt, wenn b aus der ersten bestimmt ist,

$$d_1 = \frac{(c_1 - b)\, f_1}{c_1 - b - f_1} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (63)$$

und dieser Ausdruck gibt die Entfernung des Augenpunktes für ein astronomisches Fernrohr mit Collectivlinse. Hier darf man die Grösse f_1 gegen $c_1 - b$ nicht vernachlässigen, weil c_1 und b selbst nur kleine Grössen sind. In der optischen Praxis nimmt man gewöhnlich den Abstand der beiden Ocularlinsen $c_1 = 2 f_1$ und die Brennweite der Collectivlinse $f_0 = 3 f_1$ an. Unter dieser Voraussetzung folgen aus den Gleichungen (62) die Entfernungen

$$b = \frac{3\, c\, f_1}{c - 3 f_1} \text{ und } d_1 = \frac{6 f_1 + c}{3 f_1 + 2 c}\, f_1 \quad . \ . \ (64)$$

Für $f_1 = \frac{1}{3}$ Zoll und $c = 11$ Zoll wird somit $b = 1'',1$ und $d_1 = \frac{1}{6}$ Zoll, also d_1 nur halb so gross als f_1.

Soll das Fernrohr ein Gesichtsfeld von grösster gleicher Helligkeit haben, so muss alles Licht, welches von einem leuchtenden Punkte auf die Objectivlinse trifft, sich wieder in den Bildpunkten sammeln und von dem Oculare in der Breite der Pupille oder darüber austreten. Die Erfüllung dieser Bedingung erfordert folgende Eigenschaften der Linsen und ihrer Zusammenstellung. Bezeichnet nämlich y den Halbmesser der wirksamen Objectivöffnung, so hat der zu dem Bilde eines leuchtenden und in der optischen Axe liegenden Punktes gehörige Lichtkegel eine Grundfläche von der Breite 2y und eine Länge a_1. Der Scheitelraum dieses Kegels hat bis zur Collectivlinse eine Länge $c - a_1$ und an dieser eine Breite $2\beta'$. Es verhält sich somit

$$y : \beta' = a_1 : c - a_1 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (65)$$

Ferner tritt aus der zweiten Linse ein Lichtkegel von der Basis 2β und der Länge a_0, und nachdem derselbe das zweite Bild erzeugt hat, setzt sich der Scheitelraum in einer Länge $c_1 - a_0$ bis an die Ocularlinse fort, wo er die Breite $2\beta''$ erhält. Für diese zwei Kegel gilt die Gleichung:

$$\beta' : \beta = a_0 : c_1 - a_0 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (66)$$

Soll nun alles von dem leuchtenden Punkte kommende Licht, mit Ausnahme des Verlustes bei den verschiedenen Brechungen, durch die drei Linsen hindurch gehen, so darf die wirksame Oeffnung $2y'$ der Collectivlinse nicht kleiner seyn als $2\beta'$, und die Breite η der Ocularlinse nicht kleiner als 2β. Ausser diesen zwei Bedingungen, welche sich in Zeichen so ausdrücken lassen:

$$\beta' \overline{\overline{>}}\, y' \text{ und } \beta \overline{\overline{>}}\, \eta \quad \ldots\ldots \quad (67)$$

müssen auch noch folgende zwei erfüllt werden:

$$\beta \overline{\overline{>}}\, \varrho \text{ und } \eta \overline{\overline{>}}\, \varrho \quad \ldots\ldots \quad (68)$$

indem nur in diesen Fällen die aus dem Oculare kommenden Lichtkegel die Pupille von der Breite 2ϱ ganz zu bedecken im Stande sind.

Darf das Fernrohr ein Gesichtsfeld von ungleicher Helligkeit haben, so müssen erstens die in Nr. 67 ausgesprochenen Bedingungen stattfinden, und zweitens müssen die äussersten Lichtkegel noch zur Hälfte durch das Ocular in's Auge dringen, damit der Rand des Gesichtsfeldes noch halbe Helligkeit erhält. Diese zweite Bedingung wird erfüllt, wenn der von dem Rande des Gesichtsfeldes kommende Hauptstrahl (Q m Q') die zweite Linse in einem Abstande y' und die dritte in dem Abstande η von der Axe trifft, d. h. wenn sich verhält: $y' : \eta = b : c_1 - b$, oder wenn

$$\eta = (c_1 - b)\frac{y'}{b} = c_1 \frac{y'}{b} - y' \quad \ldots\ldots \quad (69)$$

ist. Das Verhältniss von $y' : b$ ist offenbar die scheinbare Grösse des vom Punkte o' durch die Collectivlinse gesehenen Bildes von dem Gegenstande in seiner grössten Höhe über der Instrumentenaxe; bezeichnen wir dieselbe wie in Nr. 52 mit φ'', so wird

$$\eta = (c_1 - b)\,\varphi'' = c_1\,\varphi'' - y' \quad \ldots\ldots \quad (70)$$

Ferner bestimmt der Winkel m' m u die Grösse des Gesichtsfeldes φ' im Instrumente; es ist daher $c\,\varphi' = y'$ und folglich, wenn man diesen Werth von y' in die letzte Gleichung einsetzt:

$$\eta = c_1\,\varphi'' - c\,\varphi' \quad \ldots\ldots \quad (71)$$

Die scheinbare Grösse des durch die Ocularlinse gesehenen letzten Bildes ist, wenn o den Augenpunkt bezeichnet, gleich

$$\varphi_0 = \frac{(u'\,m'')}{(o\,m'')} = \frac{\eta}{d_1}.$$

Setzt man hierin für d_1 den Werth aus Gleichung (62) und

berücksichtigt, dass sich nach Gleichung (69) $\eta : c_1 - b = y' : b$ verhält, so kommt:

$$\varphi_0 = \frac{\eta}{f_1} - \frac{\eta}{c_1 - b} = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y'}{b};$$

und wenn man die Reciproke von b aus Gleichung (62) und den Werth von y' aus (71) nimmt, so wird

$$\varphi_0 = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y'}{f_0} + \frac{y'}{c} = \frac{\eta}{f_1} - \frac{y'}{f_0} + \varphi' \quad . \quad . \quad (72)$$

Will man dem Ausdrucke für φ_0 eine bessere Form geben, so setze man, wie früher schon in ähnlicher Weise geschehen ist, das Verhältniss $\eta : f_1 = \omega_1$ und $y' : f_0 = \omega_0$: dann wird

$$\varphi_0 = \omega_1 - \omega_0 + \varphi' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Da das Verhältniss $\varphi_0 : \varphi'$ die Vergrösserung v_{11}, also $\varphi_0 = v_{11}\varphi'$ ist, so folgt aus der letzten Gleichung, nach Einführung dieses Werthes von φ_0:

$$\varphi_0 = \frac{\omega_1 - \omega_0}{v_{11} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Soll unter übrigens gleichen Umständen das Fernrohr mit Doppelocular dasselbe Gesichtsfeld haben wie das einfache Fernrohr ohne Collectivlinse, so muss $\varphi_0 = \varphi'$ oder nach Gleichung (72) $f_0 \eta = f_1 y'$ seyn, d. h. es müssen sich die Brennweiten der beiden Ocularlinsen wie ihre wirksamen Oeffnungen verhalten.

§. 62.

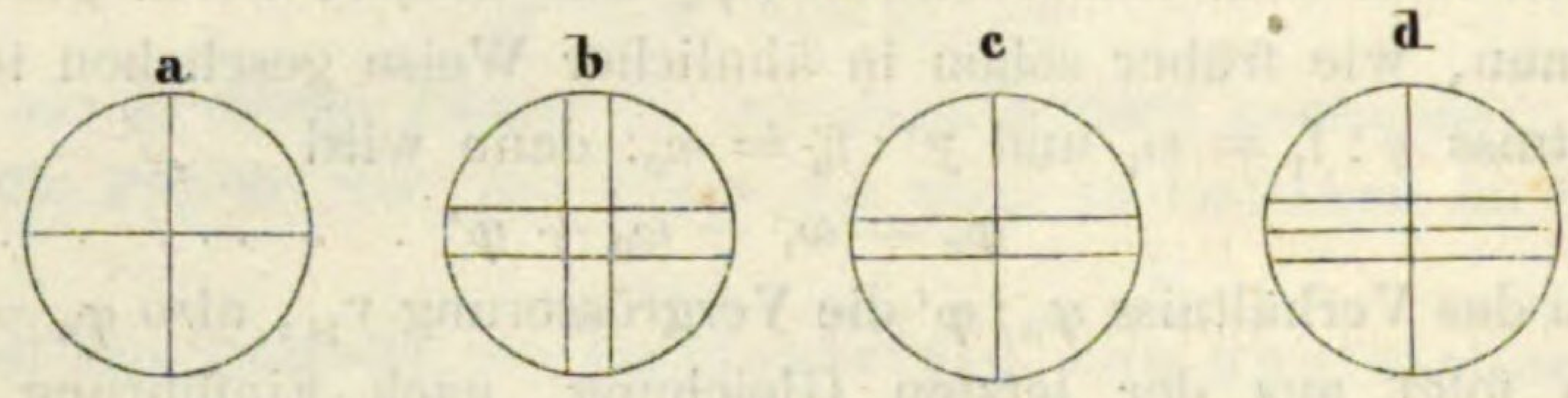
Das Fadenkreuz.

Zu Messungen ist das astronomische Fernrohr erst dann geeignet, wenn es eine Vorrichtung besitzt, wodurch das Zielen nach einer bestimmten Richtung möglich wird; denn bis jetzt sind in dem Kegelraume des Gesichtsfeldes unendlich viele Ziel- oder Visirlinien und folglich bei Betrachtung eines Punktes eben so viele Lagen des Fernrohrs möglich.

Die Vorrichtung, welche eine sichere Absehlinie gewährt, indem sie einen bestimmten Punkt des Gesichtsfeldes bezeichnet, heisst das Fadenkreuz, weil sie dem Wesen nach aus zwei sich kreuzenden feinen Fäden besteht. Der Schnitt dieser Kreuzfäden gibt den eben genannten bestimmten Punkt des Gesichtsfeldes und seine Verbindung mit dem optischen Mittelpunkte des Objectivs die Absehlinie an. Will man in einem Fernrohre mehr als eine solche Linie haben,

so müssen durch eine hinreichende Anzahl Fäden eben so viele Kreuzungspunkte hergestellt werden, als man Visirlinien braucht. Die gebräuchlichsten Formen der Fadenkreuze sind in Fig. 50 abgebildet und es ist hiezu nur zu bemerken, dass die mit b bezeichnete Anordnung der Fäden in den Fällen angewendet wird, wo es sich darum handelt, nicht einen einzigen Punkt, sondern eine kleine Fläche in der Mitte des Gesichtsfeldes zu betrachten.

Fig. 50.



Die Linien des Fadenkreuzes sind entweder sehr zarte Spinnweben oder noch feinere Platinadrähte, die man sich dadurch verschafft, dass man um einen dünnen Platindraht einen Cylinder von Silber giesst und die Verbindung selbst zu einem sehr feinen Drahte auszieht. Löset man dessen Silberschichte in Salpetersäure auf, so bleibt der gesuchte Platinadraht übrig. Die Kreuzfäden werden auf die flache Seite eines Metallrings gespannt, der mit der Ocularröhre so verbunden ist, dass er sowohl längs der mechanischen Axe des Fernrohrs als senkrecht darauf bewegt werden kann. Die Bewegung nach der Axe des Fernrohrs ist nöthig, damit das Fadenkreuz an die Stelle vor dem Ocular gebracht werden kann, in welcher es hinter demselben deutlich gesehen wird; und die Seitenbewegung dient dazu, den Durchschnittspunkt der Fäden an die rechte Stelle des Gesichtsfeldes zu bringen.

Fig. 51.

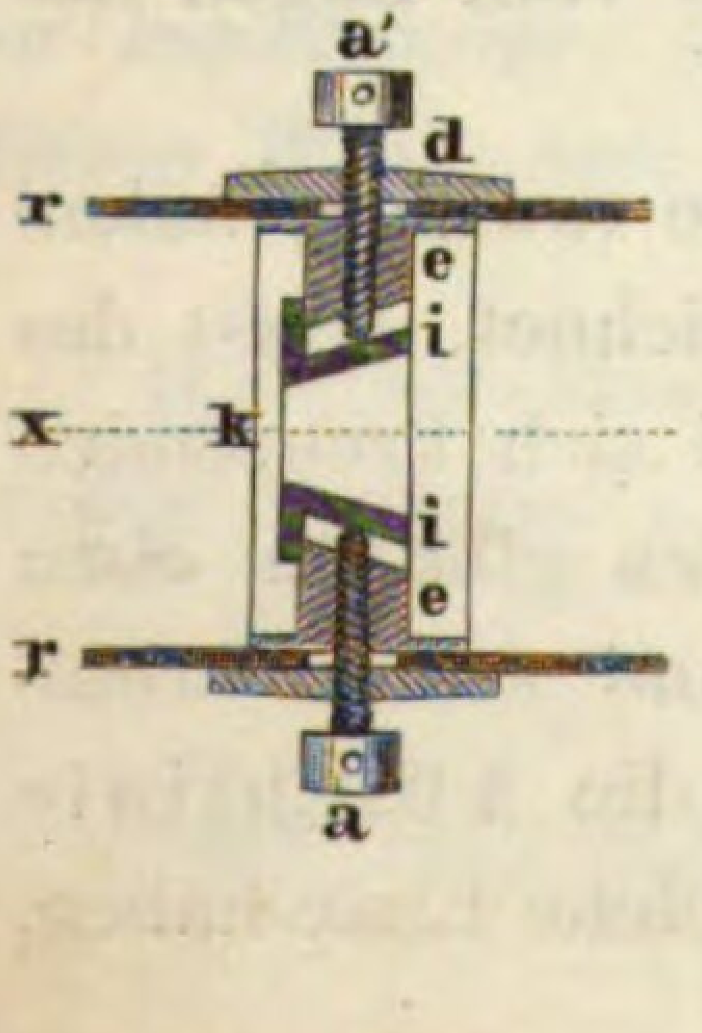
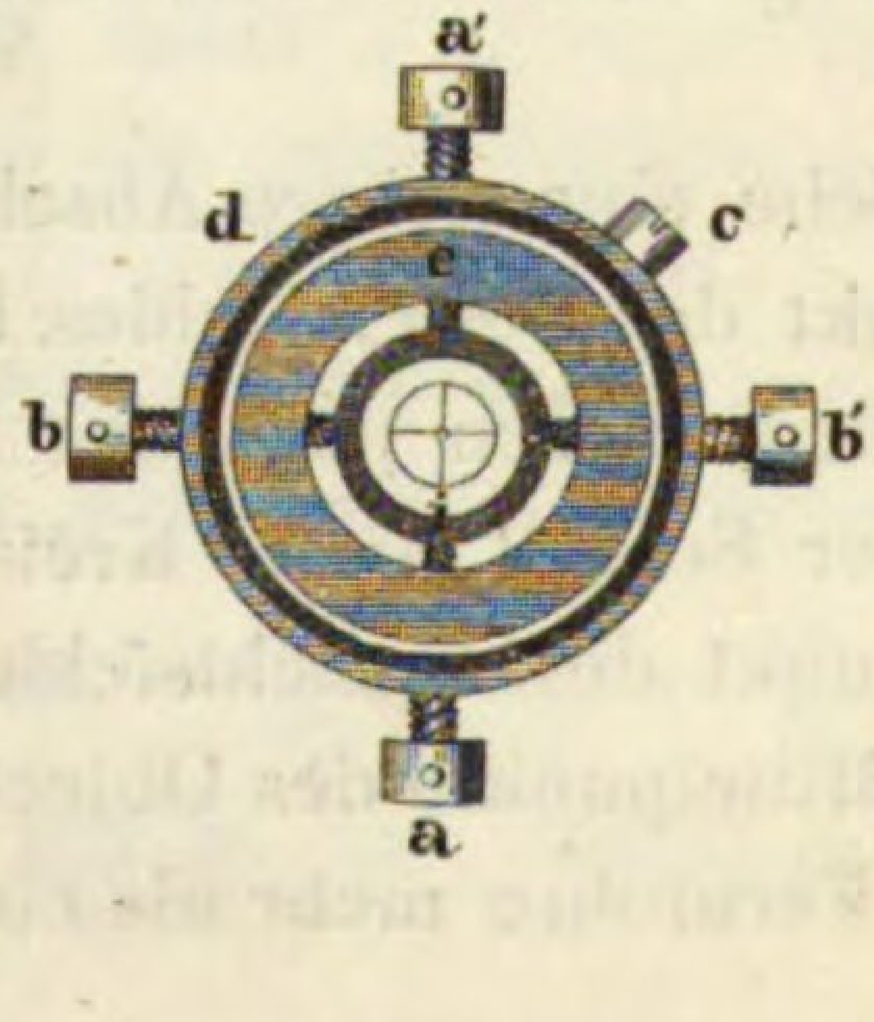


Fig. 52.



Die Figuren 51 und 52 zeigen die einfachste Einrichtung eines Fadenkreuzes: die erste ist ein Schnitt dieser Vorrichtung längs der Fernrohraxe, und die zweite ein senkrechter Querschnitt der Ocularröhre hinter dem Fadenkreuze. In

beiden Figuren bedeutet r, r den Schnitt der Ocularröhre und i, i den Ring, auf dessen ebene gegen x gerichtete Fläche das Fadenkreuz k aufgeklebt ist. Die vier Stellschräubchen a, a′, b, b′, welche in einem zweiten in der Röhre verschiebbaren Ring e, e ihre Muttern haben, halten den Ring i, i durch ihre Fusspunkte fest, sowie sie auch zu dessen Verschiebung gegen die Axe nach den Richtungen aa′, a′a und bb′, b′b dienen, wobei man stets nur die eine Schraube rück- und die andere vorwärts zu drehen braucht. Die Verstellung des Fadenkreuzes längs der Fernrohraxe geschieht, indem man nach Lüftung des Schräubchens e, welches den Ring d mit der Ocularröhre verbindet, diesen Ring und was mit ihm durch die Stellschräubchen a und b verbunden ist, durch einen sanften Druck mit den Fingern längs der (in der Zeichnung weiss gelassenen) Schlitzen vor- oder rückwärts bewegt.

Andere Einrichtungen des Fadenkreuzes werden mit den Instrumenten, an denen sie vorkommen, beschrieben werden.

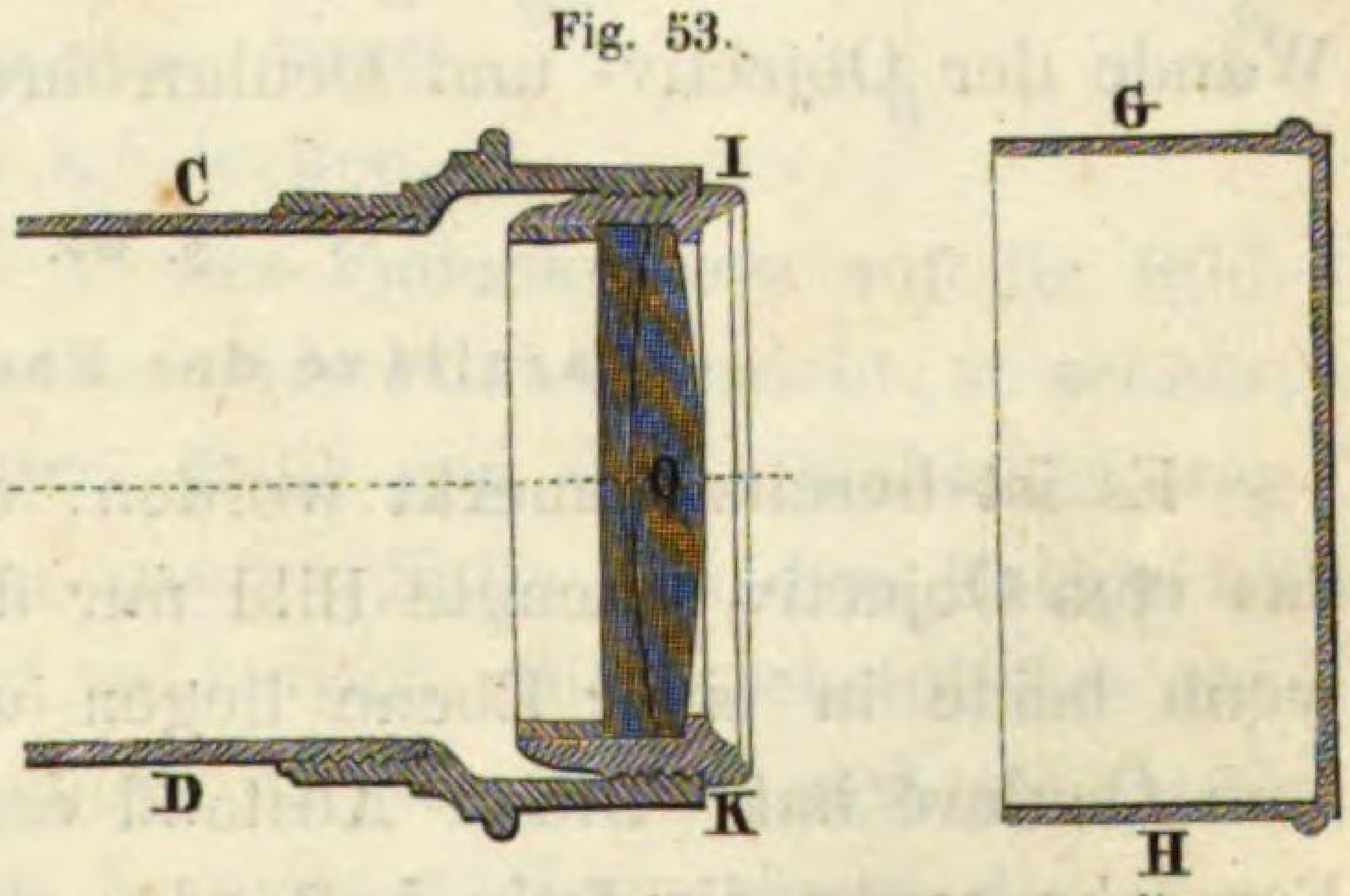
§. 63.

Das ganze Fernrohr.

Nach den vorausgegangenen Betrachtungen über die Einrichtung und Wirkungsweise der einzelnen Theile eines Fernrohrs kann die Beschreibung der Gesammteinrichtung sehr kurz gegeben werden. Wir legen derselben das Fernrohr zu Grunde, welches bei den kleinen Ertel'schen Nivellirinstrumenten Anwendung findet und theilen nachfolgend zwei Schnitte derselben in natürlicher Grösse mit.

Der erste Schnitt stellt einen Theil der Objectivröhre (CD) mit dem achromatischen Objective (O), dessen Fassung (IK) und der Kapsel (GH), welche nach dem Gebrauche des Fernrohrs das Objectiv deckt, vor. Das Objectiv hat 10 Pariser Linien Oeffnung und eben so viel Zoll Brennweite. Die Objectivröhre ist ein messingener Cylinder,

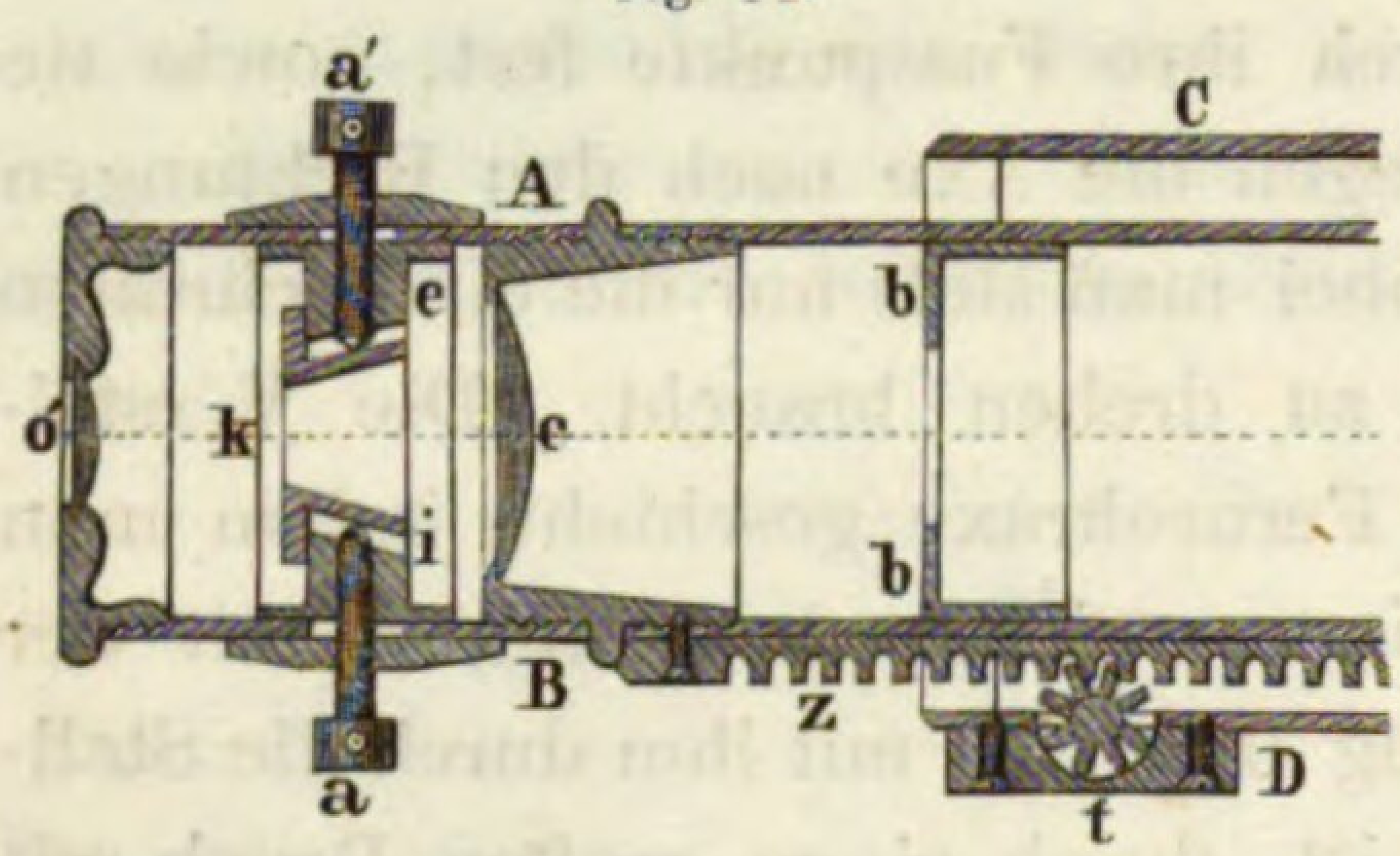
Fig. 53.



der an zwei 5 Zoll von einander entfernten Stellen von genau abgedrehten kupfernen Ringen umgeben ist. Diese Ringe haben ganz

gleiche Durchmesser und ihre Mittelpunkte bestimmen die mechanische Axe des Fernrohrs, welches mit den Oberflächen dieser Ringe in einem cylindrischen oder yförmigen Lager ruht.

Fig. 54.



Der zweite Schnitt stellt die Ocularröhre (A B) mit ihrem Inhalte und ihrer Verbindung mit der Objectivröhre (C D) dar. Jene Röhre lässt sich in dieser mit Hülfe des gezahnten Stängchens z und des Getriebes t, das von der Seite aus gedreht werden kann, vor- und rückwärts bewegen, um das Fadenkreuz k in die Bildebene des Collectivs zu bringen. Wird das Fadenkreuz durch das planconvexe Ocular o' deutlich gesehen, so ist dasselbe auch mit dem in seiner Ebene befindlichen Bilde der Fall. Die Brennweite des Oculars beträgt 0,32 Zoll und die der Collectivlinse c, welche in der Brennweite des Objectivs steht und vom Oculare 0'',64 entfernt ist, 0,92 Zoll. Diese auf einander folgenden Abmessungen verhalten sich folglich sehr nahe wie 1 : 2 : 3. Erfahrungsgemäss vergrössert dieses Fernrohr 19 bis 20mal, und damit stimmt die zwanzigmalige Vergrösserung, welche die Formel (61) in Verbindung mit Nr. 56 liefert, nahe genug überein.

Durch die Blenden b, b, wovon sich auch einige in der Objectivröhre befinden, werden die Randstrahlen von der Collectivlinse c abgehalten; nebenbei dient auch der Ring i des Fadenkreuzes als Blende. Zur Verhinderung störender Spiegelungen sind die inneren Wände der Objectiv- und Ocularröhre schwarz angestrichen.

§. 64.

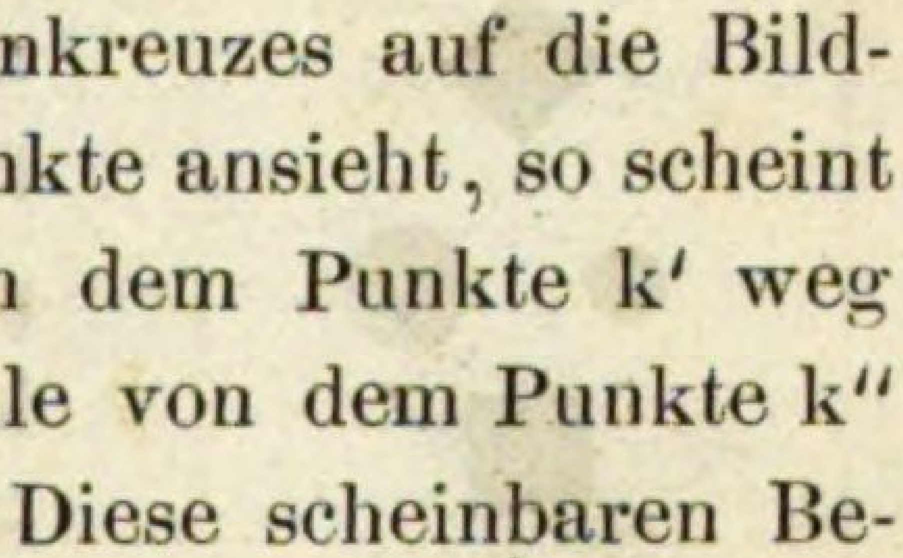
Parallaxe des Fadenkreuzes.

Es ist bereits bemerkt worden, dass man das Fadenkreuz und das vom Objectiv erzeugte Bild nur dann gleichzeitig deutlich sieht, wenn beide in einer Ebene liegen und diese den rechten Abstand vom Oculare hat. Dieser Abstand ergibt sich aber, wenn man das Fernrohr gegen die freie Luft oder eine weit entfernte weisse Wand richtet und das Fadenkreuz so lange verschiebt, bis seine Fäden als reine schwarze Linien erscheinen. Hat somit das Fadenkreuz die

rechte Entfernung, so ist es bei jeder Beobachtung mit dem Fernrohre nöthig, durch Verstellen der Ocularröhre die Bildfläche in die Ebene des Fadenkreuzes zu bringen. Das Zusammenfallen beider Ebenen erkennt man aber an der scheinbaren Deutlichkeit des abgebildeten Gegenstandes noch nicht zuverlässig genug, weil das Auge in der Schätzung der Deutlichkeit Schwankungen unterworfen ist: man kann Fadenkreuz und Bild zugleich deutlich zu sehen glauben, während dieses doch etwas vor oder hinter jenem liegt. Das einzige sichere Merkmal von der Deckung der Kreuz- und Bildfläche ist, dass der Schnittpunkt des Fadenkreuzes stets einen und denselben Punkt des Bildes deckt, wie man auch das Auge vor dem Oculare bewegen mag. Liegen dagegen Bild und Fadenkreuz in verschiedenen Ebenen, so deckt der Kreuzpunkt bei jeder veränderten Stellung des Auges einen andern Punkt des Bildes und folglich auch des Gegenstandes. Hieraus entspringt aber eine Ungenauigkeit in der Einstellung des Fernrohrs auf einen bestimmten Punkt, oder in der Ablesung durch dasselbe auf einer eingetheilten Latte, mit andern Worten: ein Messungsfehler.

Man nennt die Abweichung der Bildfläche von der Ebene des Fadenkreuzes dessen Parallaxe und kann dieselbe leicht durch Verstellen der Ocularröhre beseitigen. Ob diese Röhre vor- oder rückwärts zu stellen ist, ergibt sich aus folgender Betrachtung.

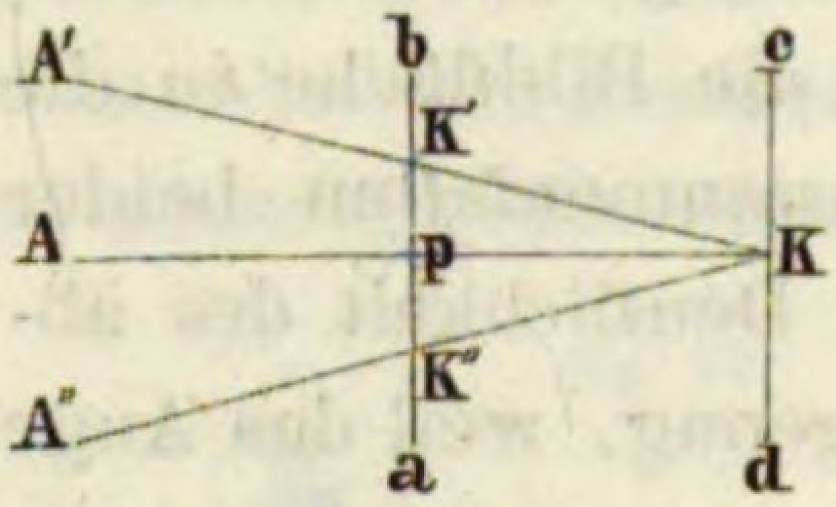
Fig. 55.



Steht das Fadenkreuz (cd) wie in Fig. 55 vor der Bildebene (ab) und ist A die Stellung des Auges, in welcher der Kreuzungspunkt k den Bildpunkt p deckt, so wird derselbe Kreuzpunkt in der Stellung A′ des Auges den Punkt k′ und wenn das Auge sich in A″ befindet, den Punkt k″ decken. Da man die Projectionen k′ und k″ des Fadenkreuzes auf die Bildebene ab in der Einbildung als feststehende Punkte ansieht, so scheint sich der Bildpunkt p in dem ersten Falle von dem Punkte k′ weg in der Richtung k′p, und in dem zweiten Falle von dem Punkte k″ weg in der Richtung k″p bewegt zu haben. Diese scheinbaren Bewegungen geben demnach in denselben Richtungen vor sich, in denen sich das Auge bewegt, und man bezeichnet dieses durch den Ausdruck: „das Bild geht mit dem Auge.“

Steht dagegen das Fadenkreuz (cd) wie in Fig. 56 hinter der

Fig. 56.



Bildebene (ab) und deckt für eine beliebige Stellung A des Auges der Kreuzpunkt k den Bildpunkt p, so wird für eine zweite Stellung A' des Auges der Kreuzpunkt p den Bildpunkt k', und für eine dritte Stellung A'' derselbe Punkt p den Bildpunkt k'' decken. Aus der vorhin angegebenen Ursache scheint sich während der Bewegung des Auges von A nach A' der Bildpunkt p von k' nach p, und während der Bewegung des Auges von A nach A'' derselbe Punkt p von k'' nach p bewegt zu haben. Da diese Richtungen denen der Augenbewegung entgegengesetzt sind, so sagt man: „das Bild bewegt sich gegen das Auge.“

Fasst man die eben gewonnenen Ergebnisse zusammen, so ergibt sich für das Wegschaffen der Parallaxe des Fadenkreuzes folgende Regel: Je nachdem sich das Bild mit dem Auge oder gegen dasselbe bewegt, ist das Fadenkreuz dem Objectiv zu nähern oder von ihm zu entfernen.

§. 65.

Prüfung des Fernrohrs.

Die Forderungen, welche man an ein gutes Messfernrohr stellt, sind folgende: Aehnlichkeit und Deutlichkeit der Bilder, hinreichende Vergrössernng, scharfe Centrirung des Objectives und richtige Lage des Fadenkreuzes.

a) Will man ein Fernrohr auf seine Deutlichkeit prüfen, so verfährt man nach Fraunhofer am besten in folgender Weise.

Fig. 57.

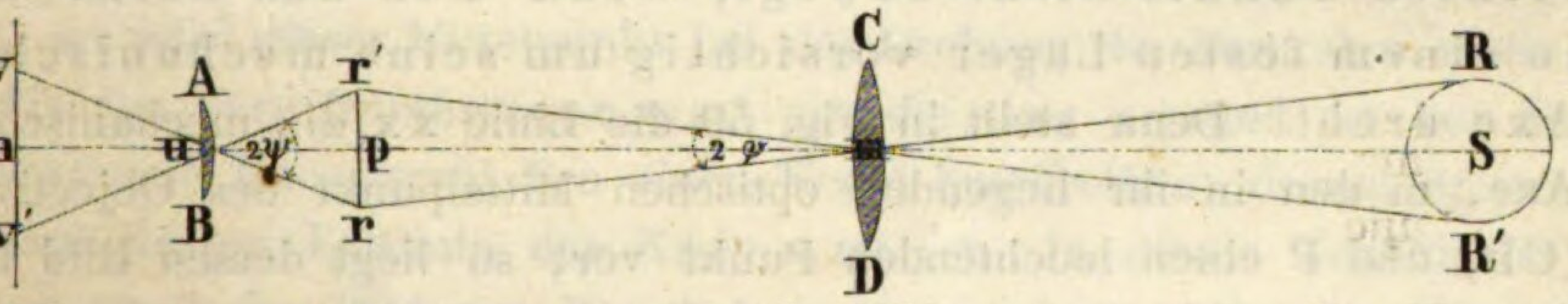


Man zeichne auf eine weisse Tafel (Fig. 57) einige regelmässige schwarze Figuren, etwa Quadrate und Kreise von $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser und stelle diese Tafel in einer Entfernung von 150 bis 250 Fuss vor dem zu prüfenden Fernrohre so auf, dass sie gut beleuchtet ist. Zeigt das Fernrohr bei richtiger Stellung des Oculars (d. h. nach Entfernung der Parallaxe) diese Figuren nicht durchgängig gleich schwarz, sondern an den Rändern grau; oder verändert es ihre regelmässige Gestalt durch Verlängerung der einen oder anderen Richtung; oder erscheinen die Grenzen der Figuren

mit einem farbigen Saume von roth, gelb und grün: so ist das Fernrohr mit Mängeln behaftet, die es nicht haben soll. Erscheinen dagegen die Figuren durchgehends gleichschwarz und unverzerrt, und ist an deren Rändern nur ein schwacher bläulicher Saum bemerkbar, so lässt das Fernrohr in Beziehung auf Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig. Eine blaue Färbung am Rande zeigen sogar die besten Fernrohre von Fraunhofer, weil bei Berechnung ihrer Objective die dunkelblauen und violetten Strahlen gar nicht berücksichtigt wurden, um die übrigen desto besser zu vereinigen.

b) Was die Vergrösserung des Fernrohrs betrifft, so ist bereits im §. 53 angeführt worden, wie man dieselbe durch Versuch bestimmen kann, wenn die Brennweiten des Objectivs, des Oculars und der Collectivlinse nicht bekannt ist. Ein von jenem verschiedenes Verfahren, die Vergrösserung zu finden, ist das, welches Valz vorgeschlagen hat. Es besteht im Allgemeinen darin, dass man den Sehwinkel der Sonne mit demjenigen Winkel vergleicht, unter welchen die von dem Sonnenrande kommenden Strahlen aus dem Ocular des Fernrohrs treten.

Fig. 58.



Stellt in Fig. 58 die Scheibe S die Sonne, AB das Ocular und CD das Objectiv eines auf sie gerichteten Fernrohres vor, so werden die Randstrahlen Rm, R'm der Sonne die Wege Rmruv, R'mr'uv' machen, wenn rr' die Brennebene des Objectives ist. Auf einer ebenen Fläche vv', welche in geringer aber genau bekannter Entfernung nu = e vom Oculare senkrecht zur Fernrohraxe steht, wird der Durchmesser vv' = d des Sonnenbildes gemessen. Aus d und e findet man $\operatorname{tg}\psi = \frac{d}{2e}$, während $\operatorname{tg}\varphi$ im Mittel $= \operatorname{tg} 32' 10''$ ist. Das Verhältniss von $\operatorname{tg}\psi$ zu $\operatorname{tg}\varphi$ gibt die gesuchte Vergrösserung

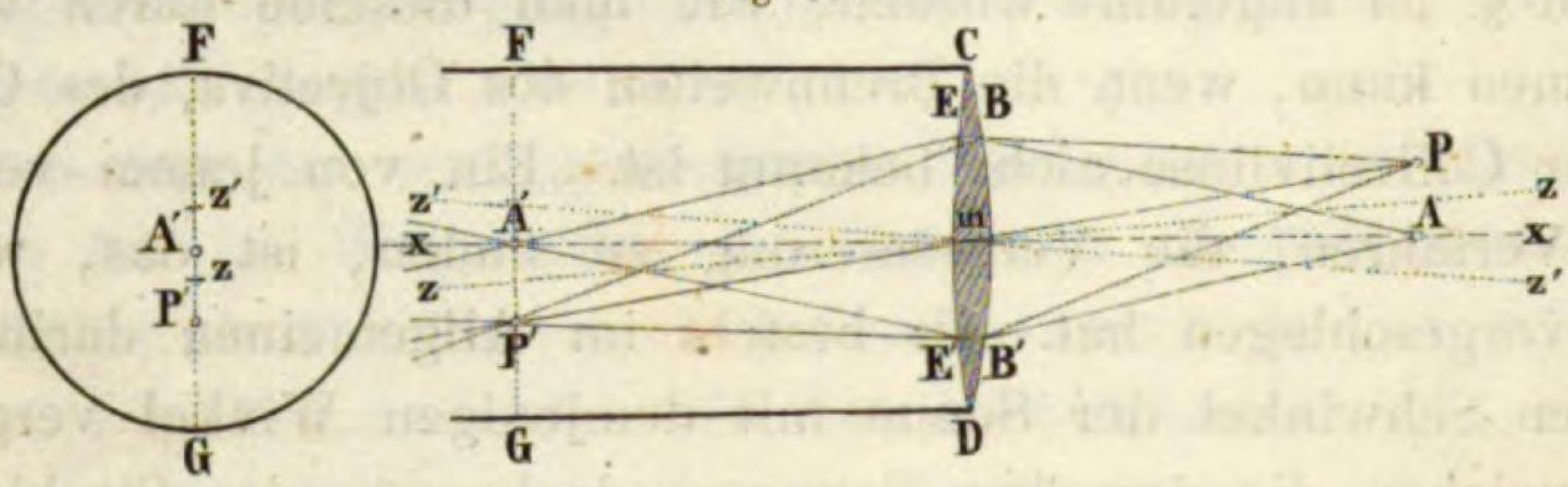
$$v = 53{,}5 \cdot \frac{d}{e} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

Der Coefficient von d : e schwankt zwischen 52,5 und 54,5; er

ist im Januar am kleinsten und im Juli am grössten; das Mittel gilt für April und Oktober.

c) Die vollkommene Centrirung des Objectivs, worunter das Zusammenfallen der Axe oder mindestens des optischen Mittelpunkts dieser Linse mit der mechanischen Axe der Objectivröhre zu verstehen ist, muss schon desshalb gefordert werden, weil sich ausserdem die Lage der Visirlinie bei der Drehung des Fernrohrs um seine mechanische Axe jeden Augenblick ändern würde, wodurch oft beträchtliche Messungsfehler entstehen könnten.

Fig. 59.

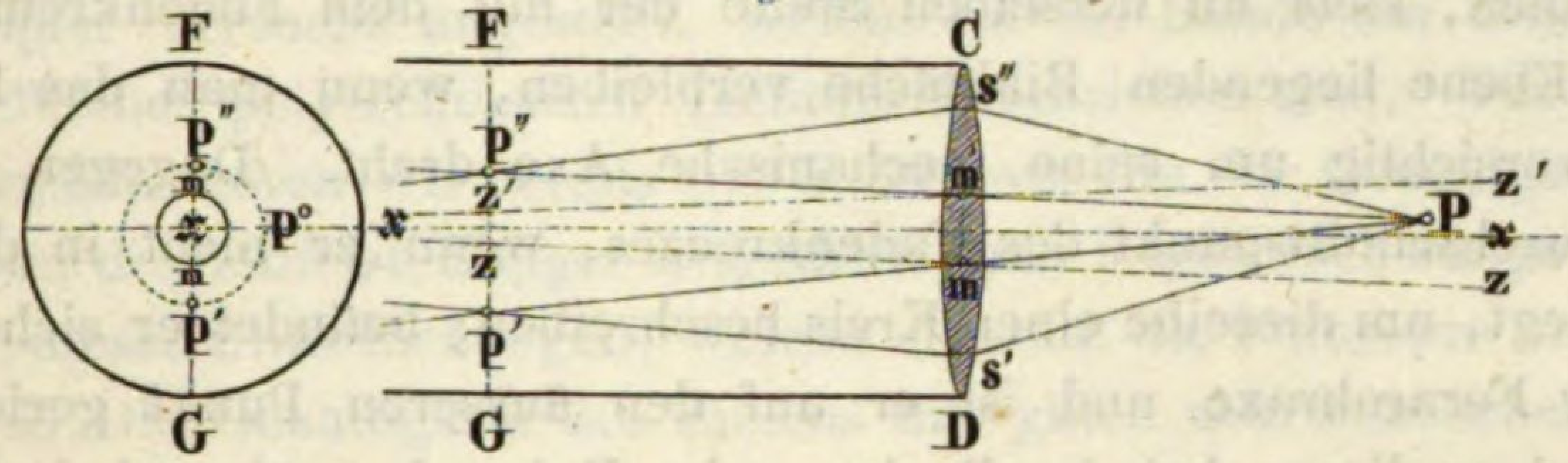


Ob eine Objectivlinse vollkommen centrirt ist, erkennt man daran, dass sich das durch sie erzeugte Bild eines entfernten Punkts nicht bewegt, wenn man das Fernrohr in einem festen Lager vorsichtig um seine mechanische Axe dreht. Denn stellt in Fig. 59 die Linie xx die mechanische Axe, m den in ihr liegenden optischen Mittelpunkt des Objectivs (CD) und P einen leuchtenden Punkt vor, so liegt dessen Bild in dem Hauptstrahle Pm und in der Entfernung $A'm = a_1$, welche sich nach Gleichung (25) bestimmen lässt. Denkt man sich das Fernrohr um seine mechanische Axe xx um einen beliebigen Winkel gedreht, so bleibt doch der Punkt m stets an seiner Stelle; und da das Bild des unbeweglichen Punktes P stets in dem Hauptstrahle Pm und in der Entfernung $A'm = a_1$ von der Linse liegen muss: so ist klar, dass in dem hier angenommenen Falle, wo m in xx liegt, das Bild P' die Drehung des Fernrohrs nicht theilt.

Man entnimmt aus der vorstehenden Figur leicht, dass es nicht durchaus nöthig ist, dass die optische Axe des Objectivs mit der mechanischen Axe seiner Röhre zusammenfalle; denn wenn auch zz die Axe der Linse wäre und diese nach einer Drehung um 180° in die Lage z'z' käme, so gäbe es doch nur eine einzige Absehlinie und ein unveränderliches Bild von P, so bald sich, wie hier

vorausgesetzt wird, der optische Mittelpunkt und der Schnittpunkt des Fadenkreuzes in der Axe xx befinden. Wenn nun auch eine Abweichung beider Axen, vorausgesetzt, dass sie sich im optischen Mittelpunkt des Objectivs schneiden, der Lage der Absehlinie nicht schadet, so darf diese Abweichung aus andern Gründen doch nur äusserst gering seyn.

Fig. 60.



Ein nicht vollkommen centrirtes Objectiv gibt sich dadurch zu erkennen, dass das von ihm erzeugte Bild eines leuchtenden Punktes rotirt, wenn man das Fernrohr um seine mechanische Axe dreht. Denn ist in Fig. 60 wieder xx die mechanische Axe und P ein leuchtender Punkt, liegt aber der optische Mittelpunkt m ausserhalb der Linie xx, so wird dieser Mittelpunkt bei der Drehung des Fernrohrs einen Kreis von dem Durchmesser mm' um die Axe xx und der von P ausgehende Hauptstrahl Pm einen Kegel beschreiben, dessen Spitze P und dessen Leitlinie der Kreis mm' ist. In dieser Kegelfläche muss somit das Bild von P sich bewegen und zwar in der elliptischen Schnittlinie P'P'', welche die Ebene FG erzeugt, deren Abstand a_1 von der Linse sich leicht berechnen lässt.

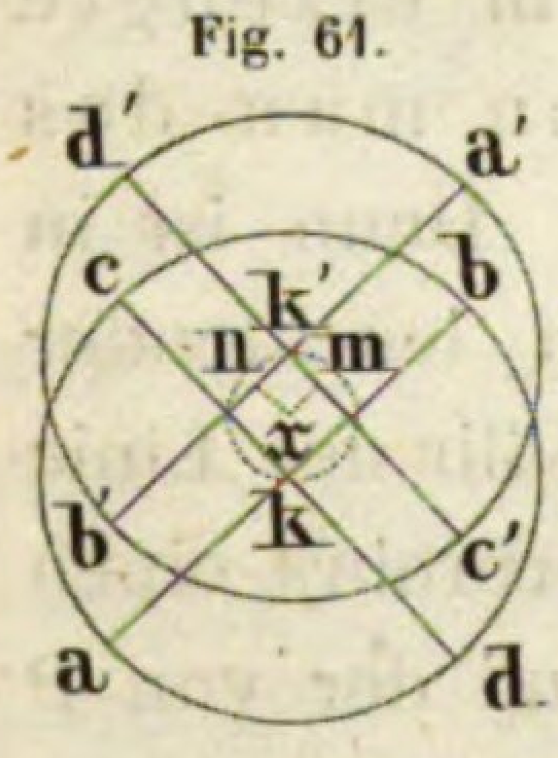
Ist ein Objectiv nicht richtig centrirt, so kann diesen Fehler nur der Mechaniker, aber nicht der Beobachter (in so fern er nicht selbst optischer Künstler ist) berichtigen, da hiefür am Fernrohre keine Vorrichtungen angebracht sind.

d) Die richtige Lage des Fadenkreuzes erfordert erstens, dass es deutlich gesehen werde, und zweitens, dass sein Schnittpunkt in der mechanischen Axe liege. Die erste Forderung ist von selbst klar, und die zweite muss gemacht werden, damit bei der Drehung des Rohrs nicht verschiedene Absehlinien entstehen, was der Fall wäre, wenn sich der Schnittpunkt ausserhalb der mechanischen Axe des Fernrohrs befände.

Wie man verfährt, um das Fadenkreuz gegen das Ocular so zu stellen, dass es deutlich gesehen wird, ist bereits früher (S. 106) mitgetheilt worden; es braucht also hier nur noch von der Centrirung desselben die Rede zu seyn.

Wir setzen jetzt ein gut centrirtes Objectiv voraus. In diesem Falle wird das Bild eines anvisirten Punktes, den wir scharf begrenzt, gut beleuchtet und 100 bis 150 Fuss vom Fernrohr entfernt annehmen, stets an derselben Stelle der mit dem Fadenkreuze in einer Ebene liegenden Bildfläche verbleiben, wenn man das Fernrohr vorsichtig um seine mechanische Axe dreht. Dagegen wird der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes, wenn er nicht in dieser Axe liegt, um dieselbe einen Kreis beschreiben; befindet er sich aber in der Fernrohraxe und ist er auf den äusseren Punkt gerichtet, so wird er diesen bei der Drehung des Rohrs fortwährend decken.

Fig. 61.



Angenommen, der Kreuzungspunkt befinde sich in k (Fig. 61) und decke dort einen bestimmten Bildpunkt, so beschreibt derselbe, wenn das Rohr um seine Axe x gedreht wird, den Kreis kk'k, während der Bildpunkt in k bleibt. Nach einer halben Drehung des Rohrs hat das Fadenkreuz ab, cd die Lage a'b', c'd' angenommen und es steht dessen Schnittpunkt k' von dem Bildpunkte k um den Durchmesser (kk') des von ihm beschriebenen Kreises ab. Dieser Durchmesser ist dem doppelten Abstande (kx) des Fadenkreuzpunktes von der Axe des Fernrohrs gleich: die Verbesserung hat sich somit nur auf die Hälfte des durch kk' angezeigten Fehlers zu erstrecken.

Fig. 62.



Da der Ring (Fig. 62), welcher das Fadenkreuz trägt, nicht in der Richtung k'k, sondern nur in den Richtungen der Kreuzfäden bewegt werden kann, so muss der Faden a'b' um das Stück nx und der Faden c'd' um das Stück mx gegen die Axe bewegt werden: jenes geschieht durch Zurückdrehen des Schräubchens u und Vorwärtsdrehen des Schräubchens u', dieses aber durch Lüftung des Schräubchens v und Nachdrehen des Schräubchens v'. Glaubt man den Ring genug verstellt zu haben, so wiederholt man den ersten Versuch und nöthigen Falles die Berichtigung. Es versteht sich wohl

von selbst, dass es nur der Berichtigung eines Fadens bedarf, wenn der andere schon durch die Axe (x) des Fernrohrs geht.

§. 66.

Genauigkeit des Zielens.

Die mit Fadenkreuz versehenen Fernrohre gewähren die zuverlässigsten Visirlinien. Ueber die Genauigkeit derselben hat Professor Stampfer Versuche angestellt, welche im 18. Bande der Jahrbücher des Wiener polytechnischen Instituts beschrieben sind. Von diesen Versuchen haben wir bereits auf S. 34, wo von der Genauigkeit der Diopter die Rede ist, Einiges mitgetheilt; hier folgen noch einige Ergebnisse dieser Untersuchungen, welche sich auf die Fernrohre beziehen.

a) Die Genauigkeit des Zielens mit guten achromatischen Fernrohren ist unter günstigen äusseren Umständen nahehin der Vergrösserung proportional, wenn dieselbe nicht zu stark ist und dadurch der Helligkeit Eintrag thut. Man findet den wahrscheinlichen Zielfehler eines guten und nur mässig vergrössernden Fernrohrs nahezu, wenn man den des blossen Auges oder eines Diopters, der auf 15 Sekunden anzuschlagen ist, mit der Vergrösserung des Fernrohrs dividirt.

b) Fernrohre, welche keine achromatischen Objective haben, gewähren bei schwacher Vergrösserung dieselbe Genauigkeit der Visur wie achromatische; bei stärkerer Vergrösserung nimmt aber diese Genauigkeit ab, da alsdann die störenden Einflüsse der Kugel- und Farbenabweichung mehr hervortreten. Desshalb werden, wie schon oben bemerkt, fast nur achromatische Fernrohre zu Messinstrumenten verwendet.

c) Es ist für die Genauigkeit des Visirens nicht vortheilhaft, den Fernrohren der geometrischen Instrumente grössere Objective zu geben als die nothwendige Helligkeit erfordert. Unter übrigens gleichen Umständen und namentlich bei einerlei Vergrösserung gewährt das astronomische Ocular eine grössere Schärfe des Zielens als das terrestrische.

d) An geometrischen Instrumenten haben Fernrohre mit schwachen Vergrösserungen Vorzüge vor denen mit starken Vergrösserungen; denn abgesehen davon, dass das Gesichtsfeld mit der Vergrösserung abnimmt, so vermindert sich auch die Helligkeit mit der Zunahme der Vergrösserung, während gleichzeitig der störende Einfluss der Luftbewegung auf die Schärfe der Bilder sich steigert.

Es genügt, wenn die Vergrösserung des Fernrohrs der in Zollen ausgedrückten Brennweite des Objectivs gleichkommt oder höchstens doppelt so viel beträgt.

§. 67.

Praktische Bemerkungen.

Der ausübende Geometer kommt nicht selten in den Fall, an seinen Fernrohren Arbeiten vornehmen zu müssen, die sonst nur der Mechaniker macht. Dahin gehört das Einziehen von Fadenkreuzen und das Reinigen der Linsengläser. Es erscheint daher nicht überflüssig, eine kurze Anleitung dazu hier beizufügen.

Das Einziehen von Kreuzfäden setzt einen Vorrath von guten Spinnenfäden voraus. Die besten liefert die kurzbeinige schwarze Spinne, welche sich fast überall findet. Setzt man dieselbe auf den einen Zweig eines gabelförmigen Reisigs und lässt sie bald darauf abfallen, so spinnt sie einen sehr feinen Faden, den man durch Umdrehen der Gabel aufhaspeln kann. Diejenigen ausgespannten Stücke, welche durch eine Lupe als die feinsten und gleichförmigsten erscheinen, entsprechen dem vorliegenden Zwecke, wenn sie sofort verwendet und vor Staubanflug geschützt werden.

Ist man im Besitze geeigneter Fäden, so nimmt man den Ring, der das Fadenkreuz trägt, vorsichtig aus der Ocularröhre, reinigt die Vorderfläche desselben, welche zur Aufnahme des Fadenkreuzes bestimmt ist, von Schmutz und stellt ihn, mit der Vorderfläche nach oben, auf eine feste Unterlage, die nicht breiter ist als er selbst. Nun klebt man an die Enden eines ausgewählten Stückes Spinnfaden zwei kleine Bleistückchen, macht den Faden etwas feucht und legt ihn so über die gereinigte Fläche des Rings, dass er in der Richtung zweier Ritzen, welche die ihm zu gebende Lage bezeichnen, durch die herabhängenden Gewichte angespannt wird.

Eben so verfährt man mit dem zweiten Faden. Hierauf untersucht man mit der Lupe, ob die Fäden genau in den Ritzen liegen, und bringt sie, wenn es nicht der Fall seyn sollte, durch Verschiebung mit einer Nadel hinein. Alsdann betupft man die auf dem Ring liegenden Stellen der Kreuzfäden mit gutem Kopalfirniss, ohne dabei die Kante der Blendenöffnung zu berühren, und schneidet endlich, wenn der Firniss trocken geworden ist, die Bleistückchen von den Fäden in passender Entfernung ab. Damit die feinen

Spinnfäden beim Aufziehen gut gesehen werden können, ist es zwar nicht nöthig aber gut, dass die Unterlage des Rings eine schwarze Oberfläche habe.

Zur Reinigung der Objective hat Fraunhofer in dem 3. Bande der astronomischen Nachrichten von Schumacher Anleitung gegeben. Es wird darin auch gezeigt, wie man ein achromatisches Objectiv behufs der Reinigung zerlegt und wieder zusammensetzt. Die richtige Zusammensetzung erfordert aber schon kunstgeübte Hände, so dass es für den, der kein praktischer Optiker ist, gerathener erscheint, sich mit der Zerlegung der Objective nicht zu befassen, um die inneren Linsenflächen zu reinigen, sondern sich mit der Reinigung der beiden äusseren Flächen des Objectivs und der übrigen einfachen Linsen um so mehr zu begnügen, als diese Reinigung für die meisten Fälle ausreicht.

Aus den Figuren 53 und 54 ersieht man, dass sich sowohl das achromatische Objectiv als das einfache Ocular und die Collectivlinse mit ihren Fassungen von den betreffenden Röhren leicht abschrauben lassen, und dass man den Aussenflächen beikommen kann, ohne die Linsen aus der Fassung zu nehmen. Nach diesem Abschrauben werden die Linsenflächen zuerst mit Weingeist und einem feinen leinenen Tuch und hierauf mit einem in Kreidewasser gewaschenen und wieder getrockneten Leinenlappen geputzt. Der Kreide wegen staubt dieser Lappen etwas, aber gerade dieser Staub nimmt den Schmutz am sichersten weg. Glaubt man denselben hinreichend beseitigt zu haben, so kehrt man die Gläser mit einem feinen Haarpinsel vorsichtig ab und setzt sie wieder in das Rohr ein. Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass man während dieser Reinigung das Fadenkreuz so aufbewahren muss, dass es vor allem Staubanflug geschützt ist.

E. Mittel zur Messung sehr kleiner Linien und Winkel.

§. 68.

Sehr genaue Messungen erfordern, dass gerade Linien und Kreisbögen bis auf kleine Grössen sicher bestimmt werden, welche für das unbewaffnete Auge ganz und gar verschwinden. Solche Grössen kann man nicht mehr unmittelbar messen, weil sich der anzuwendende Massstab nicht so fein theilen lässt als hiezu nöthig wäre.

Es gibt aber mehrere Vorrichtungen, durch welche dergleichen fast verschwindende Grössen noch mittelbar bestimmt werden können. Zu diesen Hilfsmitteln gehören die Nonien, die Mikrometerschrauben und die Messkeile. Auch die Röhrenlibellen könnte man hierher rechnen, insoferne es sich um Bestimmung äusserst kleiner Vertikalwinkel handelt. Da aber diese Verwendung der Libellen bloss als ein Nebenzweck derselben zu betrachten ist, so haben wir es hier nur mit den eben genannten drei Bestandtheilen der Messinstrumente zu thun.

Der Nonius oder Werner.

§. 69.

Namen.

Der Nonius ist ein an einem grösseren Massstabe verschiebbares kleines Massstäbchen, welches so getheilt ist, dass n Theile desselben entweder n + 1 oder n — 1 Theile des grösseren Massstabes umfassen. Mit diesem Massstäbchen, dessen getheilter Rand wie der des Massstabes entweder geradlinig oder kreisförmig ist, kann man sehr kleine Stückchen von geraden Linien und Kreisbögen und folglich auch sehr kleine Winkel messen, da Kreisbögen das Mass der Winkel sind.

Der Name „Nonius“ schreibt sich von dem Portugiesen Pero Nunez (Petrus Nonius) her, welcher im Jahre 1492 ein Verfahren zur Messung kleiner Winkel angab, das später den niederländischen Schlosshauptmann Peter Werner veranlasste, dem Nonius die Gestalt zu geben, welche so eben erklärt wurde und nunmehr näher betrachtet werden soll. In Deutschland ist für den Nonius wohl auch der Name „Werner“ im Gebrauche; häufiger aber nennt man ihn „Vernier“, weil sich der genannte Erfinder in seiner im Jahre 1631 zu Brüssel erschienenen und französisch geschriebenen Abhandlung über den Nonius Pierre Vernier unterzeichnete.

Nach der vorausgehenden Erklärung gibt es zwei Arten von gerad- und krummlinigen Nonien. Bei der ersten Art, auf denen die Länge von n + 1 Theilen des Massstabes in n Theile getheilt wird, ist ein Noniustheil offenbar grösser als ein Massstabtheil: denkt man sich nun die Theile auf dem gemeinschaftlichen Rande beider Massstäbe von einer und derselben Stelle ausgehend, so wird irgend

ein Theilstrich des Nonius über dem gleichvielten des Massstabes hinausliegen, und aus diesem Grunde nennt man einen solchen Nonius einen vortragenden. Bei der zweiten Art von Nonien, wo n Noniustheile n — 1 Massstabtheilen gleich sind, ist ein Theil des Nonius kleiner als ein Massstabtheil: es bleibt folglich jeder Noniustheil gegen den gleichvielten Massstabtheil zurück, wesshalb ein solcher Nonius ein nachtragender heisst. Den Unterschied zwischen einem Massstab- und Noniustheil nennt man die Angabe des Nonius, ohne Rücksicht darauf, ob der Nonius vor- oder nachtragend ist.

§. 70.

Der nachtragende Nonius.

Je nachdem der Massstab einen geraden oder kreisförmigen getheilten Rand hat, muss auch der Rand des Nonius gerade oder kreisförmig seyn und sich genau an den Massstab anschliessen. Da n jede ganze Zahl vorstellt, so ist es offenbar gleich, ob man den nachtragenden Nonius dadurch entstehen lässt, dass man die Länge von n — 1 Theilen des Massstabs auf ihm in n Theile theilt, oder dadurch, dass man sich n Theile des Massstabes in n + 1 Noniustheile zerlegt denkt.

Nimmt man aber die erstere Entstehungsweise an und bezeichnet mit l die Länge eines Massstabtheiles und mit l′ die Länge eines Noniustheiles, so ist

$$l' = \frac{(n-1)\,l}{n} = l - \frac{l}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

d. h. die Länge eines Noniustheiles ist um den nten Theil eines Massstabtheiles kleiner als dieser. Es wird demnach die Angabe des Nonius

$$a = l - l' = \frac{l}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

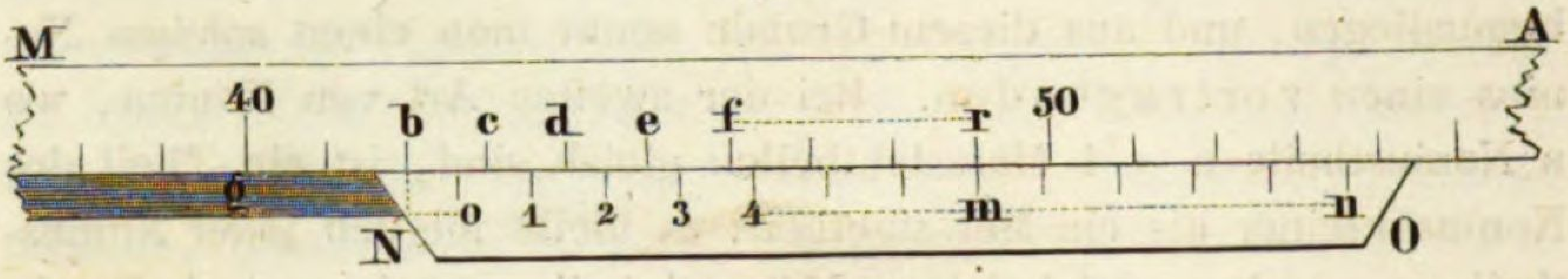
gleich dem nten Theile eines Massstabtheiles, und der Unterschied zwischen m Theilen des Massstabs und gleichviel Noniustheilen

$$u = m\,a = m \,.\, \frac{l}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

gleich der mfachen Angabe des Nonius.

Trifft in Fig. 63, worin die Theilstriche des Nonius (NO) in derselben Richtung wie die des Massstabes (MA) d. h. von links

Fig. 63.



nach rechts gezählt sind, der mte Theilstrich des letzteren mit irgend einem Theilstriche (r) des Massstabs zusammen, so umfasst die Strecke des Nonius von m bis o im Ganzen m Noniustheile und die Strecke des Massstabes von r bis b im Ganzen m Massstabtheile; folglich ist nach Gleichung (78) der Abstand b o = m a. Dieser Abstand ist es aber gerade, der durch den Nonius gemessen werden soll, und desshalb lässt sich für diese Messung die Regel aufstellen: Der Nonius gibt den Abstand seines Nullpunktes von dem nächst vorhergehenden Theilstrich des Massstabs an, wenn man den Theilstrich des Nonius aufsucht, der mit einem des Massstabs zusammenfällt, und die ihm zukommende Zahl mit der Angabe multiplicirt.

Stellen z. B. die Theile des Massstabes M in Fig. 63 Linien vor und sind 11 solcher Theile 12 Noniustheilen gleich, so ist die Angabe des Nonius a = $^1/_{12}$ Linie. Soll die Länge des Gegenstandes g, welcher mit seinen beiden Enden an den Nullpunkten des Massstabs und des Nonius steht, gemessen werden, so kann man bis b die Länge unmittelbar auf dem Massstabe = L = 42 Linien ablesen und den Rest (b o) durch den Nonius bestimmen. Trifft der mit 7 bezeichnete Theilstrich des Nonius mit einem des Massstabs zusammen, so ist die Länge des Stücks b o = u = $^7/_{12}$ Linien. Fügt man diese Länge zur unmittelbar abgelesenen Grösse L, so ist für den angezeigten Stand des Nonius die Gesammtablesung vollendet und gleich L + u = 42''' + $^7/_{12}$''' = 42,583 Linien.

Die Voraussetzung, dass zwei Theilstriche des Nonius und des Massstabes zusammentreffen (coincidiren), wird nicht immer erfüllt; es fragt sich dann, wie in einem solchen Falle der Abstand (b o) des Noniusnullpunktes von dem vorhergehenden Theilstriche des Massstabes zu bestimmen ist.

In diesem Falle wird man aber immer einen Noniustheil finden, der ganz und gar von einem Massstabtheile eingeschlossen ist. Wir wollen annehmen, es sey der Theil zwischen den mit m und m + 1

bezeichneten Theilstrichen, und es habe der m te Theilstrich des Nonius von dem nächst vorhergehenden des Massstabes die Entfernung x. Denkt man sich für einen Augenblick den Nonius so weit zurückgeschoben, dass der m te Theilstrich trifft, so ist die Ablesung m a offenbar um das Stück x kleiner als die Länge b o fordert; umgekehrt also ist die gesuchte Länge

$$u' = u + x = m\,a + x.$$

Man findet aber x auf folgende Weise durch Schätzung. Vergleicht man den Abstand x am m ten Theilstriche mit dem Abstande y am (m + 1)ten Striche nach dem Augenmasse, und zeigt sich, dass das Verhältniss beider = v : w ist, so hat man zur Bestimmung von x, da y = a — x ist, die Gleichung:

$$x = \frac{v}{w}\,y = \frac{v}{w}\,(a - x)$$

woraus die gesuchte Grösse

$$x = \frac{v}{v + w}\,a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

folgt. Man macht die Schätzung gewöhnlich so, dass v + w = 10 wird, d. h. man drückt x in Zehnteln der Angabe aus.

Setzt man diesen Werth von x in die vorletzte Gleichung, so wird

$$u' = (m + 0{,}1\,v)\,a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Würde in dem vorigen Beispiele der Theilstrich 7 nicht getroffen haben und der 8te Noniustheil zwischen einem des Massstabes liegen, so zwar, dass der Abstand x des Theilstrichs 7 sich zu dem Abstand y des Theilstrichs 8 wie 2 zu 8 verhielte, so wäre hier v = 2, folglich x = 0,2 a und somit u' = 7,2 a = 0,6 Linien.

§. 71.

Der vortragende Nonius.

Dieser Nonius entsteht, wenn entweder auf ihm die Länge von n + 1 Theilen des Massstabes in n gleiche Theile zerlegt wird, oder wenn n — 1 Theile des Nonius zusammengenommen n Theilen des Massstabes gleich gemacht werden.

Wir nehmen hier wieder die erstere Entstehungsweise an und bezeichnen die Länge eines Massstabtheiles mit l und die eines Noniustheiles mit l'. Es ist dann offenbar

$$l' = \frac{(n + 1)\,l}{n} = l + \frac{l}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

d. h. die Länge eines Noniustheiles ist um den nten Theil eines Massstabtheiles grösser als dieser. Ferner ist die Angabe des Nonius

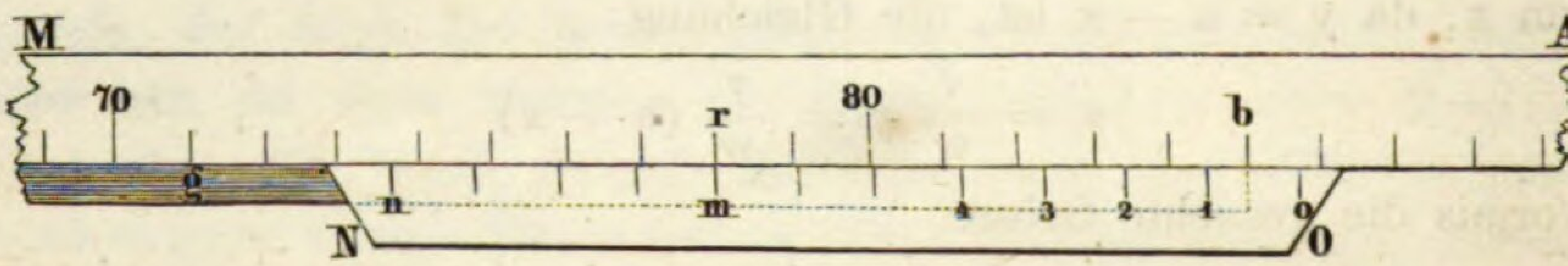
$$a = l - l' = -\frac{l}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (82)$$

gleich dem nten Theile eines Massstabtheiles. Das Vorzeichen deutet an, dass $l' > l$ ist. Hieraus ergiebt sich der Unterschied zwischen gleichviel Massstab- und Noniustheilen:

$$u = m\,a = -m \cdot \frac{l}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (83)$$

gleich der mfachen Angabe des Nonius.

Fig. 64.



Die vortragenden Nonien beziffert man, aus einem Grunde, der sogleich klar werden wird, in der Richtung von rechts nach links, also der des Massstabs entgegengesetzt. Ist durch einen Massstab mit Nonius von der vorstehenden Einrichtung die Länge des Gegenstandes g zu messen, dessen eines (linkes) Ende am Nullpunkte des Massstabes anliegt, während das andere bis an den Nullpunkt des Nonius reicht: so liest man zunächst wieder an dem zunächst vor dem Nullpunkt des Nonius liegenden Theilstrich (b) die Länge L unmittelbar ab und vermehrt hierauf dieselbe um das Stückchen b o, welches für den Fall, dass der Theilstrich m trifft, die Grösse m a hat: die ganze Länge ist folglich L + m a. Man entnimmt hieraus, dass bei der oben angegebenen Bezifferungsweise für den vortragenden Nonius dieselbe Ablesregel gilt, welche vorhin für den nachtragenden aufgestellt wurde.

Diese Behauptung bleibt auch in dem Falle wahr, dass keine zwei Theilstriche sich decken. Ereignet sich dieser Fall, so muss nothwendig ein Massstabtheil von einem Noniustheil auf zwei Seiten eingeschlossen seyn. Befindet sich der Massstabtheil zwischen den Theilstrichen m und m + 1 des Nonius und steht der mte Strich um das Stückchen x von dem nächst vorhergehenden Theilstrich auf dem Massstabe ab, so denke man sich den Nonius in der Richtung seiner Bezifferung (also von rechts nach links) so weit vorgeschoben,

dass der mte Theilstrich trifft, alsdann ist die Ablesung $L + ma$ um das Stückchen x zu klein. Dieses findet man aber wieder wie früher durch Vergleichung mit dem linkseitigen Abstande y des $(m + 1)$ten Noniusstriches von dem nächstgelegenen Massstabstriche. Verhält sich $x : y = v : w$, so findet man, da $x + y = a$ und folglich $y = a - x$ ist, für x denselben Ausdruck wie in Gleichung (79); und wenn man die Schätzung des Verhältnisses $v : w$ nach Zehnteln von a macht, so ist schliesslich die Vermehrung der Grösse L wie in Gleichung (50) $= u' = (m + 0{,}1\, v)\, a$.

§. 72.

Ablesung und Uebertheilung.

Feine Nonien haben sehr viele und nahestehende Theilstriche, welche durch Lupen vergrössert werden. Damit man nicht lange nach der Stelle zu suchen hat, wo das Zusammentreffen zweier Theilstriche stattfindet, so beobachte man den Stand des Noniusnullpunktes zwischen den ihn begrenzenden Theilstrichen des Massstabes: liegt dieser Nullpunkt näher an dem vorhergehenden Theilstrich als an dem folgenden, so liegt der Treffpunkt in der ersten Hälfte, ausserdem aber in der zweiten Hälfte des Nonius. Es ist auch nicht schwer, in dieser Weise das Viertel zu bestimmen, in dem das Zusammenfallen zweier Striche stattfinden muss.

Hat man zwei Theilstriche aufgefunden, von denen man glaubt, dass sie zusammenfallen, so untersucht man noch, ob zu beiden Seiten des vermutheten Treffpunktes zwischen den gleichvielten Theilstrichen gleiche Unterschiede (a, $2a$, $3a$) auftreten; ist dieses der Fall, so stehen sich jene zwei Striche genau gegenüber, ausserdem haben die nächstgelegenen links oder rechts diese Eigenschaft. Dieser Prüfung wegen, welche zur Vermeidung einer fehlererzeugenden Parallaxe des Auges immer nöthig ist und wobei man möglichst senkrecht auf die getheilten Flächen sehen soll, findet man auf den Nonien immer noch einige Theilstriche vor o und hinter n angegeben. Diese Striche heissen Ueberstriche und ihre Gesammtheit nennt man die Uebertheilung (Exedenz).

§. 73.

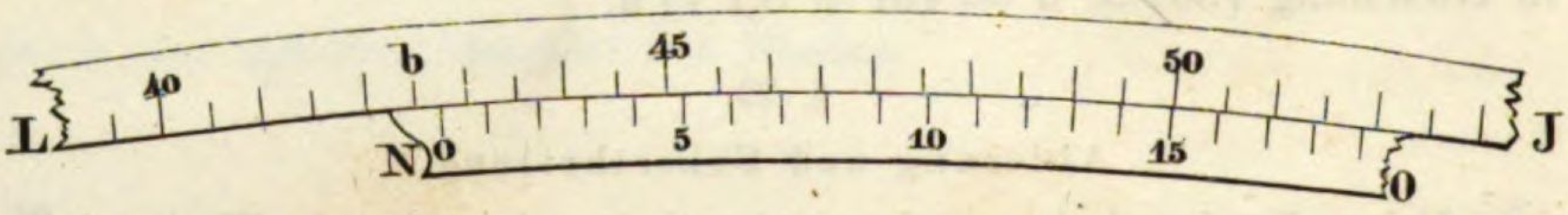
Einige Beispiele.

Obwohl die Theorie und der Gebrauch des Nonius sehr einfach ist, so lehrt doch die tägliche Erfahrung, dass sich Anfänger in

dessen Handhabung leicht verwirren, wesshalb zur weiteren Erläuterung dieses wichtigen Bestandtheils der meisten Messinstrumente einige Beispiele folgen.

1) Ein Kreisrand (Limbus, L) ist bis auf halbe Grade getheilt und 29 derselben geben auf dem Nonius (N) 30 Theile. Welches ist die Angabe des Nonius, und welches die Ablesung in der beigedruckten Figur (65)?

Fig. 65.



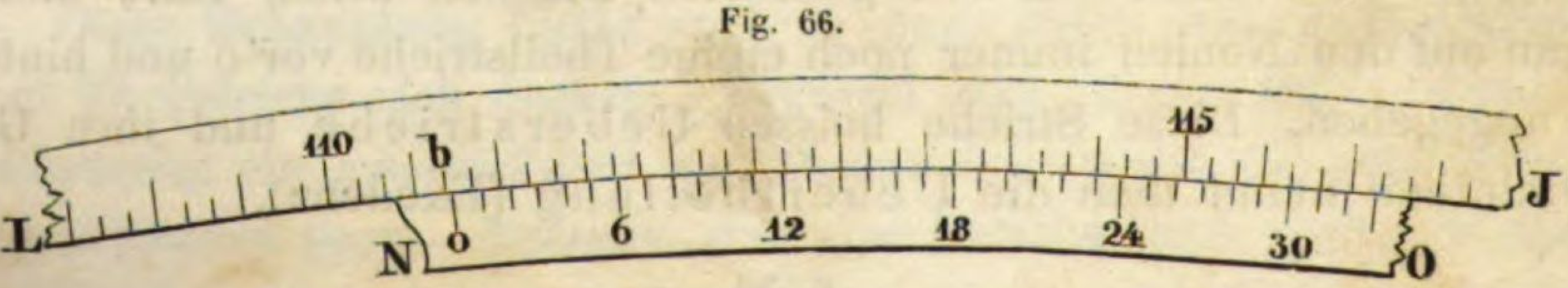
Hier ist $l = \frac{1}{2}^0 = 30'$ und $n = 30$, folglich (nach Gleichung 77) die Angabe $a = 1$ Minute. Ferner ist die unmittelbare Ablesung auf dem Kreisrande bis zu dem Punkte $b = 42^0\ 30'$ und das Stückchen $b\,o = m\,a = 13$ Minuten, da der Theilstrich 13 trifft, folglich die gesammte Ablesung $= 42^0\ 43'$.

2) Wie müsste für den vorhergehenden Kreisrand ein Nonius eingerichtet werden, der statt einer ganzen Minute eine halbe zur Angabe hätte?

Die Antwort auf diese Frage folgt aus Gleichung (77) oder (82), je nachdem der Nonius ein nach- oder vortragender werden soll. In beiden Fällen ist $a = 30$ Sekunden und $l = 30$ Minuten $= 1800$ Sekunden gegeben. Daher wird $n = 60$, und es sind folglich auf dem nachtragenden Nonius 59 Limbustheile in 60, und auf dem vortragenden Nonius 61 Limbustheile ebenfalls in 60 Theile zu theilen.

3) Welches ist die Ablesung in der beigedruckten Figur (66), wenn der Kreis bis zu Sechstelgraden getheilt ist und die Angabe des Nonius 10 Sekunden beträgt?

Fig. 66.



Bis zu dem Theilstriche b auf dem Kreise ist die unmittelbare Ablesung $L = 110^0\ 40'$. Von allen Theilstrichen des Nonius fällt keiner ganz genau mit einem des Limbus zusammen, aber der

Noniustheil von 8 auf 9 ist von einem Limbustheil eingeschlossen. Liesst man vorläufig bis 8 ab, so erhält man $u = 8 . 10'' = 80'' = 1' 20''$; und schätzt man nun $(c 8) = x$ auf 3 und $(d 9) = y$ auf 7 Zehntel der Angabe, so wird $u' = (8 + 0{,}3) 10'' = 83'' = 1'23''$ und folglich die Gesammtablesung $L + u' = 110^0 41' 23''$.

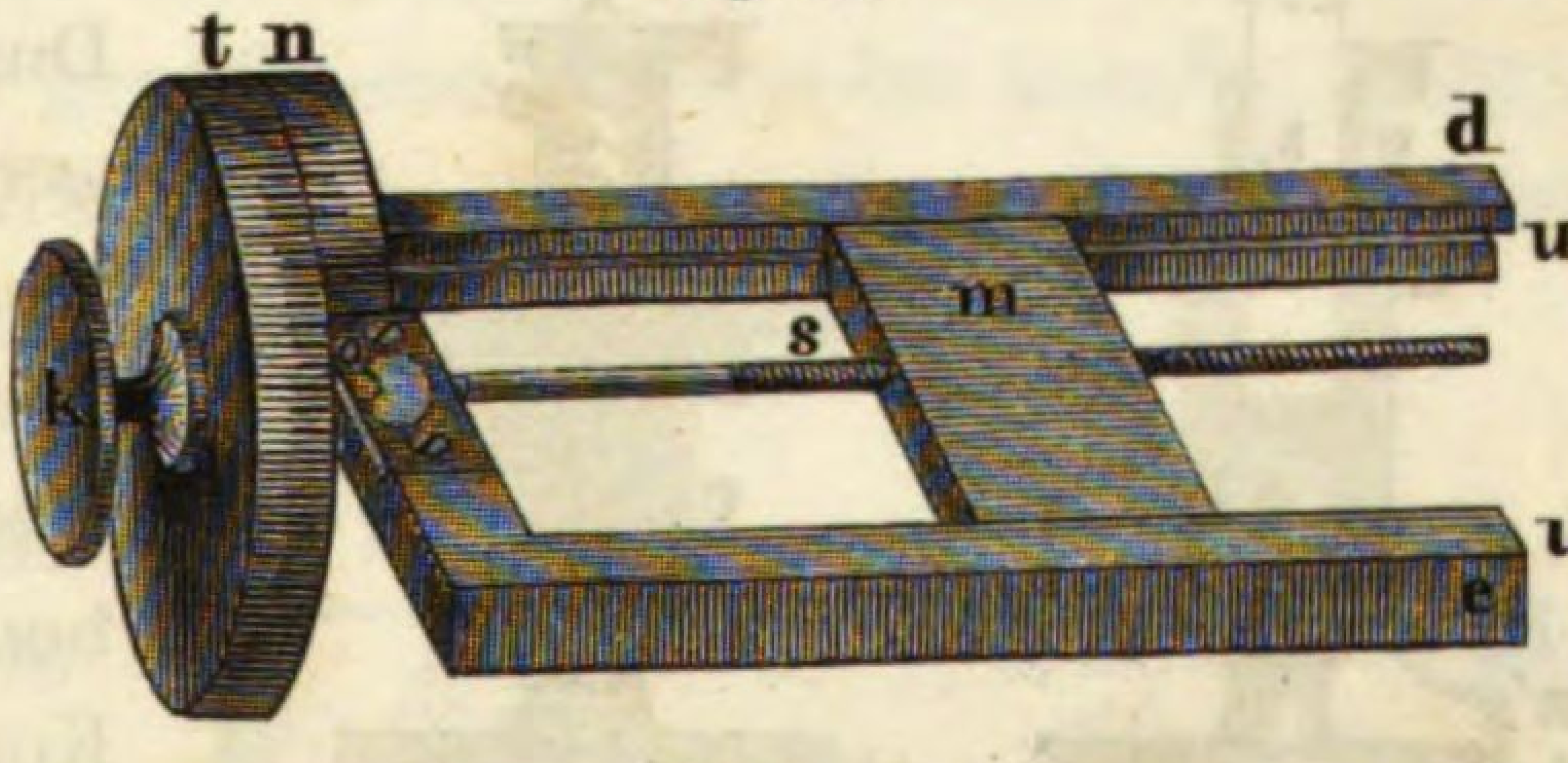
Die Mikrometerschraube.

§. 74.

Mikrometerschrauben nennt man im Allgemeinen alle sehr fein geschnittenen Schrauben, womit an Instrumenten kurze gleichmässige Bewegungen ausgeführt werden. Eigentlich gebührt aber dieser Name nur jenen Schrauben, welche zur Messung kleiner Längen- und Winkelbewegungen dienen, und wir werden ihn hier bloss in diesem Sinne gebrauchen.

Je nach dem Zweck, den man mit der Mikrometerschraube erreichen will, sitzt entweder die Mutter fest und die Spindel bewegt sich in Folge einer Drehung längs ihrer Axe; oder die Spindel behält ihren Ort bei und schiebt bei der Drehung die bewegliche Mutter vor- oder rückwärts; oder endlich die Spindel dreht sich nicht und wird durch die Drehung der an einer bestimmten Stelle bleibenden Mutter längs ihrer Axe fortbewegt. Es genügt, wenn man von den verschiedenen Einrichtungen, welche die Mikrometerschrauben haben, nur eine der zweiten und dritten Art betrachtet, da bei vollem Verständniss der Wirkungsweise dieser Mikrometerschrauben das der übrigen sich von selbst ergibt.

Fig. 67.



In Fig. 67 stellt d e einen metallenen Rahmen vor, in dessen Nuthen u, u sich ein Metallstück m, das als Schraubenmutter dient, vor- und rückwärts bewegen kann. Die Mikrometerschraube s geht durch das Vorderstück des Rahmens und wird dort von einem kugelförmigen Ansatz a zwar an der Längenbewegung, aber nicht an der Drehung um ihre Axe gehindert. Diese Drehung geschieht durch den geränderten Kopf k und hat die Verschiebung der Mutter m zur

Folge. Ganze Umdrehungen der Schraube und Theile derselben werden durch die mit der Spindel fest verbundene Trommel t und den an dem Rahmen befestigten Nonius n gemessen, indem man dessen Stellung gegen die Theilung der Trommel beobachtet. Ist diese in 100 Theile getheilt und beträgt die Höhe eines Schraubenganges z. B. 0,3 Linien, so wird, wenn die Trommel um 1 Theil gedreht wird, die Mutter m in der Richtung der Spindel um 0,003 Linien fortrücken, und zwar gegen a hin oder davon weg, je nachdem rechts oder links gedreht wird. Würde der Nonius Zehntel eines Trommeltheils anzeigen, so könnte man in dem angenommenen Falle die Bewegung der Mutter m und dessen, was mit ihr festverbunden ist, bis auf 0,0003 Linien genau messen.

Die Höhe eines Schraubengangs ermittelt man am leichtesten durch die Vorrichtung selbst. Denn denkt man sich parallel zur Spindel einen sehr genauen Massstab gelegt und auf der Mutter einen Zeiger befestigt, welcher bis an die Theilung des Massstabes reicht, so kann man diesen Zeiger mit der Schraube durch eine bestimmte Länge des Massstabes, z. B. einen Zoll, fortführen und dabei die Umdrehungen der Trommel an dem Nonius n zählen. Dividirt man hierauf den Weg der Mutter durch die Zahl der Umdrehungen der Trommel, so ist der Quotient die Höhe des Schraubengangs in derselben Längeneinheit, welche für den Weg gewählt wurde. Wären für 1 Zoll oder 10 Linien Verschiebung 333,333 Umdrehungen nöthig gewesen, so betrüge die Höhe eines Schraubengangs 0,03 Linien.

Fig. 68.

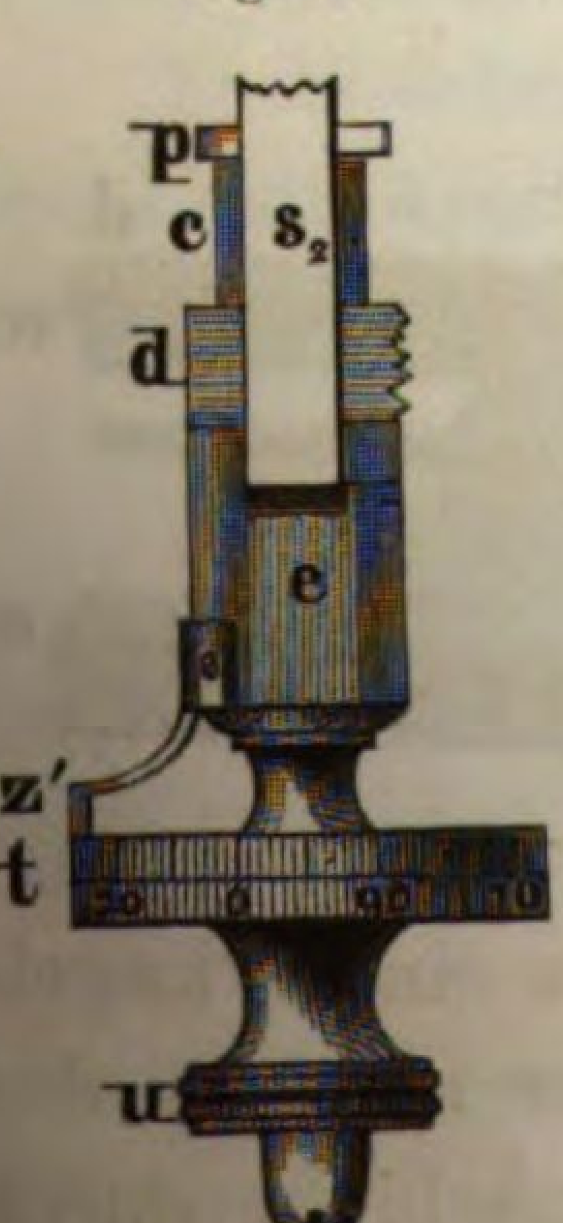
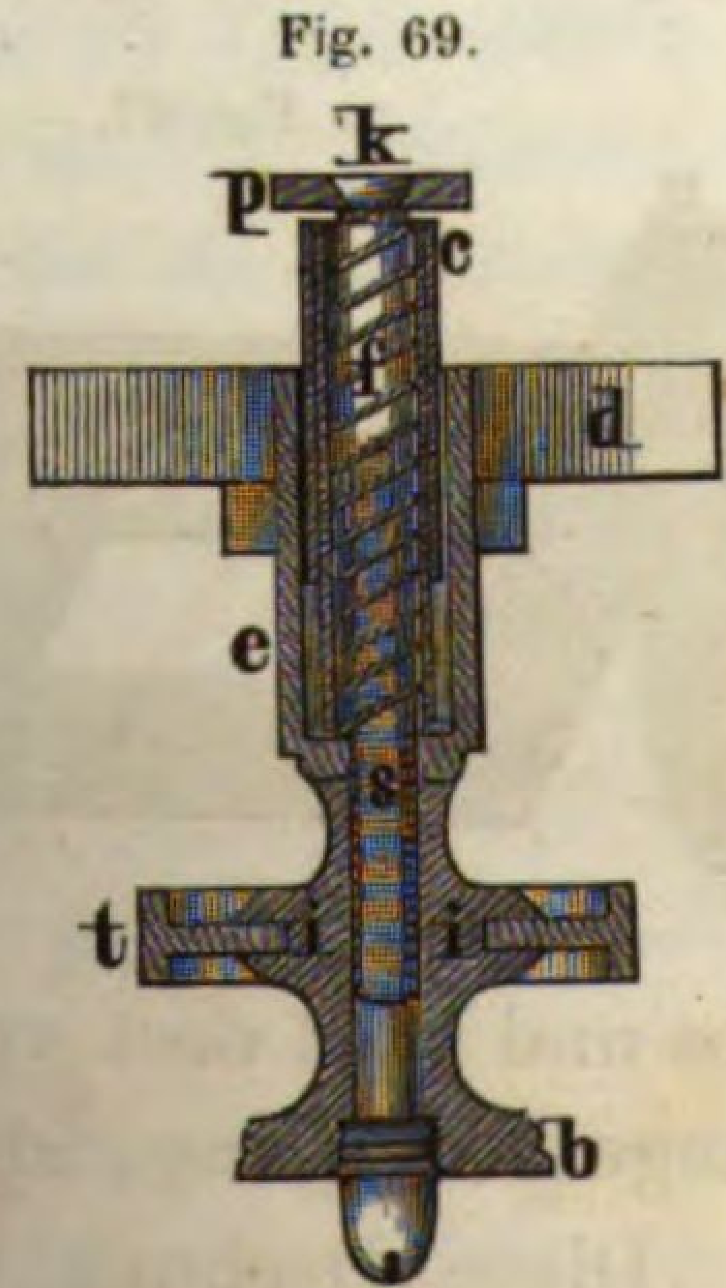


Fig. 69.



Die vorstehenden Figuren geben die Ansicht und den Durchschnitt der vorzüglich eingerichteten Mikrometerschraube an dem Stampfer'schen Nivellirinstrumente, von dem später die Rede seyn wird. Die Schraubenspindel s (Fig. 69) hat ihren Kopf k in der Platte p, welche mit dem durch sie zu bewegenden Gegenstande festverbunden ist. Der Kopf k hat zwar in der Höhlung von p ein wenig

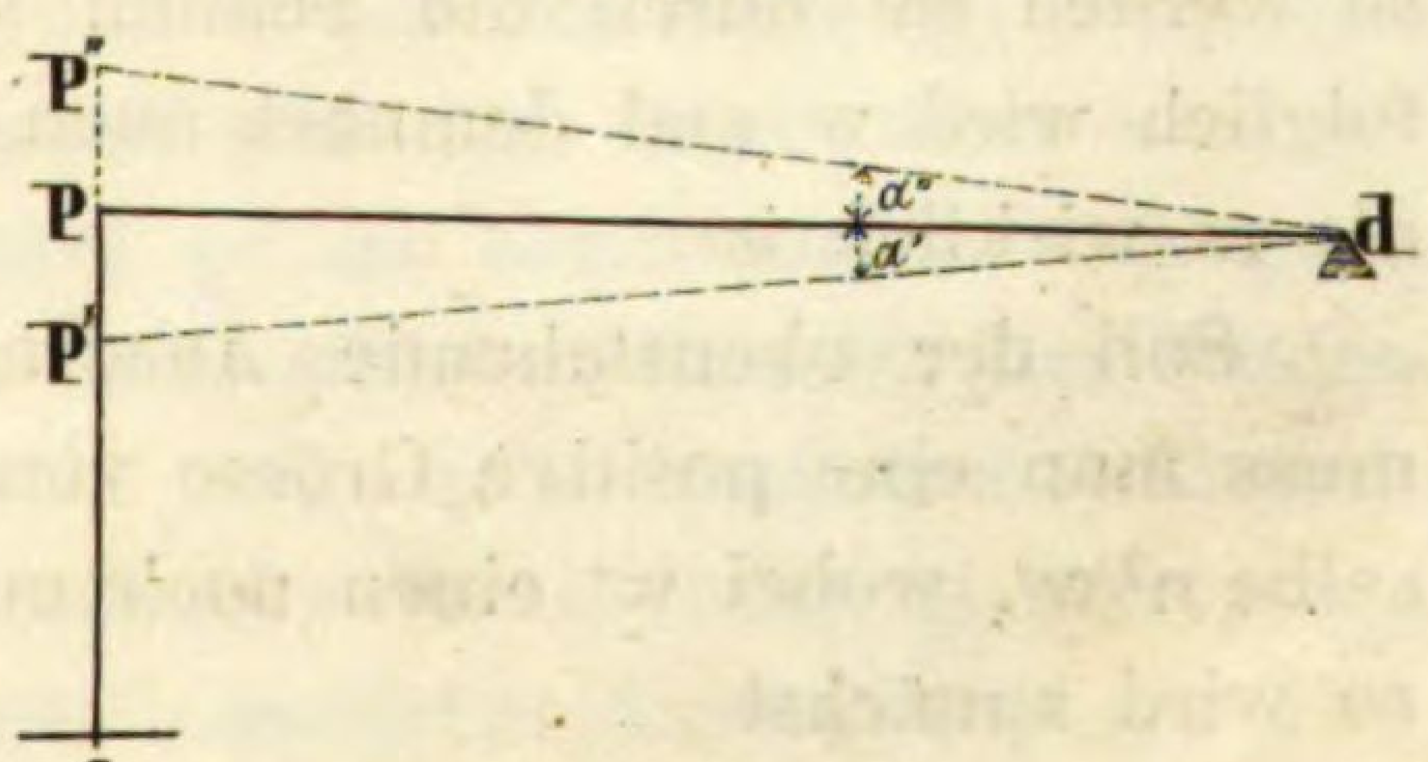
Spielraum, damit sich bei Winkelbewegungen die Stellung der Spindelaxe gegen die Platte etwas ändern kann, aber er ist durch einen versenkten Stift an einer Drehung um diese Axe gehindert. Die Schraubenmutter (i, i) stützt sich mit einer abgerundeten Fläche an den ausgehöhlten Boden des mit dem Instrumente fest verbundenen Rohres e und trägt gleichzeitig die Trommel t und den geränderten Kopf b, welcher zur Drehung derselben dient. Steht das Rohr e, wie es hier der Fall ist, fest, so muss bei einer rechtläufigen Drehung der Mutter i die Spindel s und mit ihr die Platte p sich senken; damit aber diese Platte bei entgegengesetzter Drehung sich wieder erhebe, ist um die Schraubenspindel eine Springfeder (f) gewunden, welche ihre Bestimmung erfüllt, indem sie, auf die Platte p und den Boden von e drückend, die stetige Berührung der Mutter i in der Pfanne an e herstellt. Die Trommel t ist in 100 Theile getheilt und mittels des festen Zeigers z' kann man die Umdrehungen bis auf Zehntel solcher Theile bestimmen, wenn man in der Schätzung der Unterabtheilungen einige Uebung erworben hat. Die ganzen Umdrehungen der Schraube können an einer mit der Platte p verbundenen Scale (g) und eines an d befindlichen Zeigerstrichs (z) gezählt werden, wenn jeder Theil der Scale der Höhe eines Schraubengangs gleich gemacht wird. Durch die beständige Spannung der Feder f ist, wie man leicht begreift, jeder todte Gang der Schraube vermieden.

§. 75.

Theorie der Mikrometerschraube.

Um einzusehen, wie mit der eben beschriebenen Mikrometerschraube kleine Winkel sehr genau gemessen werden können, denke man sich in Fig. 70 den Arm dp an dem vorderen Ende (p) fest mit der Platte p verbunden und an dem hinteren Ende (d) drehbar. Ist für den Stand pd eine erste Ablesung an den Zeigern z und z' gemacht, so gibt nach einer recht- oder linkseitigen Drehung, wodurch der Stab dp in die Lage dp' oder dp'' kommt, eine zweite Ablesung

Fig. 70.



die Längen pp' oder pp'' beziehlich gleich h' oder h''. Mit diesen Grössen fände man $\operatorname{tg}\alpha'$ oder $\operatorname{tg}\alpha''$, wenn die Länge l des Stabs pd sehr genau bekannt wäre. Diese Länge braucht man aber gar nicht, wenn man mit dem Arme dp ein Fernrohr in feste Verbindung bringt und die Neigungswinkel α' und α'', welche auch die des Rohrs sind, auf später anzugebende Weise sehr genau misst. Es ist klar, dass die Winkel α' und α'', wenn sie sehr klein sind und man nicht gerade die allerschärfste Messung derselben fordert, der Zahl der Schraubenumdrehungen proportional gesetzt werden können, und dass somit der constante Winkelwerth w, welcher einer ganzen Umdrehung der Schraube entspricht, erhalten wird, wenn man α' oder α'' durch die zugehörigen Umdrehungen u' oder u'' dividirt.

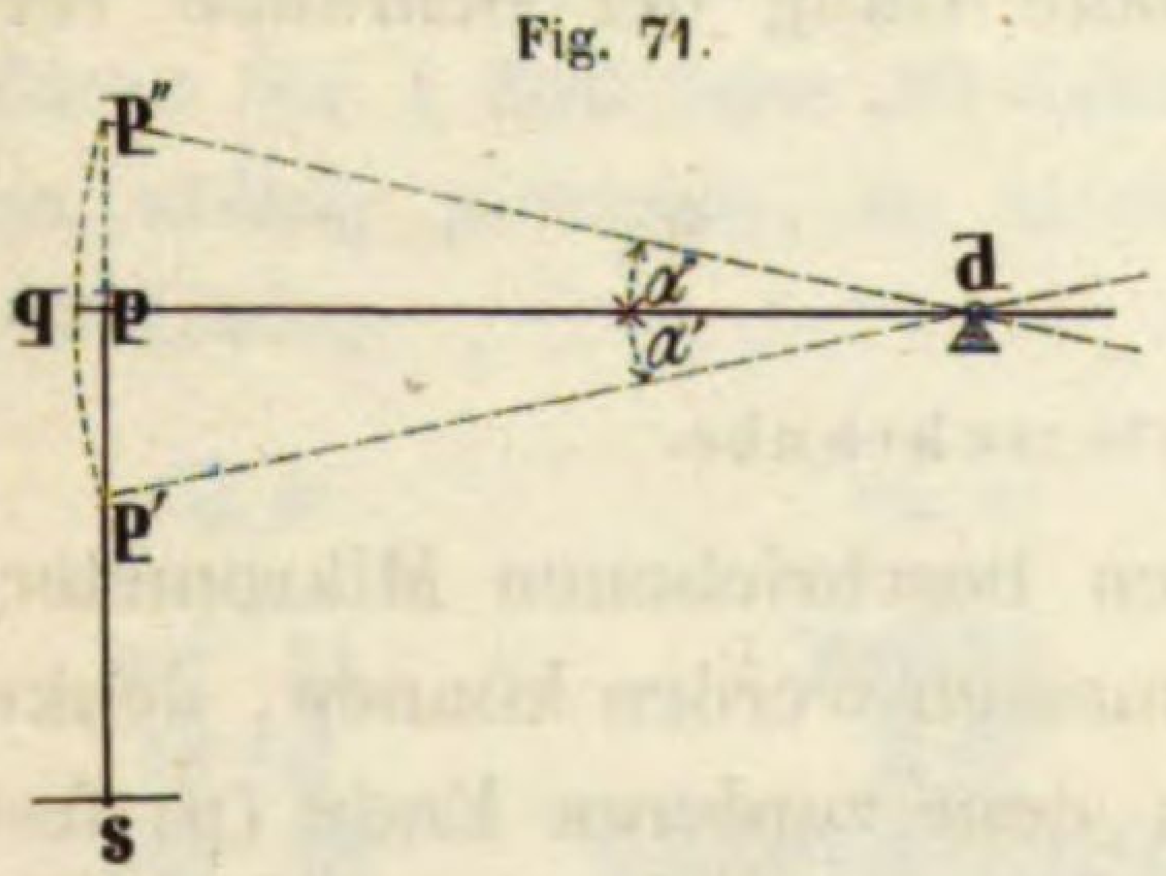
Unter der eben gemachten Voraussetzung ist der Winkel φ, welcher u Umdrehungen entspricht, offenbar aus der Gleichung

$$\varphi = uw \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (84)$$

zu berechnen.

Lässt man aber die Annahme, dass der Winkel φ der Länge h oder den Umdrehungen u proportional ist, nicht gelten, so kann man jenen Winkel nach Stampfer durch folgende Betrachtung genauer finden.

Fig. 71.



Stellt in Fig. 71 die Linie pd den drehbaren Arm l in der Lage vor, worin die Mikrometerschraube s senkrecht auf ihn wirkt, so ist klar, dass die Schraube die Wege pp', pp'' zu durchlaufen hat, um den Arm in die Lagen dp', dp'' zu bringen. Nimmt man nun die Winkel α' und α'' den Schraubenumdrehungen proportional, so werden sie durch die Sehnen statt durch die Bögen gemessen, folglich wird w und demnach auch φ immer etwas grösser gefunden als es wirklich ist.

Soll der obenstehende Ausdruck für φ verbessert werden, so muss man eine positive Grösse von ihm abziehen; nennen wir dieselbe $u^2 w'$, wobei w' einen noch unbestimmten positiven Werth hat, so wird zunächst

$$\varphi' = uw - u^2 w'.$$

Bildet man eine zweite ähnliche Gleichung, welche den Winkel φ'' ausdrückt, der v Umdrehungen entspricht, so erhält man

$$\varphi'' = \mathrm{v\,w} - \mathrm{v}^2\mathrm{w}'.$$

Aus beiden ergibt sich durch Abziehen der Winkel $\varphi'' - \varphi'$, welcher von dem Arme l zwischen der vten und uten Umdrehung durchlaufen wird, gleich

$$\psi = \mathrm{w\,(v - u)} - \mathrm{w}'\,(\mathrm{v}^2 - \mathrm{u}^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

Die Constanten w und w′ werden dadurch bestimmt, dass man ein mit dem Arm pd festverbundenes Fernrohr durch die Schraube auf bekannte Winkel φ' und φ'' genau einstellt und die Umdrehungen u und v, welche dazu nöthig sind, bestimmt, hierauf aber aus den vorletzten zwei Gleichungen die Werthe von w und w′ sucht. Es ist begreiflicherweise sehr gut, wenn man mehr als zwei Beobachtungen macht, um w und w′ zu finden. Mehr Beobachtungen ziehen aber auch mehr als zwei Gleichungen zur Bestimmung von w und w′ nach sich, und es werden je zwei derselben etwas abweichende Werthe sowohl für w als für w′ geben. Sind die verschiedenen Werthe für w und w′ aus lauter gleich guten Beobachtungen hervorgegangen, so hat man die arithmetischen Mittel aus den zusammengehörigen Werthen als die gesuchten Constanten anzunehmen.

Um den Gebrauch der Gleichung (85) durch ein Beispiel zu erläutern, bemerken wir, dass für die Mikrometerschraube an dem später zu beschreibenden Stampfer'schen Nivellirinstrumente der polytechnischen Schule zu München der Werth von w = 640 Sekunden und von w′ = 0,07 Sekunden und folglich

$$\psi = 640\,(\mathrm{v - u}) - 0{,}07\,(\mathrm{v}^2 - \mathrm{u}^2)\ \text{Sekunden} \quad . \quad . \quad (85a)$$

ist. Ein Winkel ψ' nun, welcher 10 Umdrehungen, von 0 an gerechnet, entspricht, wird aus dieser Gleichung erhalten, wenn man v = 10 und u = 0 setzt. Für diese Werthe wird aber $\psi' = 6393'' = 1^0\,46'\,33''$. Will man den Winkel ψ'' haben, der 10 Umdrehungen zwischen den Ablesungen 20 und 30 auf der Scale (g) entspricht, so muss v = 30 und u = 20 gesetzt werden. Dann wird aber $\psi'' = 6365'' = 1^0\,46'\,5''$. Der Winkel ψ'' ist somit um 28 Sekunden kleiner als ψ', obwohl jeder aus einer gleichen Anzahl von Umdrehungen hervorgegangen ist. Hierin zeigt sich deutlich der Einfluss des zweiten Gliedes in dem Ausdrucke für φ oder ψ und somit auch der Fehler, den man bei ausschliesslicher Anwendung der Gleichung (84) begeht.

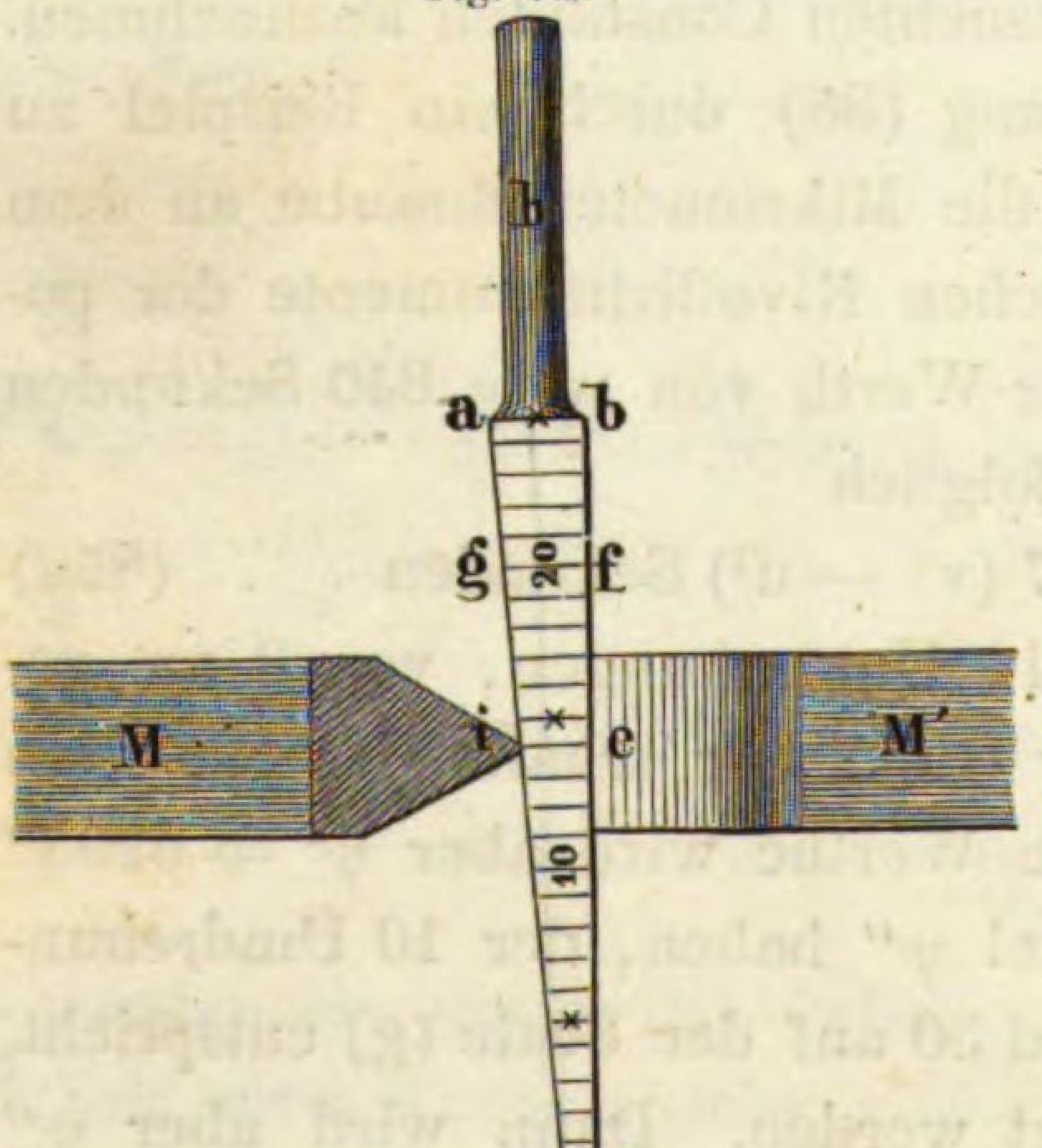
Der Messkeil.

§. 76.

Die Erfahrung lehrt, dass es für die genaue Messung gerader Linien nicht gut ist, die an einander zu reihenden Massstäbe sich dicht berühren zu lassen, weil dadurch leicht eine Verschiebung des einen oder andern bewirkt werden kann. Auf Grund dieser Erfahrung hat Reichenbach vorgeschlagen: erstens die metallenen Massstäbe an ihren Enden in scharfe Kanten auslaufen zu lassen, welche senkrecht zu einander stehen; zweitens diese Stäbe bei der Messung so in die gerade Linie zu legen, dass sich immer eine lothrechte und eine wagrechte Kante gegenüberstehen, ohne sich zu berühren; und drittens den Abstand beider Kanten durch einen dazwischen geschobenen flachen Keil, dessen Dicke an jeder Stelle bekannt ist, zu messen.

Man nennt diesen Keil nach dem Materiale, woraus er besteht, bald Stahl- bald Glaskeil; es bedarf aber wohl kaum der Rechtfertigung, wenn wir ihn in der Folge, unabhängig von seinem Stoffe, den Messkeil nennen werden.

Fig. 72.



Ein solcher Keil ist hier in seiner Stellung zwischen zwei Massstäben (M und M') gezeichnet. Die Länge bd desselben ist gross genug, wenn sie 3—4 Zoll, und die Breite, wenn sie ebenso viele Linien beträgt. Den Keilflächen (ac, bd), welche vollkommen eben gearbeitet seyn müssen, gibt man ungefähr 2 Grade Neigung. Eine der parallelen Seitenflächen wird durch gleichweit entfernte und auf einer Keilkante (b d) senkrecht stehende Striche so abgetheilt, dass man die Dicke des Keils an der Stelle ie, welche von beiden Kanten zugleich berührt wird, aus einer besonderen Tabelle sofort entnehmen kann. Die Ordinaten können eine halbe Linie von einander entfernt seyn. Trifft die Kante i zwischen zwei Ordinaten, so schätzt man ihren Abstand von einer derselben und bringt ihn bei der abgelesenen Abscisse gehörig in Rechnung.

Die Dicke des Keils an irgend einer Stelle (gf) ist leicht zu bestimmen, wenn man dieselbe an zwei Stellen (ab, cd), deren Entfernung gegeben ist, kennt und voraussetzt, dass die Keilflächen wirkliche Ebenen sind. Setzt man nämlich $ab = d$, $cd = d'$, $bd = a$, $df = x$ und $gf = y$, so ist

$$y = d' + \frac{d - d'}{a} x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (86)$$

Wäre $a = 30'''$, $d = 2'''$, $d' = 0''',5$, so fände man für die Abscisse $x' = 27'''$ die Dicke $y' = 1,85$ Linien, und für die Abscisse $x'' = 27''',5$ die Dicke $y'' = 1,875$ Linien. Der Unterschied beider Dicken betrüge somit 0,025 oder $^1/_{40}$ Linie. Da man den Zwischenraum von einer halben Linie mit blossem Auge sicher noch in fünf Theile theilen kann, so geht hieraus hervor, dass mit dem eben beschriebenen Keile der Abstand zweier Metallmassstäbe nöthigenfalls bis auf $^1/_{200}$ Linie genau gemessen werden kann.

§. 77.

Prüfung des Keils.

Schwerd wandte zur Bestimmung der Dicken der Stahlkeile, welche er zur Messung der kleinen Speierer Basis [1] gebrauchte, folgendes Verfahren an. Er verfertigte drei verschiedene Messingstreifen, deren Seitenflächen genau parallel waren und deren Breiten in drei entsprechend weite Lehren vollkommen passten. Hierauf schob er den zu untersuchenden Keil nach und nach in jede dieser Lehren und bemerkte die Ordinaten, bis zu welchen derselbe eindrang. Diese Ordinaten waren offenbar so lang als die Messingstreifen breit, und es kam nunmehr darauf an, die Breite der Streifen zu finden. Zu dem Ende wurden die letzteren in der Mitte quer durchschnitten und je zwei zusammengehörige Stücke auf einem genau getheilten Massstabe abwechselnd aneinander gelegt, bis ein ziemlich grosses Vielfaches dieser Breite gemessen war. Bei diesem Aneinanderlegen musste selbstverständlich jeder Stoss und jede Erwärmung durch Berühren mit der blossen Hand vermieden werden, wesshalb die Messingstücke durch Stricknadeln fortgeschoben, gehalten und aneinandergepasst wurden. Auf diese Weise fand Schwerd für einen seiner Keile folgende Mittelwerthe der Ordinaten:

[1] Man vergleiche „Die kleine Speierer Basis" von Prof. Fr. Schwerd, Speier 1822.

Der Ordinate	44,4	entspricht	eine	Keildicke	von	6,4073	Millimeter.
„ „	16,2	„	„	„	„	2,7070	„
„ „	4,4	„	„	„	„	1,1815	„

Aus den beiden ersten Ordinaten berechnet sich nach Gleichung (86) der Werth der Ordinate 10 zu 1,8937 und aus den beiden letzten zu 1,9050 Millimeter; im Mittel also zu 1,8993 Millimeter. Auf Grund der in dieser Weise ermittelten Längen von 4 Ordinaten erhält man die übrigen Keildicken, indem für die Ordinaten

von 0 bis 10	die Angaben:	Ord. 10 = 1,8993	u. Ord.	4,4 = 1,1815 mm
„ 10 „ 16	„ „	„ 10 = 1,8993	„ „	16,2 = 2,7070 „
„ 16 „ 45	„ „	„ 16,2 = 2,7070	„ „	44,4 = 6,4073 „

benützt wurden. Schwerd fand hierdurch den Unterschied zwischen je zwei auf einander folgenden und ungefähr $2\frac{1}{2}$ Millimeter entfernten Ordinaten oder Keildicken:

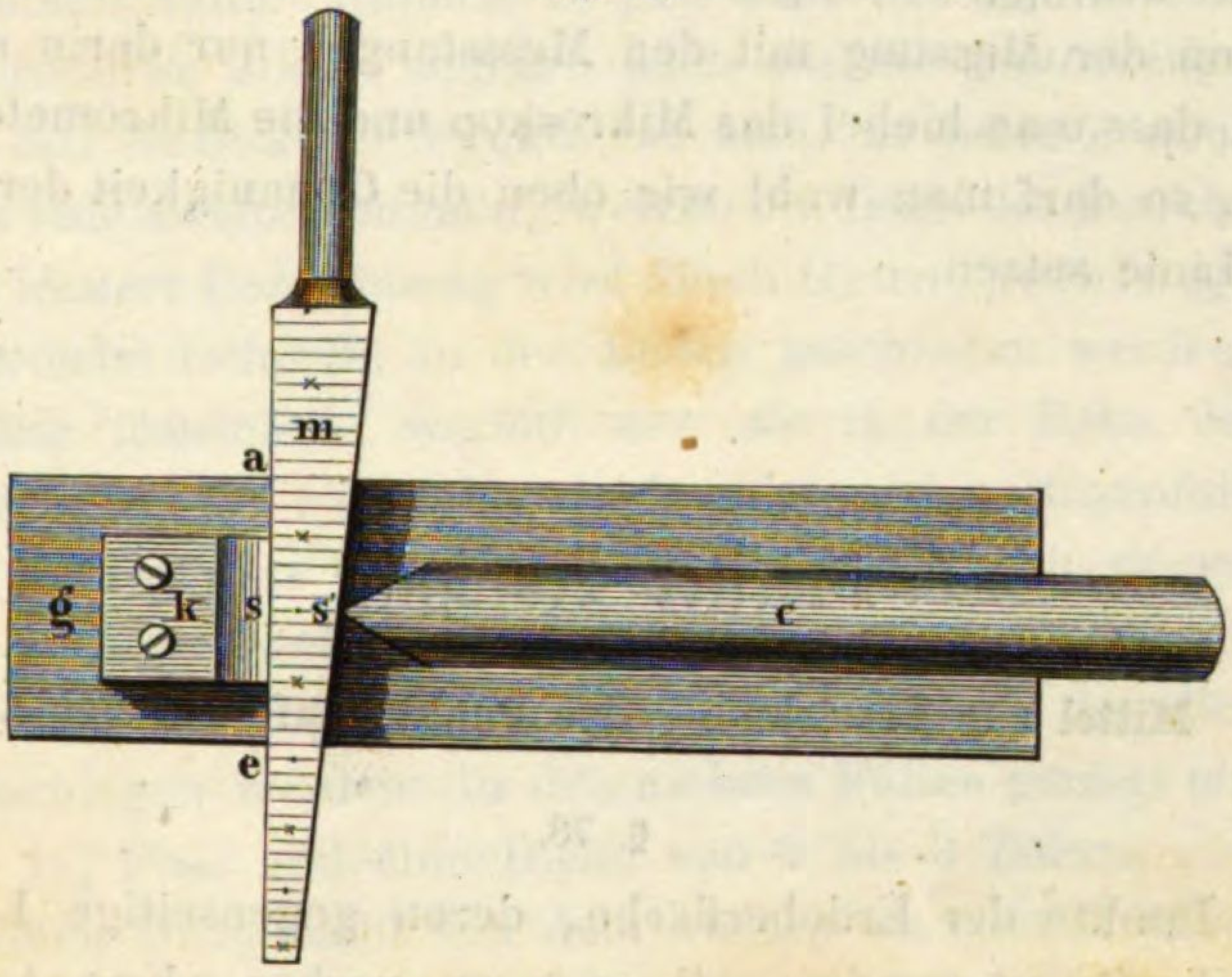
in dem ersten	Theile	von 0	bis 10	= 0,12821 Millimeter.
„ „ zweiten	„	„ 10	„ 16,2	= 0,13024 „
„ „ dritten	„	„ 16,2	„ 45	= 0,13115 „

Da man die Zahl der Ordinate bis auf ein Zehntel schätzen konnte, so war folglich mit dem Keil eine Messung bis zu 0,013 Millimeter Genauigkeit möglich.

Bessel verfuhr bei Prüfung seiner Messkeile, welche zur Gradmessung in Ostpreussen dienten, in ganz anderer Weise. Er benützte dazu, wie in Fig. 73 angedeutet, ein auf einem Gestelle (g) befestigtes Stahlprisma (k), dessen scharfe Kante (s) wagrecht lag, und einen polirten Stahlcylinder (c), der eine lothrechte Schneide (s') hatte und in einer hohlen Bahn mit seiner Axe parallel bewegt werden konnte. Die Bewegung dieses Cylinders wurde durch ein Mikroskop und eine Mikrometerschraube aufs genaueste gemessen. Die Messung der Keildicken begann damit, dass man den Cylinder c so weit an den Keil k schob, bis sich die Schneiden s und s' genau berührten. Alsdann las man den Stand der Mikrometerschraube ab. Hierauf wurden nach und nach alle Ordinaten des zu untersuchenden Keils zwischen die Schneiden s und s' gebracht und jedesmal der Stand der Schraube abgelesen. Es ist klar, dass der Unterschied der Ablesungen zwischen irgend zwei Ordinaten dem Unterschied dieser Ordinaten proportional ist, und dass man hieraus die Länge jeder Ordinate erhält, so bald man den Werth eines Schraubengangs kennt. Die gläsernen Messkeile von Bessel hatten zwischen den Endpunkten

ihrer Scala, welche 41 Linien lang war, 120 Theile und es war die unterste Ordinate 0,8 und die oberste 2 Linien lang. Bessel berechnete hiernach zuerst die Längen der übrigen Ordinaten und bestimmte sie alsdann durch wiederholte Versuche.

Fig. 73.



Die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Keildicken oder die Fehler der letzteren ergaben sich für die von Bessel untersuchten fünf Keile wie folgt.

Ordinate.	1.	2.	3.	4.	5.
	Duodecimal-Linien.				
0 = 0,8‴	− 0,0056	− 0,0056	− 0,0051	− 0,0067	− 0,0055
20 = 1,0	− 0,0044	− 0,0044	− 0,0044	− 0,0059	− 0,0052
40 = 1,2	− 0,0030	− 0,0037	− 0,0031	− 0,0041	− 0,0042
60 = 1,4	− 0,0025	− 0,0028	− 0,0025	− 0,0036	− 0,0039
80 = 1,6	− 0,0008	− 0,0011	− 0,0010	− 0,0019	− 0,0022
100 = 1,8	+ 0,0003	− 0,0002	− 0,0002	− 0,0012	− 0,0006
120 = 2,0	+ 0,0018	+ 0,0014	+ 0,0010	0,0000	+ 0,0012

Vorstehende Tabelle mag als Beweis dienen, dass man mit den Messkeilen in der That eine Genauigkeit von $\frac{1}{200}$ Linie erlangen kann; denn während der Unterschied zweier aufeinander folgender

Ordinaten gerade $^1/_{100}$ Linie beträgt und durch Schätzung die Anzahl der Ordinaten von 120 auf 240, also der Unterschied je zweier auf einander folgender auf $^1/_{200}$ Linie gebracht werden kann, zeigen vorstehende Zahlenwerthe, welche in der dritten Decimale noch sicher sind, dass man durch das bei der Prüfung angewandte Messverfahren bis auf $^1/_{1000}$ Linie genau messen kann. Da aber dieses Verfahren von der Messung mit den Messstangen nur darin sich unterscheidet, dass man hiebei das Mikroskop und die Mikrometerschraube weglässt, so darf man wohl wie oben die Genauigkeit der Messkeile auf $^1/_{200}$ Linie setzen.

Zweiter Abschnitt.

Mittel zur Bezeichnung der Punkte auf dem Felde.

§. 78.

Die Punkte der Erdoberfläche, deren gegenseitige Lage durch Messung bestimmt werden soll, müssen vorher abgesteckt oder durch entsprechende Merkmale bezeichnet seyn. Man kann aber auf dem Felde einen Punkt nur durch die lothrechte Axe eines darüber stehenden festen Gegenstandes, und eine gerade Linie nur durch zwei solche Axen bezeichnen, wenn sie von entfernten Stellen aus gesehen werden sollen. In Folge dieser in der Natur der Sache gelegenen Bezeichnungsweise spricht und schreibt man auch von einem Punkte so, als ob er eine lothrechte Linie, und von einer geraden Linie, als ob sie eine lothrechte Ebene wäre. Indem man die hier stattfindende Verwechselung des Mittels der Bezeichnung mit dem Bezeichneten noch weiter ausdehnt, versteht man folgerichtig unter einer gebrochenen Linie zwei oder mehr sich schneidende lothrechte Ebenen, und unter einer krummen Linie eine lothrecht stehende Cylinderfläche. In diesem Sinne gilt somit in der Erd- und Feldmessung alles für einen Punkt oder eine gerade oder krumme Linie, was im Grundrisse als eigentlicher Punkt, gerade oder krumme Linie erscheint; der Aufriss einer geraden Linie kann somit krumm oder gebrochen, und der einer krummen Linie gerade seyn.

Markpflöcke und Absteckpfähle.

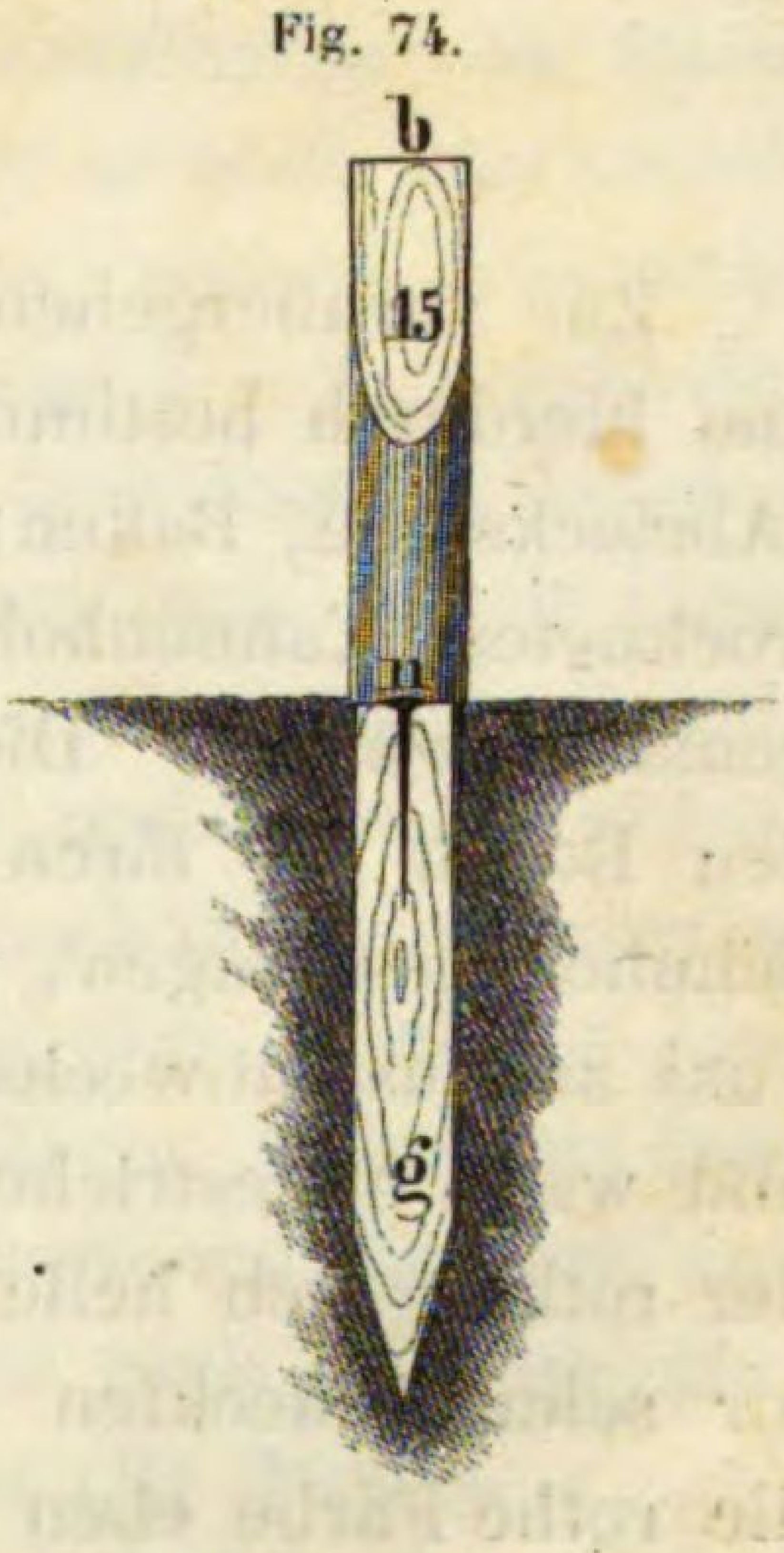
§. 79.

Durch Errichtung von lothrechtstehenden Gegenständen können alle Arten von Figuren so abgesteckt werden, dass man ihren Grundriss aufnehmen kann. Handelt es sich aber bei der Aufnahme nicht um den Grundriss allein, sondern auch um die gegenseitige Höhenlage oder den Aufriss der Punkte, so muss zu jener ersten Bezeichnung noch eine zweite kommen, welche die Höhe des Punktes angibt.

Diese letztere Bezeichnung wird durch Grundpfähle (g, Fig. 74) bewirkt, welche lothrecht in den Boden geschlagen werden, bis sie unverrückbar feststehen, worauf man sie in der Höhe des zu bezeichnenden Punktes wagrecht abschneidet und nöthigenfalls in der Mitte des Querschnitts mit einem Nagel (n) versieht, dessen platter Kopf den Punkt vorstellt. Die Länge und Dicke dieser Grundpfähle richtet sich selbstverständlich nach der Festigkeit des Bodens, in den sie geschlagen werden: in den meisten Fällen genügt eine Länge von 1 bis $1\frac{1}{2}$ Fuss und eine Dicke von 2 bis 3 Zollen.

Um einen Grundpfahl von dem andern zu unterscheiden, wird neben jedem ein Beipfahl (b) geschlagen, der ungefähr einen Fuss über dem Boden vorsteht und auf einer ebenen, bloss durch ein Beil hergestellten Seitenfläche die Nummer oder sonstige Bezeichnung des Grundpfahls trägt. In der beigedruckten Figur ist der Grundpfahl durchschnitten und der Beipfahl, welcher etwa einen halben Fuss von jenem entfernt ist, in der Ansicht gezeichnet. Dergleichen Grund- und Beipfähle finden bei der Aufnahme von Längen- und Querprofilen (d. i. von lothrechten Durchschnitten der Bodenoberfläche) ihre Anwendung.

Fig. 74.



Für technische Zwecke ist es sehr oft nöthig, krumme Linien von bestimmter Form, namentlich Kreisbögen, auf dem Felde abzustecken. Diese Absteckung erfordert, dass man einzelne Punkte jeder Curve oder, wenn man will, einzelne Elemente der lothrechtstehenden Cylinderfläche, worin die Curve liegt, sichtbar macht. Dazu dienen Pfähle von

derselben Beschaffenheit wie die eben beschriebenen Beipfähle, indem es genügt, wenn diese Curvenpfähle 8 bis 12 Zoll über die Bodenfläche vorstehen. Die Berührungspunkte der Curven bezeichnet man in der Regel mit grösseren und stärkeren Pfählen als die übrigen Punkte, damit man Anfang und Ende einer Curve leichter wieder erkennt. Auch gibt man den Pfählen dieser Punkte besondere Zeichen, welche sich auf die Berührung beziehen.

Soll der Grundriss einer Flurmarkung oder ein Plan derselben aufgenommen werden, so besteht die erste Arbeit der Aufnahme in der Absteckung der Grenzen der einzelnen Bestandtheile derselben, d. i. aller Felder, Wiesen, Wälder, Wege, Flüsse, Häuser, Gärten u. dgl. Man bedient sich dazu der Markpflöcke, welches einen Fuss lange, zwei Zoll breite und einen halben Zoll dicke unten zugespitzte Spalten aus Tannen- oder Fichtenholz sind. Dieselben werden vor ihrer Verwendung mit fortlaufenden Nummern versehen. Es lohnt sich wohl auch die Mühe, sie zu durchbohren und an einem Stricke nach ihren Ziffern aneinander zu reihen, um sie leichter fortzuschaffen und bei der Umgehung und Abpflockung der Flurmark in der rechten Folge der Nummern zu verwenden.

Fluchtstäbe und Messfahnen.

§. 80.

Beschreibung.

Zur vorübergehenden Bezeichnung von naheliegenden Punkten und hierdurch bestimmten geraden Linien dienen die Fluchtstäbe (Absteckstäbe, Baken), welche in Form von Cylindern aus gut getrocknetem Tannenholze 6 bis 10 Fuss lang und 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll dick gemacht werden. Diese Stäbe sind zum leichteren Einstecken in den Boden an ihren unteren Enden mit kegelförmigen eisernen Schuhen beschlagen, und zum besseren Erkennen in der Ferne von Fuss zu Fuss abwechselnd roth und weiss, manchmal auch schwarz und weiss angestrichen. Der weisse Anstrich sticht gegen dunkle und der rothe gegen helle Gegenstände gut ab, während der schwarze für schneebedeckten Hintergrund empfohlen wird. Aber dafür ist die rothe Farbe eben so gut, und da man doch nur selten im Winter misst, so eignet sich der roth und weisse Anstrich am meisten für die Absteckstäbe. Dass die Farben von Fuss zu Fuss wechseln, hat

darin seinen Grund, dass die Fluchtstäbe manchmal zu flüchtigen Längenmessungen benützt werden müssen, wenn es an besseren Massstäben mangelt.

Neben den Fluchtstäben führt der ausübende Geometer meist auch eine kleine Anzahl grösserer Stäbe mit sich, an denen sich oben ein Fähnchen von rother und weisser Leinwand befindet. Diese Messfahnen eignen sich wegen der grösseren Höhe ihrer Stäbe und der Bewegung der gefärbten Leinwandstreifen zur Aufstellung hinter Hecken, niedrigem Gebüsche, Anhöhen und überhaupt an solchen Stellen, wo sich die Fluchtstäbe nicht sicher erkennen lassen. Ihre Stäbe unterscheiden sich von den Fluchtstäben nur durch die Länge, welche 10 bis 15 Fuss beträgt.

§. 81.

Gebrauch.

Das Abstecken einer geraden Linie gründet sich in allen Fällen auf den geradlinigen Fortgang des Lichts. Wenn dabei Fluchtstäbe angewendet werden, so setzt es voraus, dass man einen solchen Stab lothrecht zu halten und in den Boden zu stecken wisse. Man könnte diese Stellung durch einen Senkel prüfen, aber diese Prüfung wäre für diesen Zweck zu umständlich und bei einigermassen windigem Wetter gar nicht ausführbar. Es hält indessen nicht schwer, das Auge so zu gewöhnen, dass es in einiger Entfernung vom Stabe dessen schiefe oder lothrechte Stellung bald sicher schätzt, namentlich wenn man sie mit fernliegenden Gegenständen, welche lothrechte Linien an sich tragen, wie Häuser, Thürme, Bäume u. s. w. vergleicht.

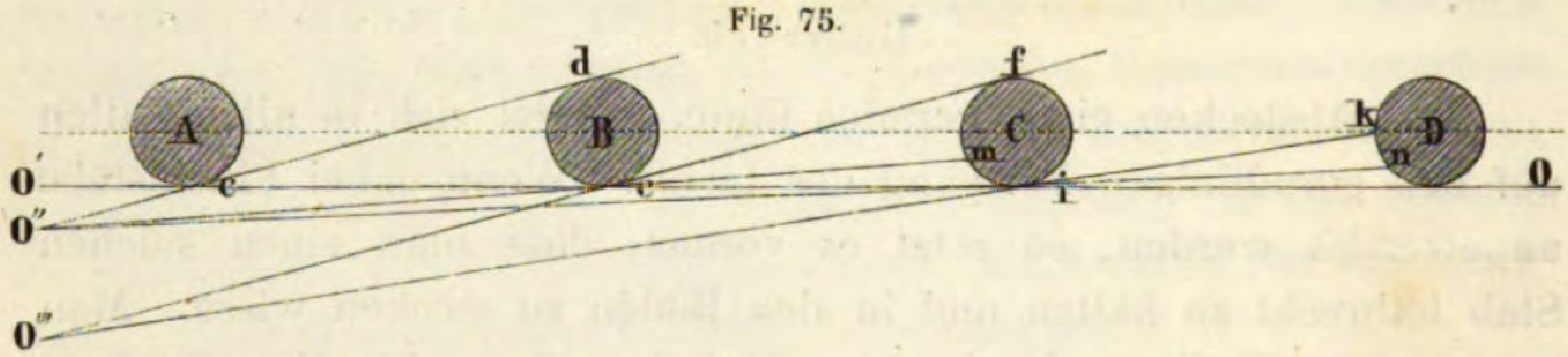
Soll zwischen zwei durch lothrechte Stäbe bezeichneten Punkten (A und B) ein dritter Stab in die dadurch bezeichnete gerade Linie eingesteckt werden, so stellt sich der Geometer an einem Ende (A) der Linie auf und zielt abwechselnd an der rechten und linken Seite des vor ihm stehenden Stabes (A) vorbei nach dem entfernteren Stabe (B) und gibt seinem ihn ansehenden Gehilfen, der den einzusteckenden Stab (C) mit ausgestrecktem Arme zwischen dem Daumen und Zeigefinger frei hält, die erforderlichen Zeichen zur Bewegung nach rechts oder links, bis der dritte Stab (C) von dem ersten (A) gedeckt wird und beide den zweiten (B) decken.

Auf diese Weise kann man zwischen zwei gegebenen Stäben mehrere einschalten, wobei sich übrigens von selbst versteht, dass

man mit dem entferntesten den Anfang machen muss. Auch ist hierdurch klar, dass man eine durch zwei Punkte bestimmte Gerade rückwärts verlängern kann, indem man einen Stab nach dem anderen auf die vorhergehenden einrichtet.

Um zu prüfen, ob mehrere Stäbe genau in gerader Linie stehen, bringe man durch Bewegung des Kopfes das zielende Auge bald rechts bald links von dem nächsten Stabe und vergleiche, ob die übrigen Stäbe auf beiden Seiten regelmässig nacheinander hervortreten. Findet diese Regelmässigkeit statt, d. h. ist der zweite Stab früher sichtbar als der dritte, dieser früher als der vierte u. f. f., so stehen die Stäbe richtig; kommt aber ein entfernter Stab früher zum Vorschein als ein näherer, so muss die Aufstellung des einen oder anderen Stabes verbessert werden.

Fig. 75.



Durch Fig. 75 wird diese Prüfungsmethode anschaulicher. Steht nämlich das Auge in O', so berührt die an A streifende Visirlinie O'O alle in gerader Linie stehende Stäbe A, B, C, D; kommt das Auge nach O'', so kann man den Stab B ganz und von C einen grösseren Theil als von D sehen, oder auch: es tritt B früher aus der Linie als C, dieser früher als D u. s. w. Dasselbe gilt für die Stellung O''' des Auges und für ähnliche Stellungen desselben auf der linken Seite sämmtlicher Stäbe.

Wie weit man die Absteckstäbe höchstens auseinander stellen darf, hängt von ihrer Dicke, von der Beleuchtung, dem Hintergrunde und der Beschaffenheit des Auges des Geometers ab. Wenn alle Umstände günstig sind, so kann man 1 bis 1½ Zoll dicke Stäbe 150 bis 200 Fuss auseinander stecken; denn dann kann man, was für die Absteckung einer geraden Linie von Vortheil ist, immer noch den dritten und selbst vierten vorhergehenden Stab deutlich erkennen. Kleine Abstände der Fluchtstäbe sind desshalb nachtheilig, weil die Fehler des Einstellens sich häufiger wiederholen und jeder Fehler in der Stellung eines Stabes auf die folgenden Stäbe sich fortpflanzt.

Signale.

§. 82.

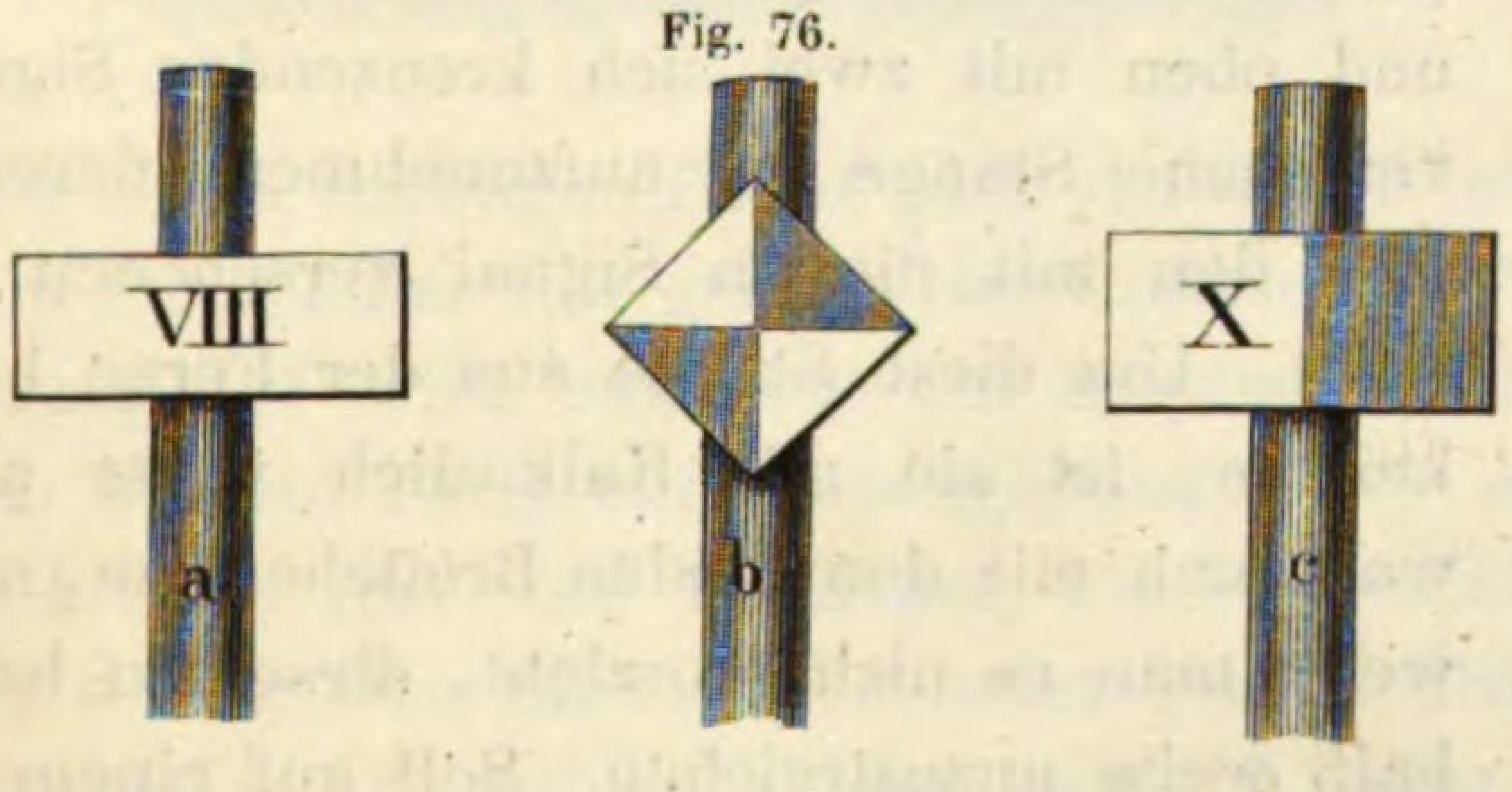
Bei weit ausgedehnten Messungen sind gewisse Punkte dauernd so zu bezeichnen, dass das Zeichen oder **Signal** in grosser Entfernung noch erkannt werden kann: es muss desshalb seine Körpermasse nicht bloss der Sichtbarkeit, sondern auch der Standfestigkeit wegen grösser seyn als die der Pfähle oder Fluchtstäbe. Man kann **natürliche** und **künstliche** Signale unterscheiden: zu jenen rechnet man lothrechte Gegenstände, welche sich für Zwecke der Vermessung von selbst darbieten, wie Thurmspitzen, Mauerkanten, Bäume u. s. w., während künstliche Signale alle diejenigen heissen, welche an den betreffenden Stellen erst errichtet werden müssen. Dazu gehören die Stangen-, Pfeiler- und Pyramidensignale, von denen nunmehr einige beschrieben werden sollen. Die **Lampensignale**, welche bei Messungen in Gruben Anwendung finden, können, da sie mit den Grubentheodolithen in einem gewissen Zusammenhange stehen, erst mit diesen Instrumenten betrachtet werden.

§. 83.

Stangensignale.

Je nach der Entfernung, auf welche man diese Signale sehen will, werden gerade Tannen- oder Fichtenstämmchen von 2 bis 3 Zoll mittlerer Dicke und 15 bis 25 Fuss Höhe abgeschält, an ihrem Wurzelende zugespitzt und an ihrem Gipfel mit einem Brettchen versehen, das eine der nachfolgenden Stellungen (Fig. 76) erhält und entweder durchaus weiss, oder roth und weiss, manchmal

Fig. 76.



auch schwarz und weiss angestrichen ist. Zur Unterscheidung der Signalstangen kann man auf ihre Brettchen Zahlen oder Buchstaben setzen, wie ebenfalls hier angedeutet ist.

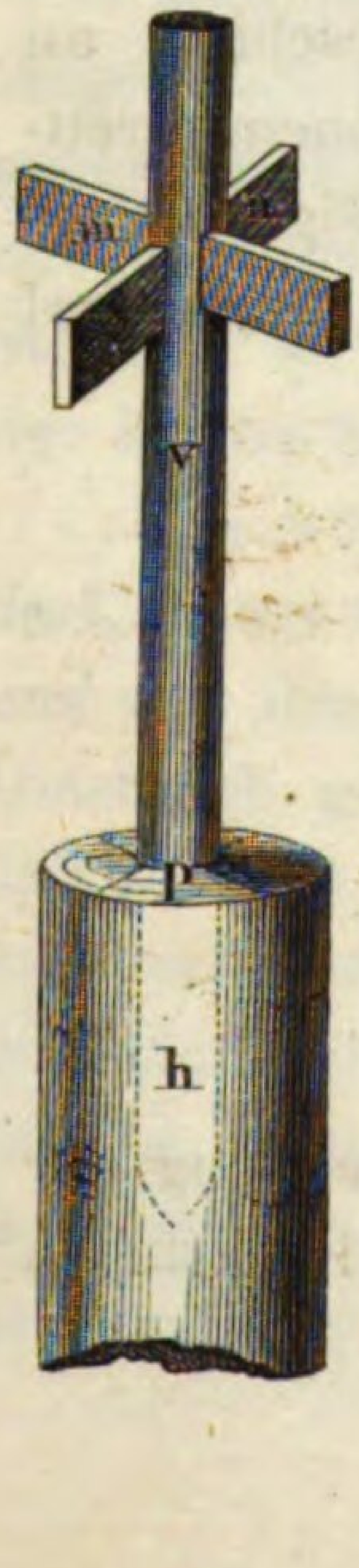
Zum Aufrichten eines solchen Signals wird erfordert, dass mit Hilfe eines eisernen Vorstosses ein 2 bis 3 Fuss tiefes Loch in den Boden gemacht werde, in das man die Stange mit Gewalt hinabstösst, nachdem sie vorher so gewendet wurde, dass das Signalbrettchen nach den Seiten gerichtet ist, von wo aus es vorzugsweise gesehen werden muss. Um die Signalstange lothrecht zu stellen, visirt man ihre Mittellinie nach zwei Senkeln ein, die in einiger Entfernung von der Stange so aufgestellt werden, dass die durch sie und die Stange bestimmten Visirebenen sich nahezu rechtwinkelig kreuzen. Hat die Stange nahehin die richtige Stellung, so füllt man die sie umgebende Höhlung mit Steinen aus. Durch Einkeilen einzelner Steine auf den entsprechenden Seiten kann man das Signal nach und nach ganz lothrecht stellen. Sehr hohe Signalstangen werden zum Schutz gegen Verdrückung durch den Wind mit einigen Streben versehen, deren oberes Ende an die Stange genagelt ist, während das untere fest in dem Boden steckt.

§. 84.

Pfeilersignale.

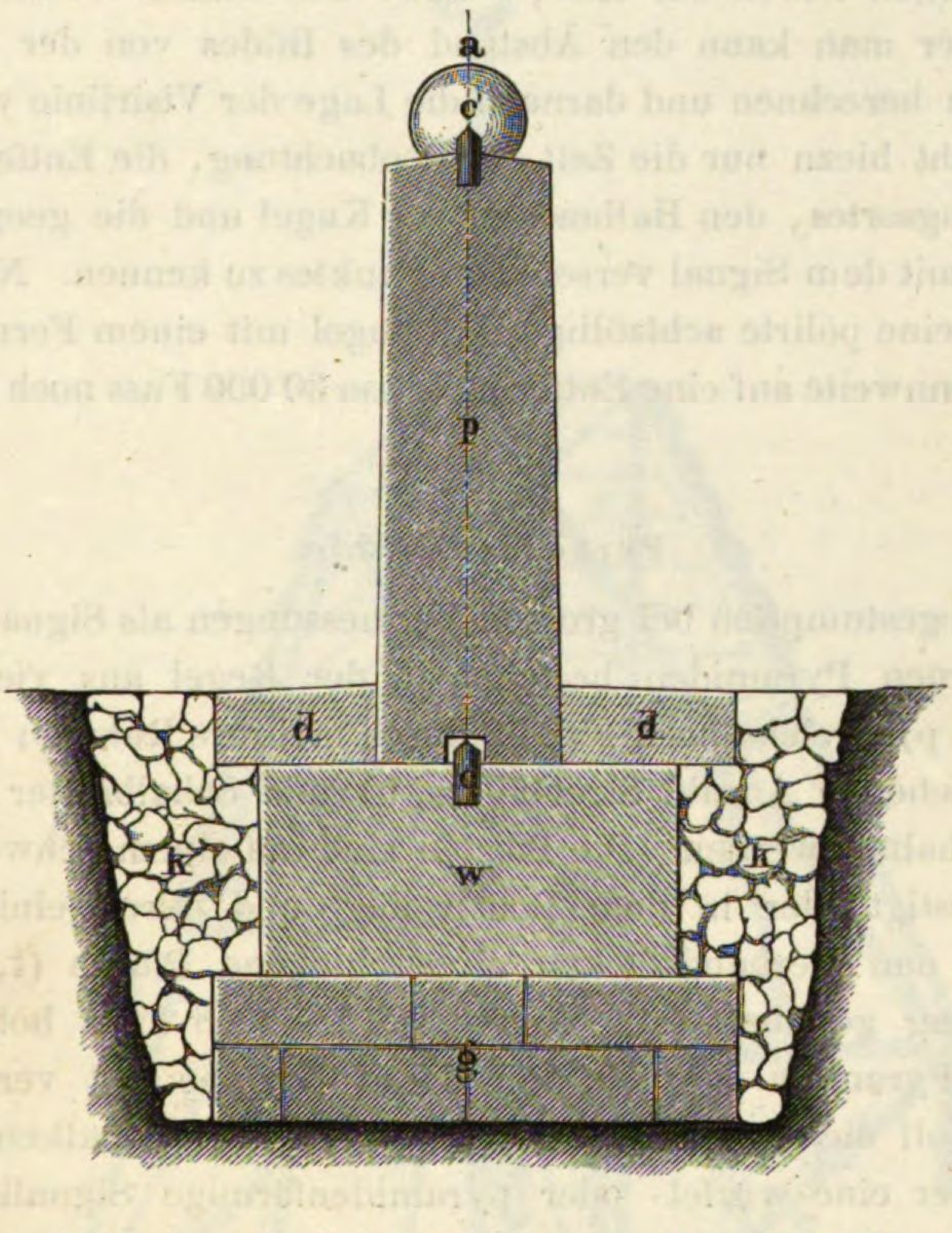
Für untergeordnete Dreieckspunkte zu Landesvermessungen gebraucht man häufig Signale von folgender Form (Fig. 77). Ein 5 bis 6 Fuss langer und 15 bis 18 Zoll dicker abgeschälter Baumstamm (p) wird lothrecht $1\frac{1}{2}$ bis 2 Fuss tief in den ausgehöhlten Boden gestellt und mit Füllmateriale ringsum befestigt. Oben wagrecht abgeschnitten, erhält er eine 8 bis 10 Zoll tiefe Bohrung (h), um eine 3 bis 4 Zoll dicke, 4 bis 5 Fuss lange und oben mit zwei sich kreuzenden Signalbrettchen versehene Stange (v) aufzunehmen, deren lothrechte Axe den mit diesem Signal versehenen Punkt vorstellt. Um diese Stange aus der Ferne besser zu erkennen, ist sie mit Kalkmilch weiss angestrichen, was auch mit den beiden Brettchen (m, n) geschieht, wenn man es nicht vorzieht, dieselben halb roth und halb weiss anzustreichen. Soll auf einem so bezeichneten Punkte ein Theodolith aufgestellt werden, um Winkel damit zu messen, so geschieht es, indem man die Stange aushebt und die Alhidadenaxe centrisch

Fig. 77.



über das Loch bringt. Wird es im weiteren Verlaufe der Messung nöthig, an dieser Stelle den Messtisch aufzurichten, so kann man, da alsdann keine Winkelmessung mit dem Theodolithen mehr vorkommt, den Holzpfeiler so weit absägen als nöthig ist, um das Gestelle des genannten Tisches über dem gegebenen Punkt auszuspreizen.

Fig. 78.



Will man einen wichtigen Punkt ganz dauerhaft bezeichnen, so dient dazu ein Steinpfeiler mit gemauerter Unterlage (Fig. 78). Auf dieser Gründung (g) wird zunächst ein Steinwürfel (w) befestigt und in dessen oberen Theil ein Messingcylinder (c) so eingesetzt, dass seine lothrechte Axe den fraglichen Punkt bezeichnet. Ueber dem Würfel, dessen Oberfläche noch unter dem Boden liegt, stellt man den Steinpfeiler (p) auf und bringt seine Axe in die Verlängerung des unter ihm befindlichen Metallcylinders. Auf der Oberfläche des Pfeilers bezeichnet man die Axe nochmals durch einen zweiten dünnen und 5 bis 6 Zoll langen Cylinder (c'), der zur

Hälfte in den Stein reicht, halb aber vorsteht, um eine polirte kupferne Halbkugel (a) von 6 bis 8 Zoll Durchmesser aufzunehmen.

Bei Sonnenschein geben solche, von Bessel zuerst angewendete Kugeln ein sehr glänzendes und daher zum Anvisiren sehr geeignetes Sonnenbild. Zwar ändert sich dessen Lage auf der Kugel mit dem Stand der Sonne, und es wird desshalb auch die Visirlinie in den meisten Fällen neben der Axe, welche den Punkt vorstellt, vorbeigehen; aber man kann den Abstand des Bildes von der genannten Axe genau berechnen und darnach die Lage der Visirlinie verbessern. Man braucht hiezu nur die Zeit der Beobachtung, die Entfernung des Beobachtungsortes, den Halbmesser der Kugel und die geographische Breite des mit dem Signal versehenen Punktes zu kennen. Nach Bessel kann man eine polirte achtzöllige Halbkugel mit einem Fernrohre von 15 Zoll Brennweite auf eine Entfernung von 30 000 Fuss noch gut sehen.

§. 85.

Pyramidensignale.

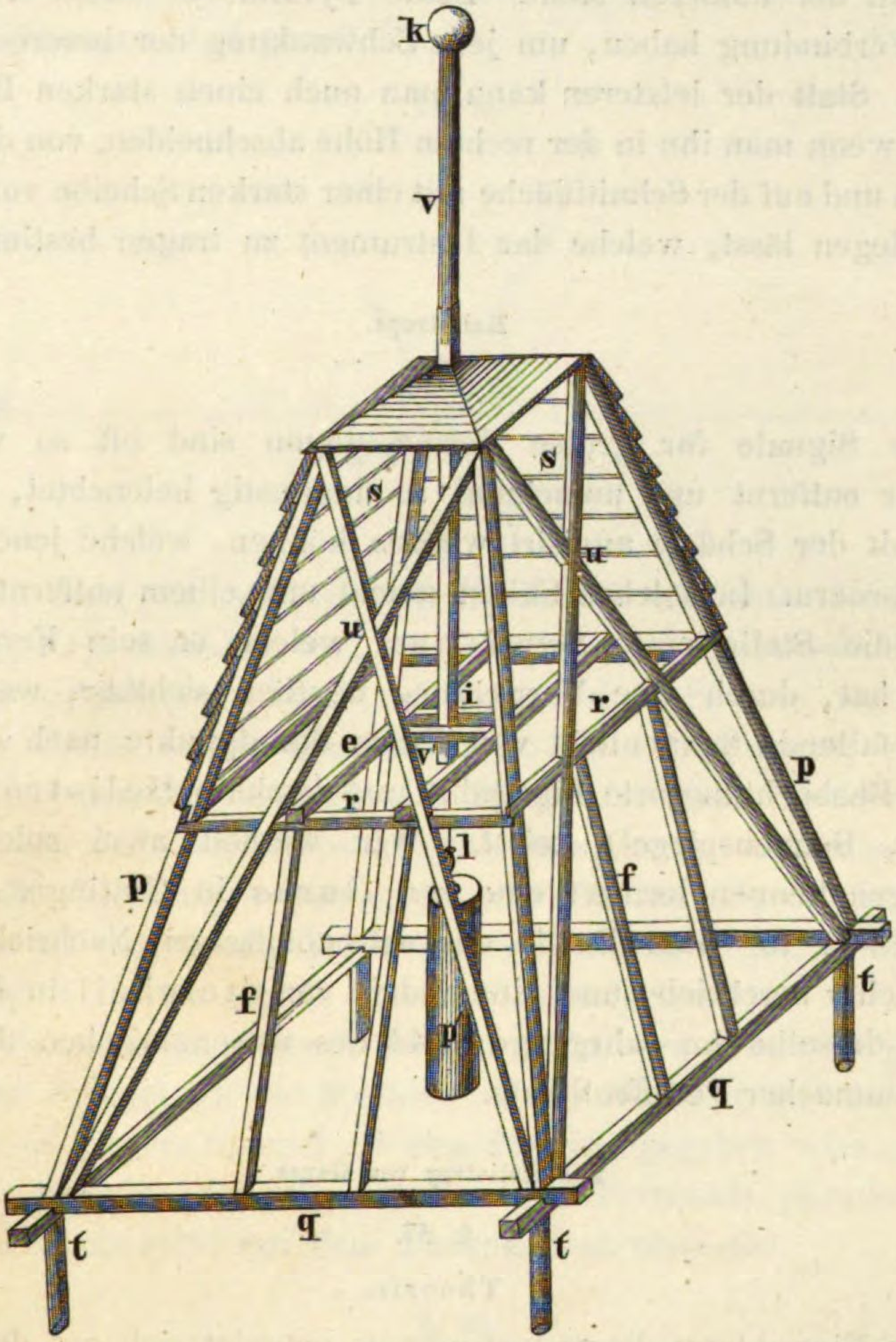
Die abgestumpften bei grossen Vermessungen als Signale dienenden hölzernen Pyramiden bestehen in der Regel aus vier starken Pfosten (p, p), welche nach Fig. 79 durch mehrere Rahmen (r, r) und eine hinreichende Anzahl Streben (u, u) und Schalbretter (s, s) zusammengehalten werden. Die Pfosten sind auf einem Schwellrahmen (q, q) befestigt, der in dem Boden liegt und durch einige hinter und unter den Verbandstücken eingeschlagene Pfähle (t, t) gegen Verschiebung gesichert ist. Aus der 12 bis 18 Fuss hohen abgestumpften Pyramide ragt ein mit deren Gerippe fest verbundener, 8 bis 10 Zoll dicker und 6 bis 8 Fuss langer Visirbalken (v) hervor, welcher eine würfel- oder pyramidenförmige Signalkappe (k) von weissem Eisenblech trägt.

Der Visirbalken steht rothrecht und seine Axe geht aufwärts durch die Mitte der Signalkappe, abwärts durch den auf einem hölzernen oder steinernen Pfeiler (p') angemerkten Punkt. Die Verschalung der Pyramide, welche hier nur von zwei Seiten sichtbar ist, reicht von oben so weit herab, dass ein darunter stehender Mann, ohne sich zu bücken, nach allen Seiten frei hinaussehen kann. Damit das Messen auf dem Pfeiler p' ungehindert vorzunehmen möglich ist, so beträgt dessen Höhe über der Bodenfläche nur etwa 4 Fuss.

Die Signalkappe dient im Grunde bloss zur leichteren Auffindung

des Signals, da das Anvisiren derselben leicht kleine Fehler nach sich zieht, indem die Ziellinie gewöhnlich durch die Mitte der am hellsten erscheinenden Seitenfläche und folglich nicht durch die Axe des Visirbalkens geht. Man richtet daher das Fadenkreuz am besten auf die Mitte dieses Balkens, der durch weissen Anstrich deutlicher sichtbar gemacht wird.

Fig. 79.



Es gibt auch Pyramidensignale, welche sich zerlegen und versetzen lassen. Die Anwendung solcher Signale ist jedoch nur in äusserst seltenen Fällen ökonomisch vortheilhaft und daher wohl nicht zu empfehlen.

Manchmal ist man genöthigt, beim Messen einen erhöhten Standpunkt einzunehmen, um über Hindernisse verschiedener Art, wie z. B. Gebüsche u. dgl. wegzusehen. In solchen Fällen kann man innerhalb der eben beschriebenen festen Pyramide eine zweite errichten, welche bloss den Zweck hat, dem aufzustellenden Instrumente als Unterlage zu dienen, während der Beobachter einige Fuss tiefer auf der äusseren steht. Beide Pyramiden dürfen unter sich keine Verbindung haben, um jede Schwankung der inneren zu vermeiden. Statt der letzteren kann man auch einen starken Baum benützen, wenn man ihn in der rechten Höhe abschneiden, von der Rinde befreien und auf der Schnittfläche mit einer starken Scheibe von Eichenholz belegen lässt, welche das Instrument zu tragen bestimmt ist.

Heliotrope.

§. 86.

Die Signale für grosse Vermessungen sind oft so weit von einander entfernt und manchmal so ungünstig beleuchtet, dass sie nicht mit der Schärfe anvisirt werden können, welche jene Messungen erfordern. In solchen Fällen macht man einem entfernten Beobachter die Stelle eines Signals, auf welche er sein Fernrohr zu richten hat, durch eine Vorrichtung deutlich sichtbar, welche das auf sie fallende Sonnenlicht von ihrem Standpunkte nach dem entfernten Beobachtungsorte hinstrahlt und desshalb Heliotrop (Lichtwender, Sonnenspiegel) heisst. Wir werden zwei solche Vorrichtungen kennen lernen: eine von Gauss in Göttingen, welche ihr Erfinder im 5ten Bande der astronomischen Nachrichten von Schumacher beschrieb, und eine andere von Steinheil in München, welche derselbe im Jahrgange 1844 des astronomischen Jahrbuchs von Schumacher veröffentlichte.

Das Heliotrop von Gauss.

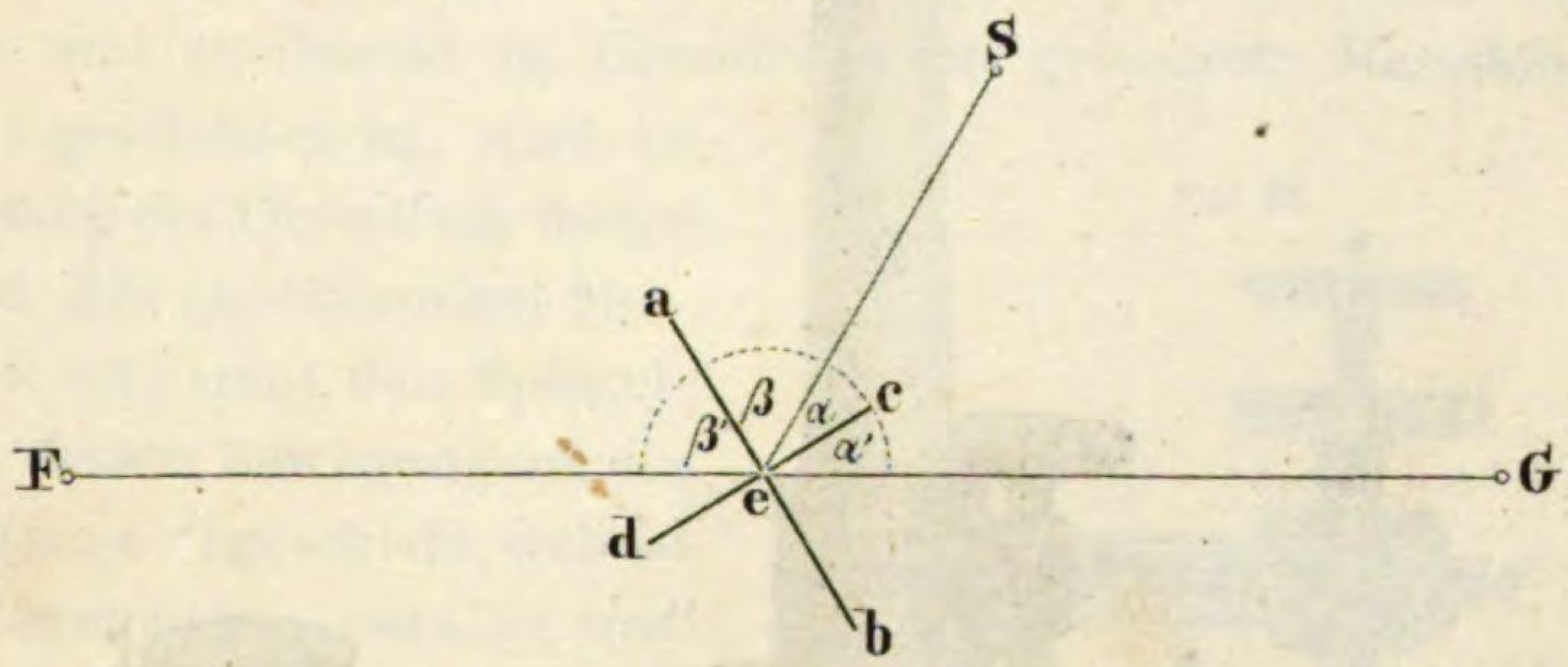
§. 87.

Theorie.

Die Einrichtung dieses Instruments gründet sich auf das Grundgesetz über die Zurückwerfung des Lichts. Stellen in Fig. 80 die Linien ab und cd zwei ebene Spiegel vor, welche senkrecht auf einander stehen und ihre spiegelnden Flächen nach entgegengesetzten Seiten wenden, und trifft in einer auf die Schnittlinie (e) senkrechten

Richtung (Se) Licht auf beide Spiegel, so wird ein Theil dieses Lichts von dem Spiegel ab in der Richtung eG und ein anderer Theil von dem Spiegel cd in der Richtung eF zurückgestrahlt. Diese zwei Richtungen sind aber einander genau entgegengesetzt; denn da nach dem angeführten optischen Gesetze der Winkel $\alpha' = \alpha$ und $\beta' = \beta$, nach der Figur aber $\alpha + \beta = 90^0$ ist, so beträgt die Summe aller zwischen eF und eG liegenden Winkel 180^0, d. h. diese Richtungen sind parallel.

Fig. 80.



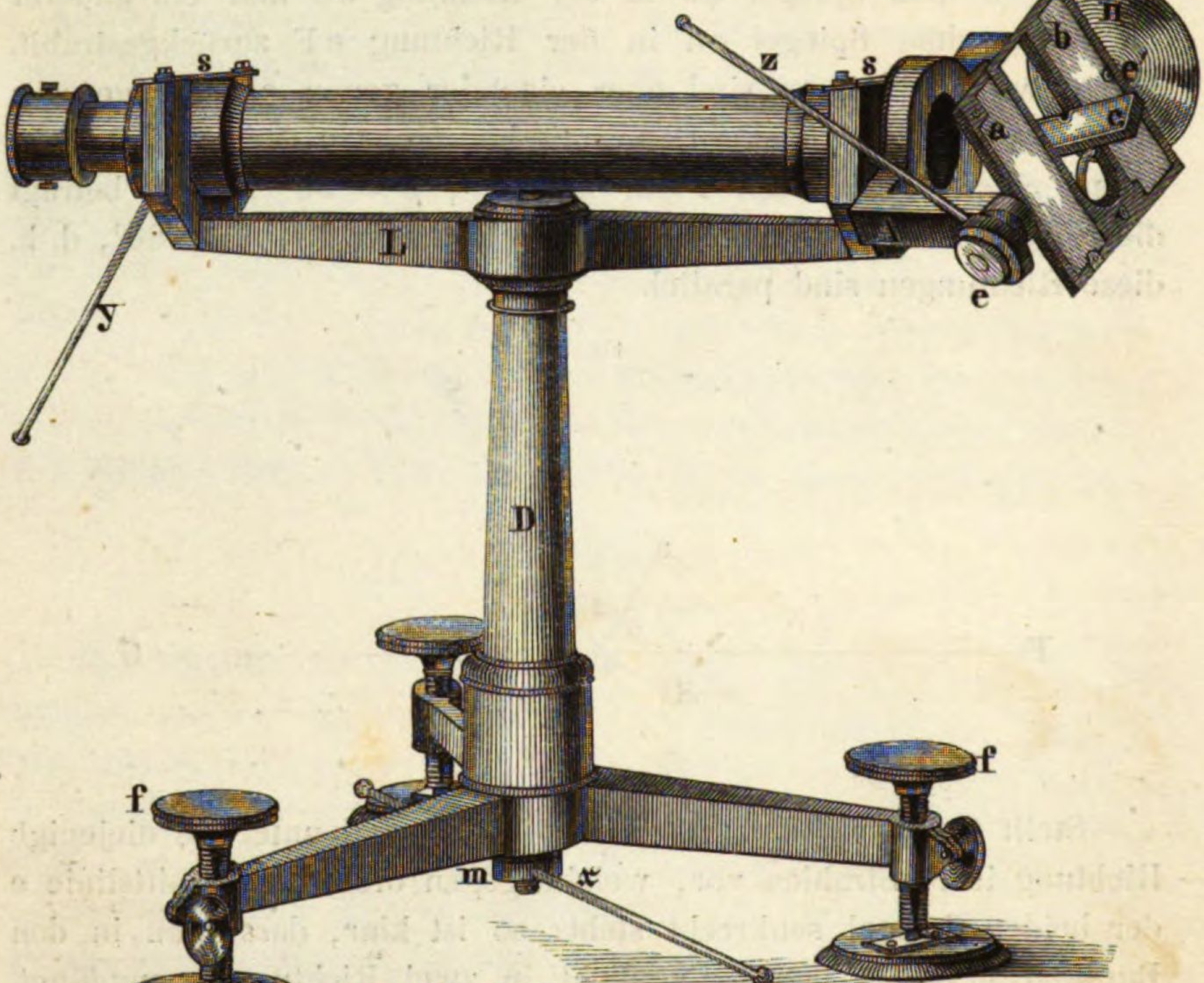
Stellt man sich nun unter S die Sonne und unter Se diejenige Richtung ihrer Strahlen vor, welche gegen die Durchschnittslinie e der beiden Spiegel senkrecht steht; so ist klar, dass man in den Punkten F und G das Sonnenlicht in zwei Richtungen empfängt, welche mit dem Durchschnitt der Spiegel in einer Geraden liegen; woraus sich dann von selbst ergibt, dass, wenn man die Strahlen eF in die Richtung zweier gegebener Punkte (F, G) bringt, die Strahlen eG nothwendig in derselben Richtung liegen müssen. Die Richtung FG wird durch ein in F befindliches und auf G eingestelltes Fernrohr angegeben, während der vor dessen Objectiv angebrachte Spiegel ab die Strahlen in der Richtung eG zurückwirft, sobald dem andern Spiegel cd eine Stellung gegeben wird, bei welcher die Strahlen eG mit der Axe des Fernrohrs parallel laufen, d. h. das Sonnenbild auf dem Fadenkreuze erscheint.

§. 88.

Beschreibung.

Die wesentlichen Bestandtheile des Gauss'schen Heliotrops, wovon Fig. 81 eine perspectivische Ansicht gibt, sind das Gestelle, das Fernrohr und das Spiegelwerk.

Fig. 81.

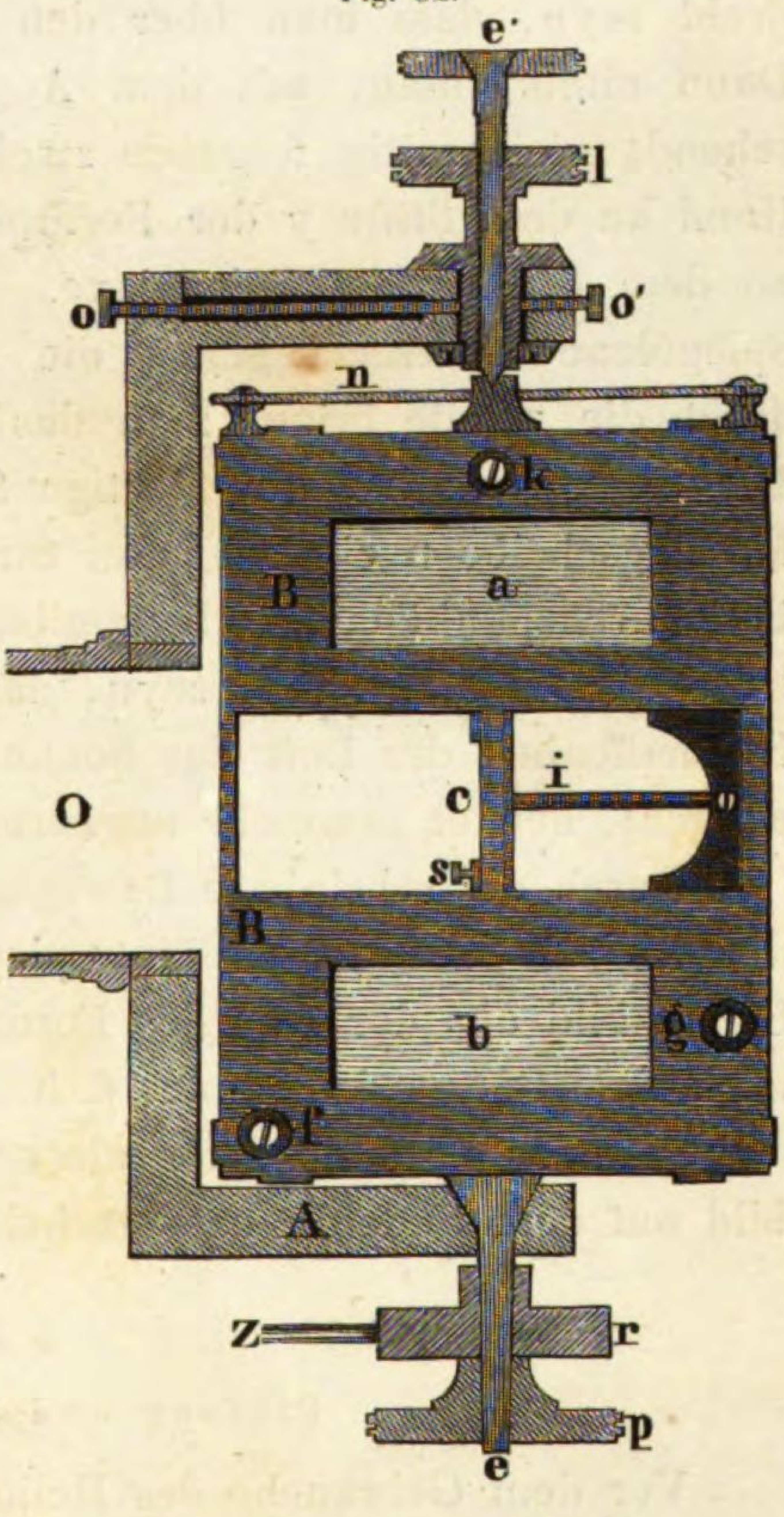


Das Gestelle hat die Bestimmung, das Fernrohr, an dem sich das Spiegelwerk befindet, zu tragen und zu gestatten, dass man dieses Rohr nicht bloss auf einen entfernten Punkt genau einstellen, sondern auch um seine mechanische Axe drehen kann, bis die Durchschnittslinie der beiden Spiegel (die Spiegelaxe) senkrecht gegen die Richtung der Sonnenstrahlen steht. Desshalb besteht es aus einer durchbohrten Säule (D), welche auf einem Dreifusse mit Stellschrauben (f, f) ruht und in ihrer Höhlung den Zapfen des Fernrohrlagers (L) birgt. Dieser Zapfen ist mit dem Lager festverbunden und kann leicht gedreht werden, nachdem die unterhalb der Säule befindliche Schraubenmutter (m) durch den Stift x gelüftet worden ist. Durch diese Drehung und durch die Hebung und Senkung der Fussschrauben ist es möglich, dem Fernrohr jede beliebige Richtung zu geben, während es sich mit Hilfe des Stiftes y um seine Axe drehen lässt.

Das Fernrohr ist ein mit Fadenkreuz versehenes astronomisches Fernrohr, wie es in §. 63 beschrieben wurde. In seinem Lager wird es durch Schliessen (s, s) in der Art festgehalten, dass es sich durch den Stift y nur mit ziemlicher Reibung um die Axe drehen lässt. Damit es sich wirklich um seine mechanische Axe drehe, müssen die Ansätze, womit es aufliegt, vollkommene Cylinder von gleicher Dicke seyn. Zum Schutz der Augen lässt sich vor das Ocular ein gefärbtes Glas legen, ohne das man nicht beobachten darf.

Das Spiegelwerk, welches in Fig. 82 zum Theil im Durchschnitte und theilweise im Grundrisse (in grösserem Massstabe als Fig. 81) gezeichnet ist, wird an der Fassung des Objectives festgeschraubt. Ein gabelförmiges Messingstück (A) trägt den Spiegelrahmen, dessen Bewegung um die Spiegelaxe (e e′) geschieht, welche den Spiegelebenen parallel und zur Fernrohraxe senkrecht ist. Die Drehung um diese Axe wird mit dem Stifte z bewirkt. Der grössere Spiegel, welcher dem entfernten Beobachter das Sonnenlicht zuzuführen hat, besteht aus zwei Abtheilungen a und b, zwischen denen der kleinere gegen das Fernrohr gerichtete Spiegel c steckt. Beide Spiegel müssen vollkommen eben und parallel seyn; der kleinere ist jedoch, da er das Licht nur auf kurze Entfernung zurückzustrahlen hat und das vor dem Fernrohre befindliche Auge nicht belästigen soll, auf der Rückenfläche nicht mit Folie belegt, sondern geschwärzt oder mattgeschliffen. Die beiden Hälften des grossen Spiegels werden, wenn sie zu stark strahlen, wie in Fig. 82 mit einer Messingblende (B) bedeckt. Verschiedene Stellschräubchen dienen zur Berichtigung der Spiegel. Auf

Fig. 82.



der Spiegelaxe steht eine dünne Messingscheibe (n) senkrecht, um durch ihren Schatten anzuzeigen, ob das Sonnenlicht senkrecht gegen die Spiegelaxe einfällt, wie es der Theorie zur Folge seyn muss.

§. 89.

Gebrauch.

Das fehlerfreie Gauss'sche Heliotrop wird zwischen zwei gegebenen Punkten (F, G) in folgender Weise gebraucht. Man bringt die Spiegelaxe in den einen gegebenen Punkt (F) und richtet das Fernrohr so auf den anderen Punkt (G), dass er von dem Fadenkreuze gedeckt wird. Hiebei muss das Spiegelwerk so zurückgedreht seyn, dass man über den kleinen Spiegel wegsehen kann. Dann nimmt man, mit dem Auge durch das geblendete Ocular sehend, gleichzeitig folgende zwei Drehungen vor: mit der linken Hand an dem Stifte y der Fernrohraxe, und mit der rechten Hand an dem Stifte z der Spiegelaxe. Durch die erste macht man die Spiegelaxe senkrecht gegen die Richtung der Lichtstrahlen, und durch die zweite bringt man das Sonnenbild auf das Fadenkreuz. Die Spiegelaxe hat die richtige Stellung, wenn der Schatten der Messingscheibe n ein schmaler Streifen ist und das Sonnenbild den Fadenkreuzpunkt centrisch umgibt. Sobald diese Erscheinungen eintreten, kann man sicher seyn, dass der Beobachter in G bei guter Beschaffenheit der Luft das Sonnenlicht in F als einen hellen Stern erblickt, den er nunmehr anvisiren kann.

Durch die scheinbare Bewegung der Sonne wird die Richtung der Lichtstrahlen gegen die Spiegelaxe geändert und es tritt das Sonnenbild aus der Axe des Fernrohrs, wenn nicht die Spiegelaxe nach dem Gange der Sonne, d. h. so gedreht wird, dass fortwährend der Schatten der Scheibe n als schmaler Streifen und das Sonnenbild auf dem Fadenkreuze erscheint.

§. 90.

Prüfung und Berichtigung.

Vor dem Gebrauche des Heliotrops sind mit demselben folgende fünf Untersuchungen vorzunehmen:

1) ob das Objectiv des Fernrohrs gut centrirt ist und das Fadenkreuz die rechte Lage hat;

2) ob die Drehaxe der Spiegel senkrecht steht zur Fernrohraxe;

3) ob alle Spiegelebenen ihrer Drehaxe parallel sind;

4) ob die beiden Ebenen des grossen Spiegels zusammenfallen oder doch wenigstens parallel sind; endlich

5) ob die beiden Spiegel genau senkrecht gegen einander stehen.

Zu 1. Diese Untersuchungen und die dadurch angezeigten Berichtigungen werden ganz so vorgenommen, wie in §. 65 gelehrt wurde. Dabei versteht sich von selbst, dass das Spiegelwerk so zurückgedreht seyn muss, dass das Objectiv von dem kleinen Spiegel nicht verdeckt wird.

Zu 2. Man stelle das Heliotrop auf eine feste Unterlage und richte die Spiegelaxe ee' (Fig. 83) nach dem Augenmasse lothrecht, den Führungsstift (zz') aber parallel der Fernrohraxe (vw). Nun hänge man an diesem Stift mit feinen Drähten eine empfindliche Libelle (n) so auf, dass sie nahehin einspielt, und bringe dieselbe durch die Schrauben des Dreifusses ganz zum Einspielen. Hierauf drehe man den Stift zz' mit der Spiegelaxe um 180°, hebe das Fernrohr vorsichtig aus seinem Lager und lege es in der entgegengesetzten Richtung wieder ein, wie Fig. 84 zeigt. Spielt die Libellenblase wieder ein, so hat die Spiegelaxe die rechte Stellung gegen die Fernrohraxe; ausserdem aber zeigt der Ausschlag den doppelten Fehler dieser Stellung an und es ist die eine Hälfte an den Fussschrauben, die andere an der Spiegelaxe durch die Schräubchen o, o' (Fig. 82), deren Wirkung man sich leicht erklären kann, zu verbessern. Die Zurückführung des Fernrohrs und Stifts in die erste Lage lehrt, ob der angezeigte

Fig. 83.

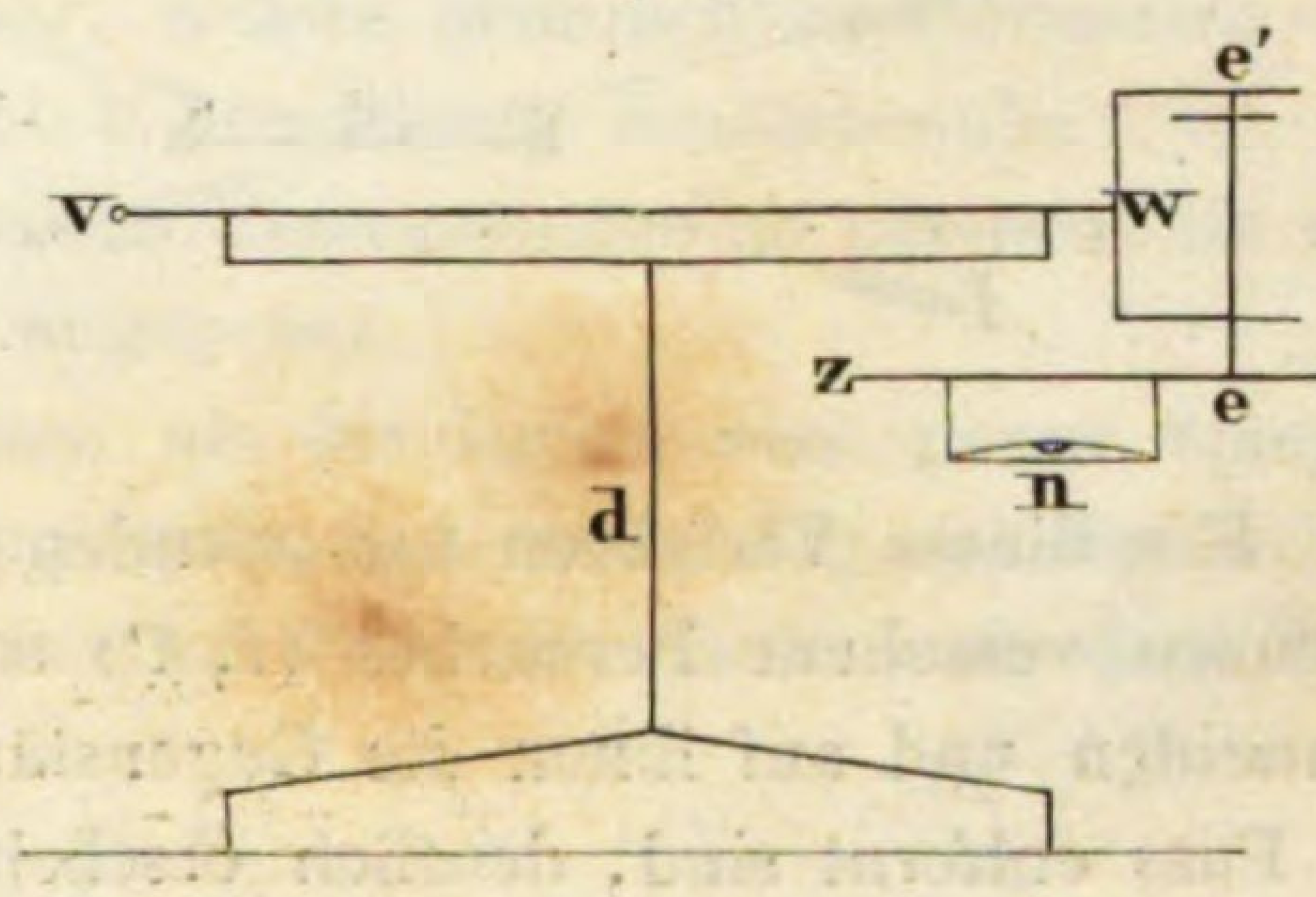
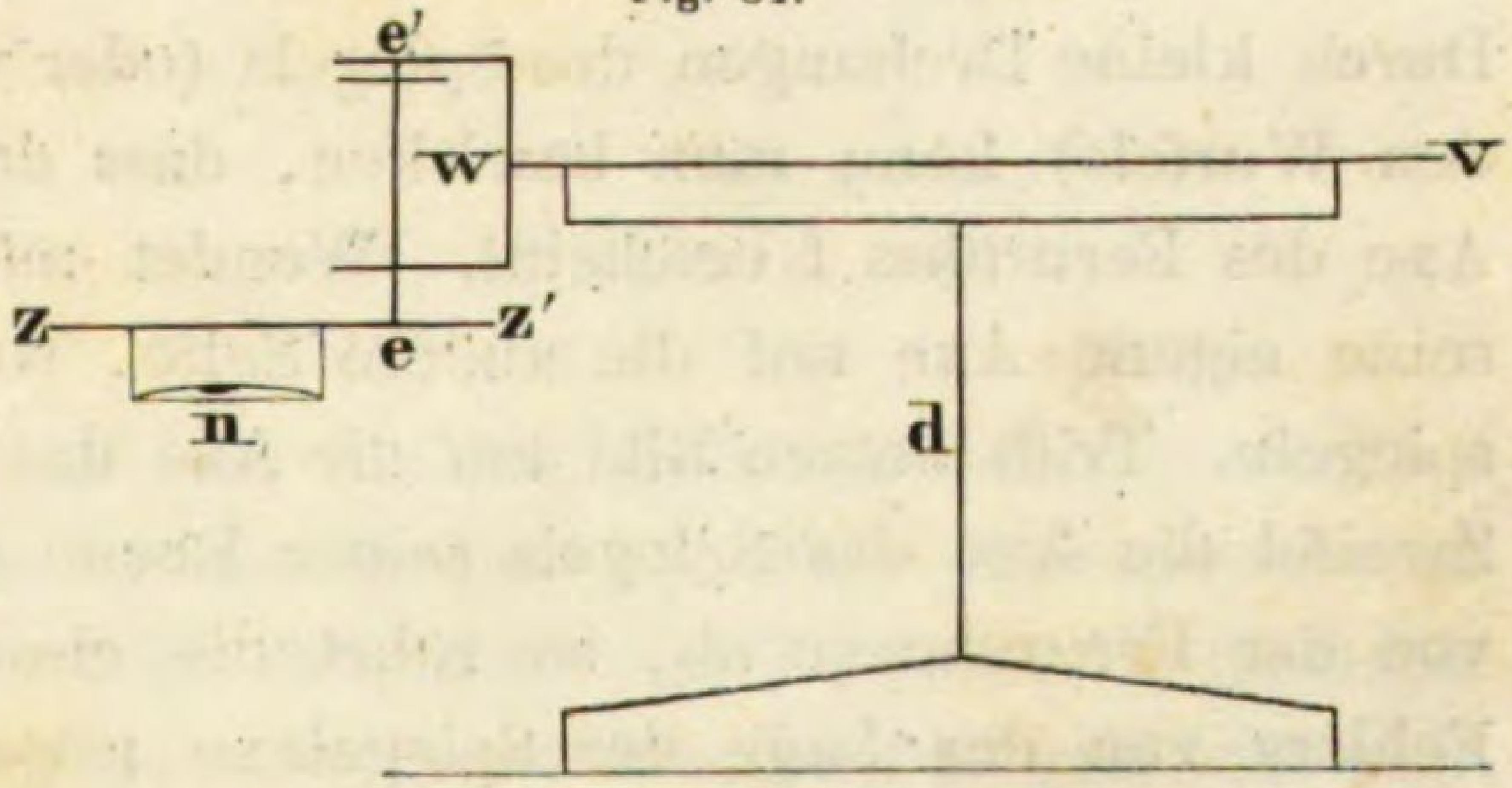


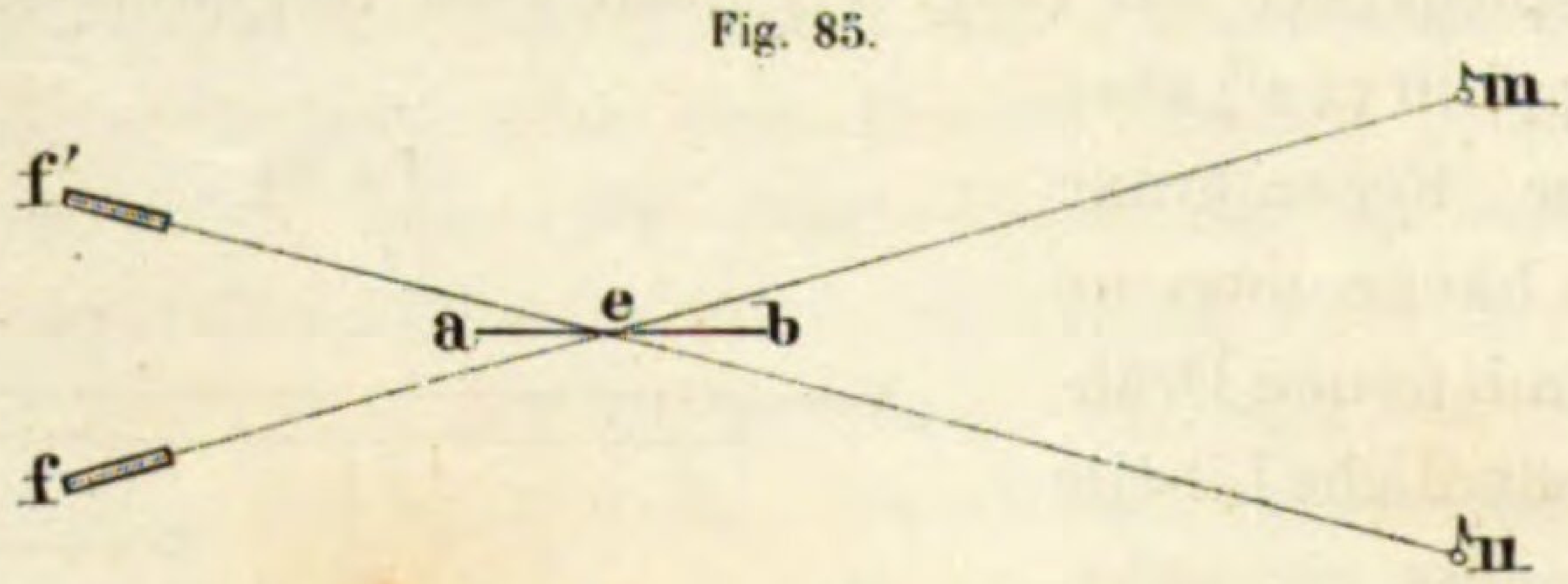
Fig. 84.



doppelte Fehler richtig vertheilt wurde; findet noch eine Abweichung statt, so ist das eben beschriebene Verfahren, dessen Richtigkeit sich der Leser selbst beweisen wird, zu wiederholen.

Zu 3. Das Verfahren, durch welches die parallele Lage der Spiegelebenen mit ihrer Drehaxe hergestellt wird, beruht auf dem Satze, dass eine Ebene durch eine halbe Drehung um eine ihr parallele Axe in eine mit ihrer ersten Lage parallele aber entgegengesetzte Richtung gebracht wird, und dass die beiden Lagen der gedrehten Ebene nicht mehr parallel sind, wenn die Drehaxe zu ihr nicht parallel ist.

Fig. 85.



Um dieses Verfahren anzuwenden stelle man zwei mit Fadenkreuzen versehene Fernrohre (f, f′) so auf, dass deren Axen sich schneiden und auf ihnen die Gegenstände m und n, welche 60 bis 80 Fuss entfernt sind, deutlich erscheinen. Nun befestige man das Spiegelwerk auf einem Holzwürfel so, dass seine Axe dem Augenmasse nach auf der oberen Fläche des Würfels senkrecht steht, und bringe alsdann die zu prüfende Spiegelebene in den Durchschnittspunkt e der optischen Axen der Fernrohre, so dass sie auf der Ebene dieser Axen senkrecht steht und den Winkel men nahezu halbirt. Durch kleine Drehungen des Spiegels (oder vielmehr des ihn tragenden Würfels) kann man bewirken, dass der Gegenstand n auf der Axe des Fernrohrs f erscheint. Wendet man nun den Spiegel um seine eigene Axe auf die andere Seite, so wird er den Punkt m spiegeln. Trifft dessen Bild auf die Axe des Fernrohrs f, so ist ohne Zweifel die Axe des Spiegels seiner Ebene parallel; weicht es aber von der Fernrohraxe ab, so rührt die eine Hälfte des angezeigten Fehlers von der Lage der Spiegelaxe gegen die Spiegelebene und die andere Hälfte von der Lage des Holzwürfels her. Beide Fehlertheile müssen nun so lange verbessert werden, bis nach einer halben Drehung des Spiegels nach rechts oder links das Spiegelbild der Punkte n und m auf der optischen Axe des auf der Spiegelseite

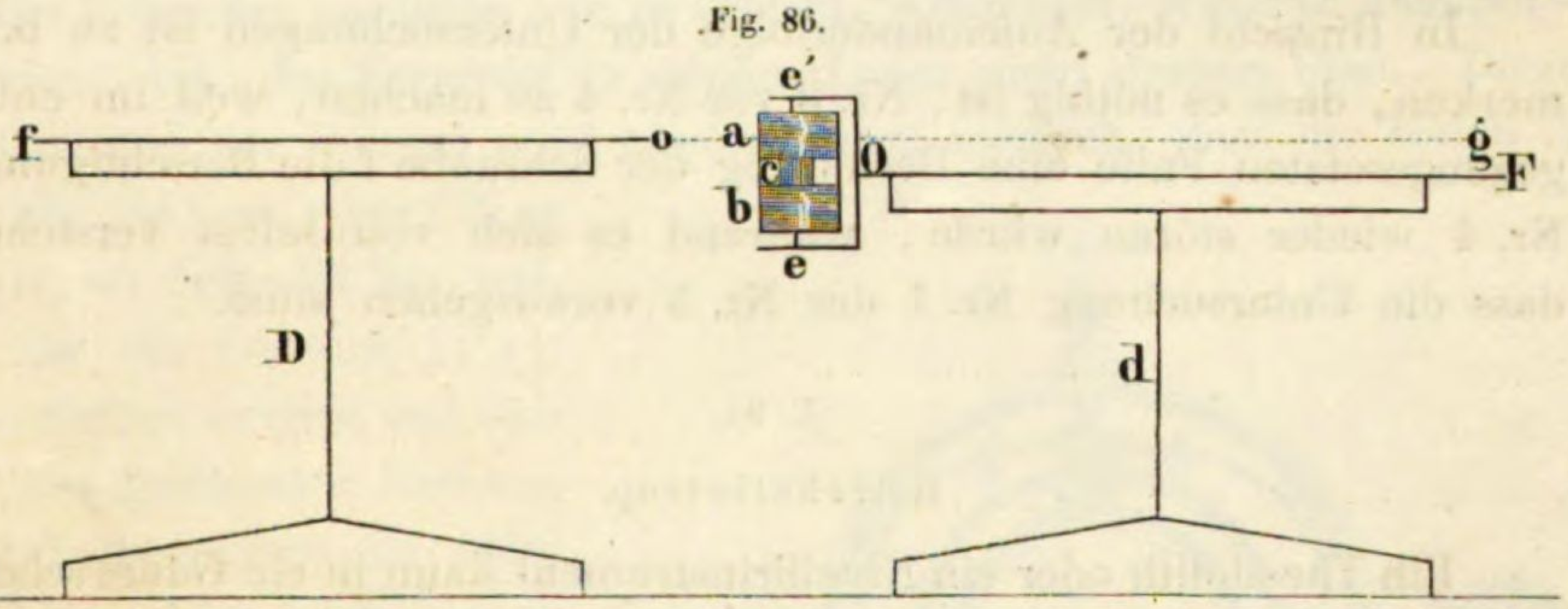
stehenden Fernrohrs erscheint. Die Lage der Spiegel gegen ihre Axe wird durch Schräubchen f, g, k (Fig. 82), denen entsprechende Federn entgegenwirken, verbessert.

Zu 4. Das einfachste und hinreichende Genauigkeit gewährende Mittel, sich von der parallelen Lage beider Hälften des grossen Spiegels zu überzeugen, besteht darin, dass man eine gerade Linie, z. B. die lothrechte Kante eines massiven Gebäudes, mit der man die Spiegelaxe dem Augenmasse nach parallel stellt, in den Bestandtheilen des grossen Spiegels betrachtet und zusieht, ob ihr Bild eine einzige gerade Linie ist oder nicht. Erscheint bloss ein Bild, so sind die Spiegelhälften parallel; sieht man aber zwei Linien, welche sich gegen einander neigen, so kommt dieses offenbar von der fehlerhaften Lage eines Spiegels her, welche demnach zu verbessern ist. Hiezu dient die in Fig. 82 mit k bezeichnete Stellschraube.

Ein anderes Mittel, die vierte Untersuchung zu machen, ist am Ende der folgenden Nummer angegeben.

Zu 5. Um zu untersuchen, ob der kleine und grosse Spiegel senkrecht auf einander stehen, stelle man nach Fig. 86 das Heliotropenfernrohr (F) und ein zweites Fernrohr (f) so auf, dass ihre

Fig. 86.



optischen Axen parallel sind und die des Hilfsfernrohrs (f) um etwa einen Zoll höher liegt als die des Hauptrohrs. Diese Forderung wird am einfachsten dadurch erfüllt, dass man das Fernrohr F, nachdem es auf einen gut beleuchteten sehr fernen Gegenstand gerichtet war, aus seinem Lager hebt und umkehrt, hierauf aber das Hilfsfernrohr in der angegebenen Höhe ebenfalls auf jenen Gegenstand einstellt. Nun mache man die Spiegelaxe nahezu lothrecht und bewirke durch entsprechende Drehung an dem Spiegel und dem Fernrohre, dass

ein zur Seite stehender Gegenstand (Q) durch Zurückstrahlung aus dem kleinen Spiegel auf der Axe des Hauptfernrohrs erscheine. Zeigt dann gleichzeitig das Hilfsfernrohr f das Bild von Q auf seiner Axe, so steht der kleine Spiegel senkrecht zu der oberen Hälfte des grossen Spiegels, und folglich auch zu der unteren, wenn beide vorher nach Nr. 4 parallel gestellt waren. Tritt die angegebene Erscheinung nicht ein, so wird die Lage des kleinen Spiegels durch die auf die Feder i (Fig. 82) wirkende und am unteren Ende derselben angebrachte Schraube verbessert, indem man dieselbe nach Erforderniss lüftet oder anzieht.

Dieses Verfahren gründet sich, wie man sieht, auf dieselbe Wirkung zweier senkrecht auf einander stehender Spiegel, welche der Einrichtung des Gauss'schen Heliotrops zu Grunde liegt. Man kann dasselbe auch benützen, um die vorhergehende Berichtigung (Nr. 4) zu prüfen, indem man das Hauptfernrohr um 180° in seinem Lager dreht und nachsieht, ob die zweite Hälfte des grossen Spiegels, welche jetzt oben ist, einen auf der entgegengesetzten Seite von Q befindlichen Gegenstand Q' auf der optischen Axe des Hilfsfernrohrs abbildet, wenn ihn der kleine Spiegel auf der Axe des Hauptfernrohrs zeigt.

In Hinsicht der Aufeinanderfolge der Untersuchungen ist zu bemerken, dass es nöthig ist, Nr. 3 vor Nr. 4 zu machen, weil im entgegengesetzten Falle eine Berührung der Schraube f die Berichtigung Nr. 4 wieder stören würde, während es sich von selbst versteht, dass die Untersuchung Nr. 1 der Nr. 5 vorausgehen muss.

§. 91.

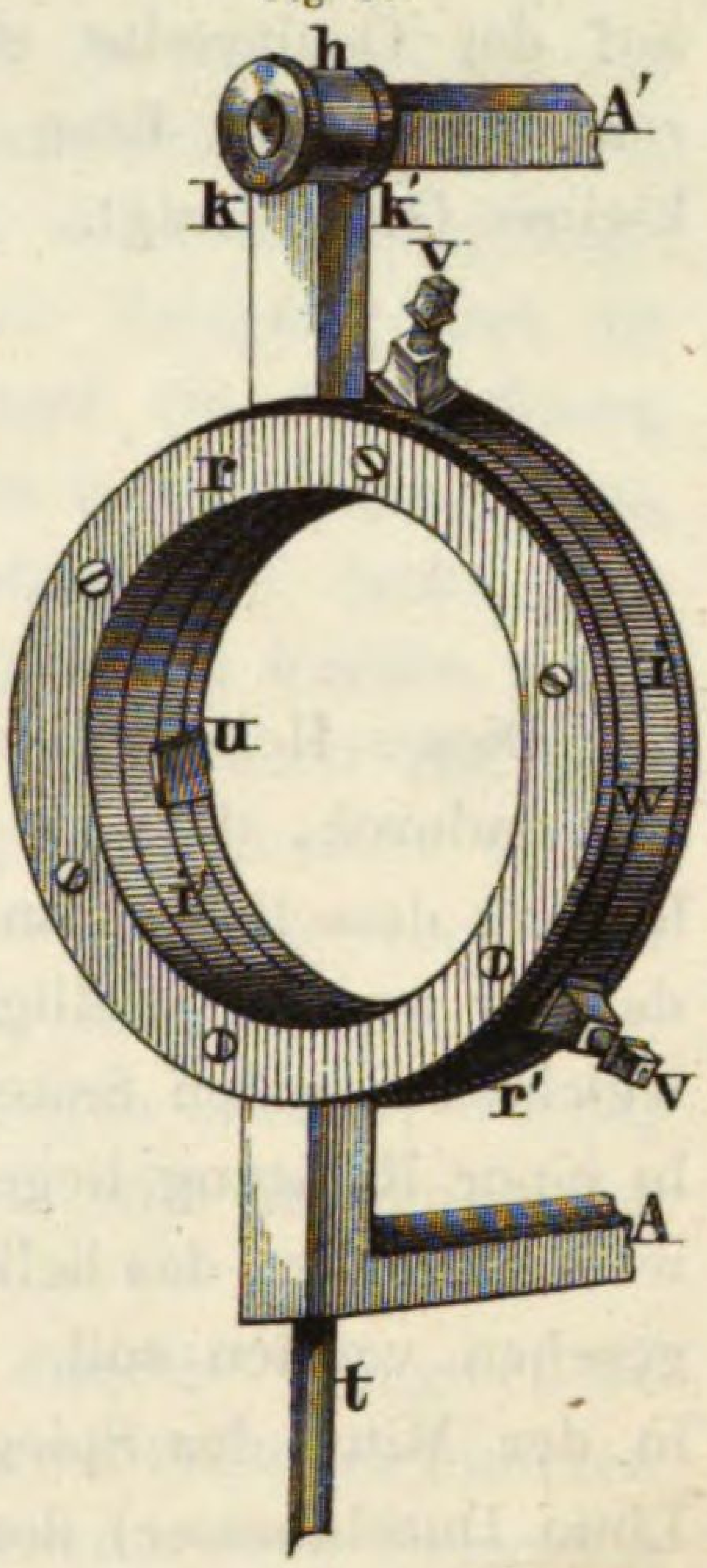
Hilfsheliotrop.

Ein Theodolith oder ein Nivellirinstrument kann in ein Gauss'sches Heliotrop umgewandelt werden, wenn man das oben beschriebene Spiegelwerk an dem Objectivende des Fernrohrs des Theodolithen oder des Nivellirinstruments befestigt. Nach der Angabe von Stierlin wird diese Befestigung für Fernrohre von verschiedener Grösse, welche sich nicht um ihre optische Axe drehen lassen, durch folgende Einrichtung am zweckmässigsten bewerkstelligt.

Die den Spiegel tragende Gabel A ist nach Fig. 87 und Fig. 88 an ein ringförmiges Gehäuse (i i' r r') befestigt, das aus zwei concentrischen Cylindern (i, i') und zwei platten Ringen (r, r') besteht. In

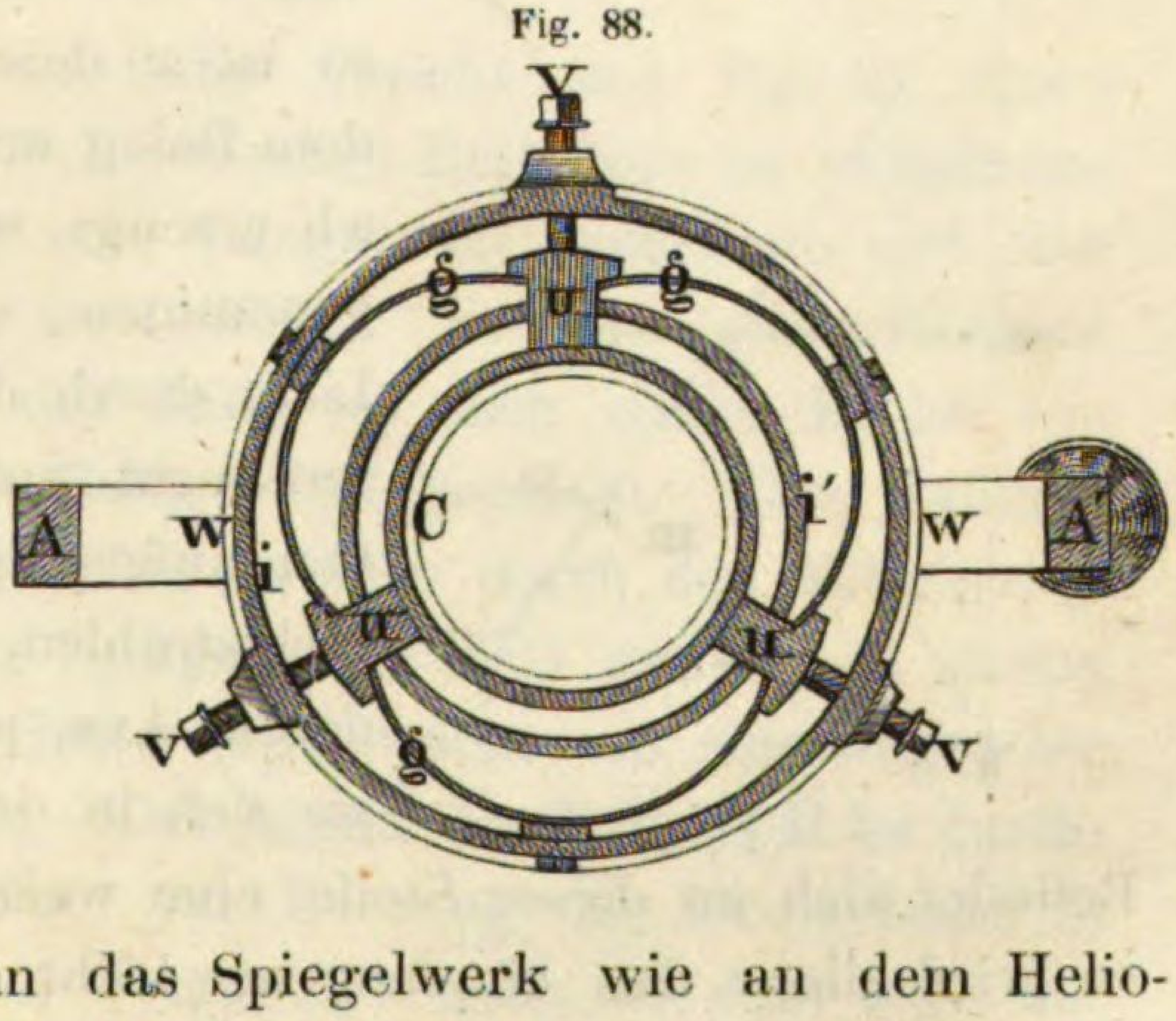
diesem Gehäuse befinden sich drei Einsätze (u, u), welche in gleichen Entfernungen den inneren Cylinder (i′) durchdringen, und eben so viele Stahlfedern (g, g), welche an dem äusseren Cylinder befestigt sind und gegen den Kopf der Einsätze drücken. Durch diese Stahlfedern und die drei Stellschräubchen (v, v), welche über den Köpfen der Einsätze stehen, ist es möglich, den Fuss der letzteren gegen die Objectivfassung so zu pressen, dass das Gehäuse (i i′ r r′) und mit ihm das ganze Spiegelwerk von ihr festgehalten wird. Es versteht sich von selbst, dass die Stellschräubchen in der Art angezogen werden müssen, dass das Gehäuse möglichst centrisch auf dem Fernrohre sitzt.

Fig. 87.



Durch die Einrichtung, wie sie bis jetzt beschrieben wurde, ist es nicht möglich, das Spiegelwerk um eine zur optischen Axe des Fernrohrs parallele Axe zu drehen, wenn sich, wie hier angenommen wird, das Fernrohr in seinem Lager nicht drehen lässt. Diese Drehung der Spiegel wird aber dadurch möglich, dass die Gabel A (Fig. 88) an einem Ring (w, w) befestigt ist, welcher das Gehäuse i i′ r r′ centrisch umgibt und sich bloss durch seine Reibung auf demselben in jeder Lage erhält, welche man ihm durch den Stift t, der in die Gabel eingeschraubt wird, gibt. An einem um seine optische Axe drehbaren Fernrohre ist der Ring w unnöthig und kann das Spiegelwerk wie an dem Heliotropenfernrohr befestigt werden.

Fig. 88.



Um eine Hebung des Fernrohrs in seinem Lager durch das

Gewicht des angeschraubten Spiegelwerks zu vermeiden, kann man auf der Ocularseite ein Gegengewicht anbringen, wozu ein hinreichend weiter Ring sich eignet, der ein mit Schroten gefülltes kleines Gefäss trägt.

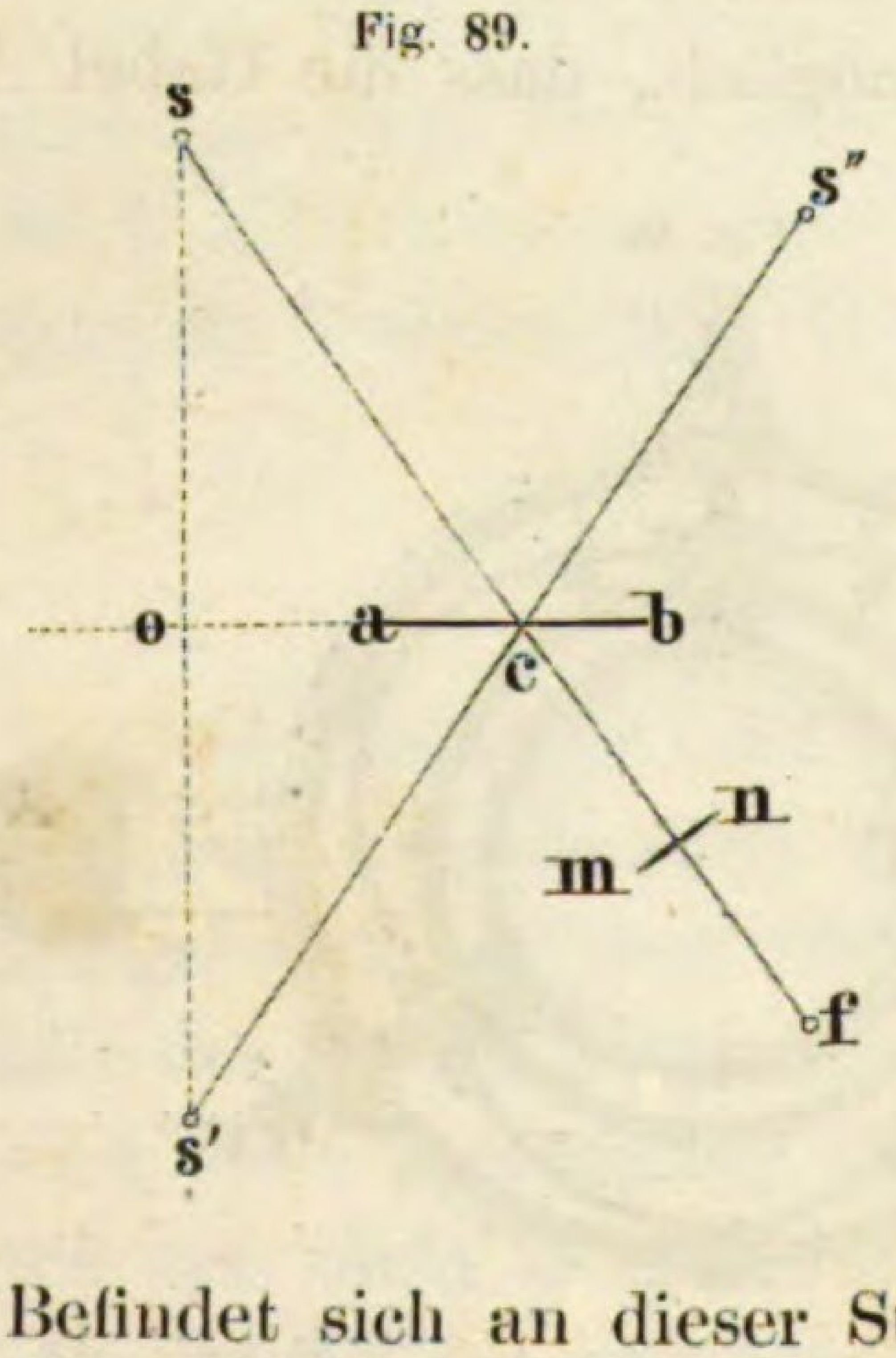
Das Heliotrop von Steinheil.

§. 92.

Theorie.

Dieses Heliotrop unterscheidet sich von dem vorigen hauptsächlich dadurch, dass es nur einen einzigen Spiegel hat. Bei der Erfindung desselben kam es darauf an, den Spiegel so einzurichten, dass er zwei an Helligkeit verschiedene Bilder von der Sonne zeige, welche zu beiden Seiten des Spiegels und mit der Erzeugungsstelle in einer Richtung liegen, damit das matte Sonnenbild dazu benützt werden könne, das helle auf den Punkt zu richten, von dem aus es gesehen werden soll. Diese Anforderung wird erfüllt, wenn man in der Mitte des Spiegels ein kleines Scheibchen (von etwa einer Linie Durchmesser) des Belegs ablöst und mit der abgelösten Stelle eine convexe Glaslinse auf die Weise in Verbindung bringt, wie es die nachfolgende Figur verlangt.

Fig. 89.



Stellt nämlich in Fig. 89 die Linie a b einen ebenen und parallelen Glasspiegel und s die darauf scheinende Sonne vor, so ist s′ deren Spiegelbild, welches von dem Beleg auf der Rückfläche des Glases a b erzeugt wird. Ist in c das Beleg abgenommen, so geht in der Richtung s c Licht durch das Glas, welches von einer senkrecht entgegengestellten Convexlinse m n aufgefangen werden kann. Da die Lichtstrahlen, welche auf diese Linse treffen, deren Axe parallel sind, so vereinigen sie sich in dem Brennpunkte f der Linse. Befindet sich an dieser Stelle eine weisse Fläche von feiner Kreide, so wird diese das empfangene Licht zum Theil wieder auf die Linse zurückstrahlen, und diese sendet es, weil es vom Brennpunkte kommt, in der Richtung ihrer Axe (f c) auf die unbelegte

Stelle c des Spiegels ab. Dort geht ein Theil des Lichts in der Richtung cs weiter, während der übrige Theil in der Richtung cs' zurückgeworfen wird und in s'' ein mattes Sonnenbild erzeugt, das, wie leicht zu beweisen ist, mit c und s' in einer Richtung liegt. Es ist klar, dass das Bild s'' nur hinter dem Spiegel (durch die Scheibe c) und das Bild s' nur vor dem Spiegel (in der Richtung s''c) gesehen werden kann; und eben so leicht ist einzusehen, dass, wenn das Bild s'' einen bestimmten Gegenstand (B) deckt, von diesem Gegenstand aus das helle Sonnenbild s' gesehen werden muss.

Das matte Bild s'' hat ein Aussehen wie der Vollmond und lässt die Gegenstände, welche in seiner Richtung liegen, deutlich durchscheinen; man kann es ganz gut mit blossem Auge ansehen und zur richtigen Stellung des Spiegels benützen, indem man dessen Lage so lange ändert, bis das Bild s'' da zu liegen scheint, wo das Heliotropenlicht gesehen werden soll, das wie ein hellglänzender Stern funkelt.

Da beide Sonnenbilder durch eine und dieselbe Spiegelebene erzeugt werden: das helle nämlich auf der inneren Seite der hinteren belegten Glasfläche und das matte auf der äusseren Seite derselben Fläche, da wo sie von Beleg frei ist, so ergibt sich von selbst, dass das Steinheil'sche Heliotrop gar keiner Berichtigung bedarf.

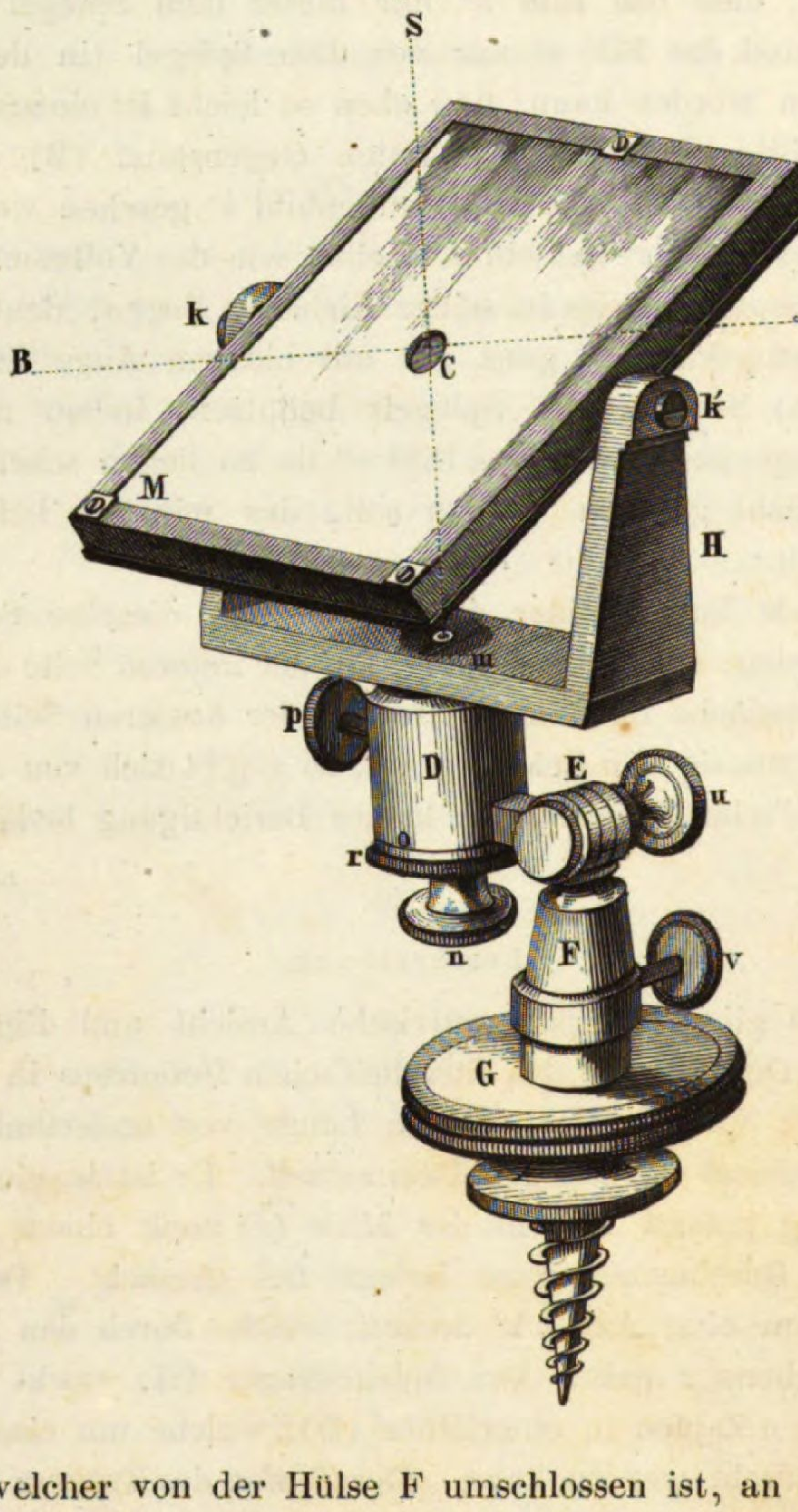
§. 93.

Beschreibung.

Fig. 90 gibt eine perspectivische Ansicht und Fig. 91 einen lothrechten Durchschnitt des Steinheil'schen Heliotrops in natürlicher Grösse. Der Spiegel (M) hat eine Länge von anderthalb und eine Breite von einem bayerischen Decimalzoll. Er ist in einen Rahmen von Messing gefasst und in der Mitte (c) nach einem Kreise von 1,3 Linien Durchmesser vom Belege frei gemacht. Der Rahmen lässt sich um eine Axe kk' drehen, welche durch den Mittelpunkt des Scheibchens c geht. Der Spiegelträger (H) steckt mit einem kegelförmigen Zapfen in einer Hülse (D), welche um eine wagrechte Axe (E) gedreht werden kann. Der Zapfen des Trägers H ist durchbohrt und trägt am oberen Ende der Bohrung die kleine Linse m und in der Höhlung die weisse Fläche f, welche auf dem Fuss der Schraube n angebracht ist. Durch die Stellschraube p kann die Drehung des Zapfens gehemmt werden, während die Feder o und

die Mutter r dessen Erhebung in der Hülse D verhindern und überhaupt seine Drehung regeln. Ausser den Bewegungen um die drei Axen k k', m n und E ist noch eine vierte um den Gestellzapfen z

Fig. 90.



möglich, welcher von der Hülse F umschlossen ist, an der sich das Scharnier E befindet. Man begreift, wie man durch alle diese Bewegungen dem Spiegel jede beliebige Lage und namentlich eine solche geben kann, bei welcher das durch die Oeffnung C dringende Licht parallel mit m n auf die Linse m fällt und gleichzeitig das

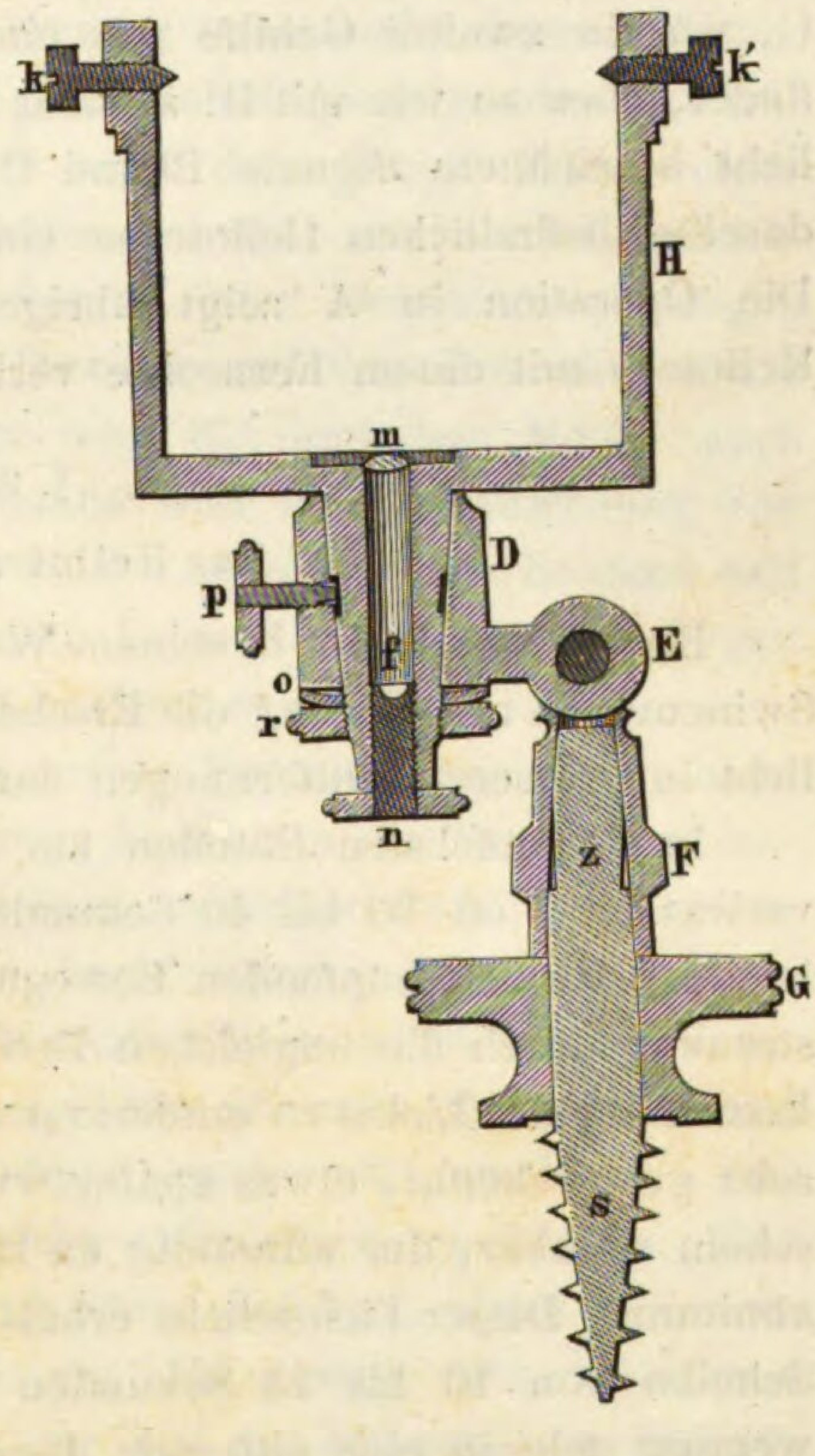
matte Sonnenbild einen gegebenen Punkt (B) deckt. Der Zapfen z endigt abwärts in einer Baumschraube, welche mit der geränderten Scheibe G gedreht wird: das Instrument lässt sich also überall befestigen, wo diese Schraube eindringt.

§. 94.

Gebrauch.

Das Gestelle wird in dem Punkte, von dem aus einem anderen (B) das Sonnenlicht zugeführt werden soll, festgeschraubt und der Träger H des Spiegels um den Zapfen z so gedreht, dass die Spiegelseite gegen die Sonne und den Punkt B steht. Hierauf dreht man den Spiegel um die Axe k k′ und diese selbst mit dem Träger H um die Axen m n und E so lange, bis der durch die Stelle c des Spiegels gehende Sonnenschein die Linse m centrisch umgibt. Sobald diese Erscheinung eintritt, steht die Spiegelaxe k k′ senkrecht gegen die Richtung der Sonnenstrahlen, während die Linsenaxe damit parallel ist. Nun wird man auch, hinter dem Spiegel durch die Oeffnung c sehend, das matte Sonnenbild in der Luft schwebend erblicken und leicht ermessen, welche Drehungen an den verschiedenen Axen noch weiter vorzunehmen sind, um dieses Bild auf den gegebenen Punkt B zu bringen.

Fig. 91.



Man kann fragen, ob es möglich ist, das Steinheil'sche Heliotrop, welches kein Fernrohr hat, auf grössere Entfernungen richtig einzustellen, als man mit blossem Auge noch deutlich überschauen kann. Hierauf lässt sich antworten, dass zwar der Punkt, welcher das Heliotropenlicht empfangen soll, noch gesehen werden muss; dass

aber dessen Sichtbarkeit durch das Heliotrop selbst verstärkt werden kann. Denn sollen z. B. drei sehr weit entfernte Signalpunkte A, B, C durch drei Heliotrope A', B', C' gegenseitig gut sichtbar gemacht werden, so richtet man zuerst in A ein Fernrohr auf das Signal B ein, wo ein Gehilfe mit dem Heliotrop B' sich befindet. Stellt man hierauf vor dieses Fernrohr das Heliotrop A' so, dass die unbelegte Stelle c in der optischen Axe liegt, so versteht sich von selbst, dass das Sonnenlicht von A nach B kommt, sobald das matte Sonnenbild den durch das Fernrohr gesehenen Punkt B deckt. Der Gehilfe in B wird nunmehr das Heliotropenlicht von A mit blossem Auge sehen und darnach sein Heliotrop B' stellen. Verfährt man mit dem Punkte C, wo ein zweiter Gehilfe mit einem dritten Heliotrop C' sich befindet, eben so wie mit B: so sieht man in A zwei durch Heliotropenlicht bezeichnete Signale B und C, ohne dass zur Einstellung der daselbst befindlichen Heliotrope ein Fernrohr nöthig gewesen wäre. Die Operation in A zeigt übrigens, wie sich das Steinheil'sche Heliotrop mit einem Fernrohre verbinden lässt.

§. 95.

Das Heliotropenlicht.

Bayer beschreibt in seinem Werke: „Das Nivellement zwischen Swinemünde und Berlin“ die Erscheinungen, welche das Heliotropenlicht in grösseren Entfernungen darbietet, folgendermassen:

In den nächsten Stunden am Mittage ist es sehr gross, blass, verwaschen, oft 30 bis 40 Sekunden im Durchmesser haltend und in einer starken hüpfenden Bewegung. Zuweilen ist sogar die Zerstreuung durch die ungleichen Bewegungen der Luft so stark, dass keine Spur des Lichts zu entdecken ist, selbst wenn man die Richtung sehr genau kennt; etwas später wird dann ein grosser matter Lichtschein sichtbar, der allmählig an Helligkeit zu- und an Ausdehnung abnimmt. Dieser Lichtschein erhält nach und nach die Gestalt einer Scheibe von 10 bis 15 Sekunden Durchmesser, die hüpfende Bewegung geht in eine zitternde über und wird endlich so gering, dass man die Scheibe schon mit ziemlicher Sicherheit beobachten kann. Dieser Zustand tritt bald früher, bald später, in der Regel zwischen 4 und 5 Uhr ein. Die Lichtscheibe wird näher am Abend immer kleiner und ruhiger und geht einige Stunden vor Sonnenuntergang in einen kleinen, oft ganz unbeweglichen Punkt über, der erst mit

dem Untergang der Sonne verschwindet. In der Nähe der Küste, im flachen Lande oder da, wo der Lichtstrahl nahe am Erdboden fortgeht, tritt sehr häufig nach der Ruhe der Bilder mehr oder weniger kurz vor dem Abend ein zweites Zittern ein, welches sich von dem ersten dadurch unterscheidet, dass es nicht immer eine Lichtscheibe bildet, sondern mehr in einem Hüpfen des kleinen Lichtpunktes besteht, das aber meist so stark wird, dass ein Beobachten darnach unmöglich ist. Des Vormittags findet dieselbe Erscheinung, nur in umgekehrter Ordnung und mit der Abänderung statt, dass das Bild nur selten und auf kurze Zeit in einen kleinen ruhigen Lichtpunkt übergeht. Die Dauer der ruhigen Bilder ist an einzelnen Tagen sehr verschieden und am längsten bei warmem, trockenem, anhaltend heiterem Wetter.

Gauss gibt über die Wirkung des Heliotrops folgendes an: Auf die Entfernung vom Lichtenberge nach dem Berge Hill, welche 39952 Meter oder 5,4 deutsche Meilen beträgt, sah man das Heliotropenlicht immer mit blossem Auge; unter besonders günstigen Umständen war es zwischen dem Brocken und dem Hohenhagen auf eine Entfernung von 69194 Meter oder 9,3 deutschen Meilen auch noch mit blossem Auge wahrzunehmen und in der Entfernung von 105986 Meter oder 14,2 deutschen Meilen zwischen dem Brocken und dem Inselsberge konnte es mit dem Fernrohre gesehen und gegen Sonnenuntergang noch sehr scharf anvisirt werden.

Eine untergeordnete aber für grosse Vermessungsarbeiten nicht unwichtige Anwendung des Heliotrops besteht in der Benützung desselben zur Mittheilung von Nachrichten zwischen zwei Beobachtern an zwei entfernten Signalen. Man kann nämlich mit zwei gegeneinander gestellten Heliotropen in folgender Weise leicht telegraphiren.

Als Ankündigung des Telegraphirens dienen sehr schnell auf einander folgende Verdeckungen des Spiegels mit der Hand. Dadurch entsteht ein in der Ferne leicht wahrnehmbares Blitzen. Der Empfänger der Nachricht erwiedert dieses Zeichen, wenn er bereit ist, die Mittheilung entgegenzunehmen. Es versteht sich wohl von selbst, dass sich die Nachrichten nur auf die dringendsten Bedürfnisse der eben auszuführenden Messungen beziehen und daher durch Zahlen ausgedrückt werden können, deren Bedeutung man schon vorher festgesetzt hat, wie z. B. (nach Bayer)

für die Zahl 1: Ich sehe das Licht schlecht.

" " " 2: Das Licht verkleinern.

für die Zahl 3: Das Licht vergrössern.
" " " 4: Ich bin fertig und will abreisen.
" " " 8: Ich bin noch nicht fertig.
" " " 5: Ich bin verhindert zu beobachten.
" " " 6: Das Hinderniss ist gehoben.
" " " 7: Ich bitte um Licht.
" " " 9: Ich kann das Licht jetzt nicht gebrauchen.
" " " 10: Es ist ein Bote unterwegs.

Will man nun, nachdem eine Nachricht angemeldet und ihre Annahme erwiedert ist, die Mittheilung (1) machen, so verdeckt man den Spiegel 30 Sekunden lang, macht ihn dann 30 Sekunden lang frei und verdeckt ihn hierauf abermals: der Lichtblick von 30 Sekuuden Dauer stellt somit die Zahl 1 dar; zwei durch ein Dunkel von 30 Sekunden getrennte Lichtblicke, jeder zu 30 Sekunden, bedeuten die Zahl 2; drei solche Lichtblicke die Zahl 3 u. s. f.

Dass eine Nachricht verstanden worden sey, wird dadurch angedeutet, dass man sie erwiedert, wenn sie bejaht werden soll, wie z. B. (2) durch (2), (3) durch (3) u. s. w.; und dass man sie durch eine andere Zahl beantwortet, wenn sie nicht bejaht werden kann, wie z. B. (4) durch (8), (7) durch (10) u. s. w.

Dritter Abschnitt.

Instrumente zum Winkelmessen.

§. 96.

Die Winkel, welche durch Messinstrumente aufgenommen oder auf das Feld übergetragen werden, können verschiedene Lagen gegen loth- oder wagrechte Linien und Ebenen haben. Nach dieser Lage werden sie verschieden benannt.

Ein Winkel, dessen Schenkel in einer wagrechten Ebene liegen, heisst ein wagrechter Winkel (Horizontalwinkel); liegen seine Schenkel in einer lothrechten Ebene, so nennt man ihn einen lothrechten Winkel (Vertikalwinkel); und liegen seine beiden Schenkel in einer Ebene, die weder loth- noch wagrecht ist, so heisst er ein schiefer Winkel. Jeder dieser Winkel kann ein rechter, spitzer, stumpfer oder erhabener Winkel seyn.

Hat ein lothrechter Winkel einen wagrechten Schenkel, so heisst er insbesondere ein Höhenwinkel (Elevationswinkel), wenn der zweite Schenkel über dem ersten liegt, und ein Tiefenwinkel (Depressionswinkel), wenn der zweite Schenkel unter dem ersten liegt. Ist aber ein Schenkel eines lothrechten Winkels selbst lothrecht, so kann man einen solchen Winkel einen Zenithwinkel[1] nennen.

Man kann die aufzunehmenden oder abzusteckenden Winkel entweder dem Gradmasse nach bestimmen oder durch Zeichnung darstellen. Je nachdem die Grösse eines Winkels auf diese oder jene Art ausgedrückt werden soll, sind die dazu dienenden Instrumente wesentlich verschieden. Es lässt sich desshalb hierauf eine Eintheilung der Winkelmesser gründen. Einen anderen Eintheilungsgrund gibt der Umstand ab, ob es nöthig ist, beide Winkelschenkel anzuvisiren oder nur einen. Wir ziehen die erstere Eintheilungsart vor, weil sie die für einen bestimmten Zweck gebotenen Mittel besser überschauen lässt als die zweite; finden es jedoch für nöthig, drei statt zwei Abtheilungen zu machen, um die Werkzeuge, welche nur gewisse unveränderliche Winkel angeben, von denen zu trennen, welehe jeden beliebigen Winkel darstellen.

A. Instrumente zur Absteckung von unveränderlichen Winkeln.

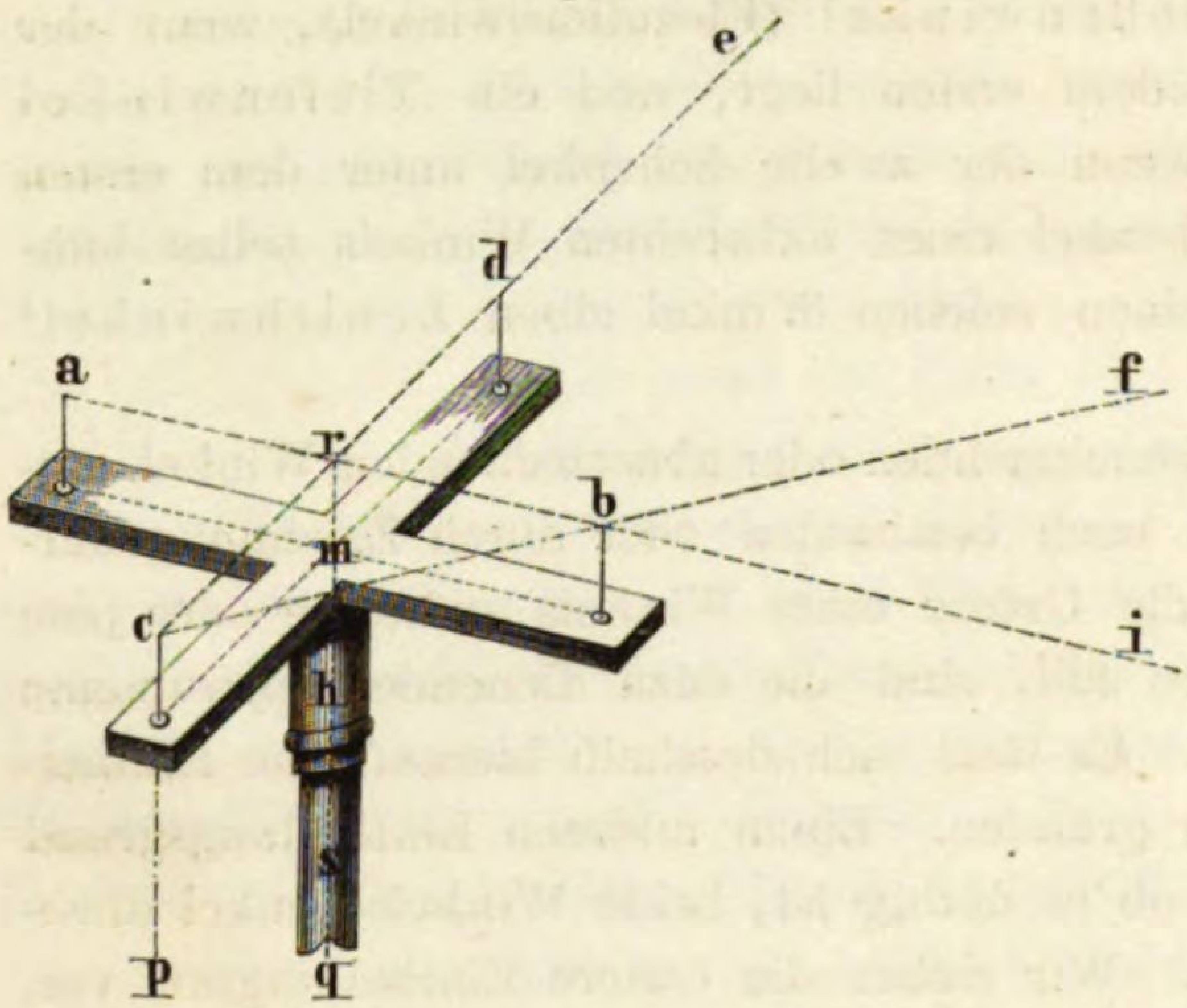
Das Winkelkreuz.

§. 97.

Die einfachste Vorrichtung zur Absteckung eines rechten Winkels besteht in der Verbindung eines mit zwei Diooptern versehenen rechtwinklichen Kreuzes mit einem Stocke, der als Gestelle dient (Fig. 92). Die Visirebenen der Diopter stehen senkrecht zu einander und in ihrer Schnittlinie liegt die Axe des Stockes. Das Kreuz kann aus Holz oder Metall bestehen, in jedem Falle aber muss es sich mit einer Hülse rechtwinklich auf das Gestelle befestigen lassen,

[1] Eigentlich ist dafür der Name „Zenithdistanz" gebräuchlich; aber diese Bezeichnung ist nicht gut gewählt, weil man sich hier unter dem Ausdruck „Distanz" einen Kreisbogen zu denken hat, welcher den Winkel des geneigten Schenkels gegen das Loth misst, während man sonst unter diesem Worte nur den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten versteht.

Fig. 92.



sobald es gebraucht wird. Die Diopter haben irgend eine der in §. 23 beschriebenen Einrichtungen: hier sind sie bloss durch senkrechte Stifte angedeutet. Diese Stifte und folglich auch die durch sie bestimmten Visirebenen, sind lothrecht, sobald die Ebene des Kreuzes wagrecht oder der tragende Stock lothrecht ist. Bei der Absteckung eines rechten Winkels kommt es immer darauf an, den Stock lothrecht zu halten. Ist das Auge für diese Stellung noch nicht hinreichend geübt, so kann man sie durch einen unter dem Kreuz angehängten Senkel prüfen.

Will man mit diesem Werkzeuge auf eine gegebene Richtung eine Senkrechte abstecken, so stelle man den Stock in dem gegebenen oder angenommenen Fusspunkte der Senkrechten lothrecht auf, drehe das Kreuz mit dem Stocke so, dass eine Absehlinie (ab) in die gegebene Richtung fällt und richte hierauf in die zweite Absehlinie (cd) einen Stab (e) ein, so bezeichnet dieser und der Stock des Winkelkreuzes die gesuchte Senkrechte — vorausgesetzt, dass das Werkzeug fehlerfrei ist, d. h. wirklich senkrecht gegen einander stehende Visirebenen hat.

Um sich hievon zu überzeugen, darf man nur, nachdem die Absteckung des Stabes e durch die Visirebene cd vollzogen ist, diese Ebene in die gegebene Richtung drehen und zusehen, ob der Stab e auch in der Visirebene ba steht. Ist dieses der Fall, so steht offenbar ab senkrecht auf cd, weil die Nebenwinkel brd und dra einander gleich sind. Läge bei der zweiten Stellung der Stab e nicht in der Visirebene ba, so müsste ein Stift (a oder b) so lange fort versetzt werden, bis die genannten Nebenwinkel und folglich alle vier Winkel um r einander gleich würden.

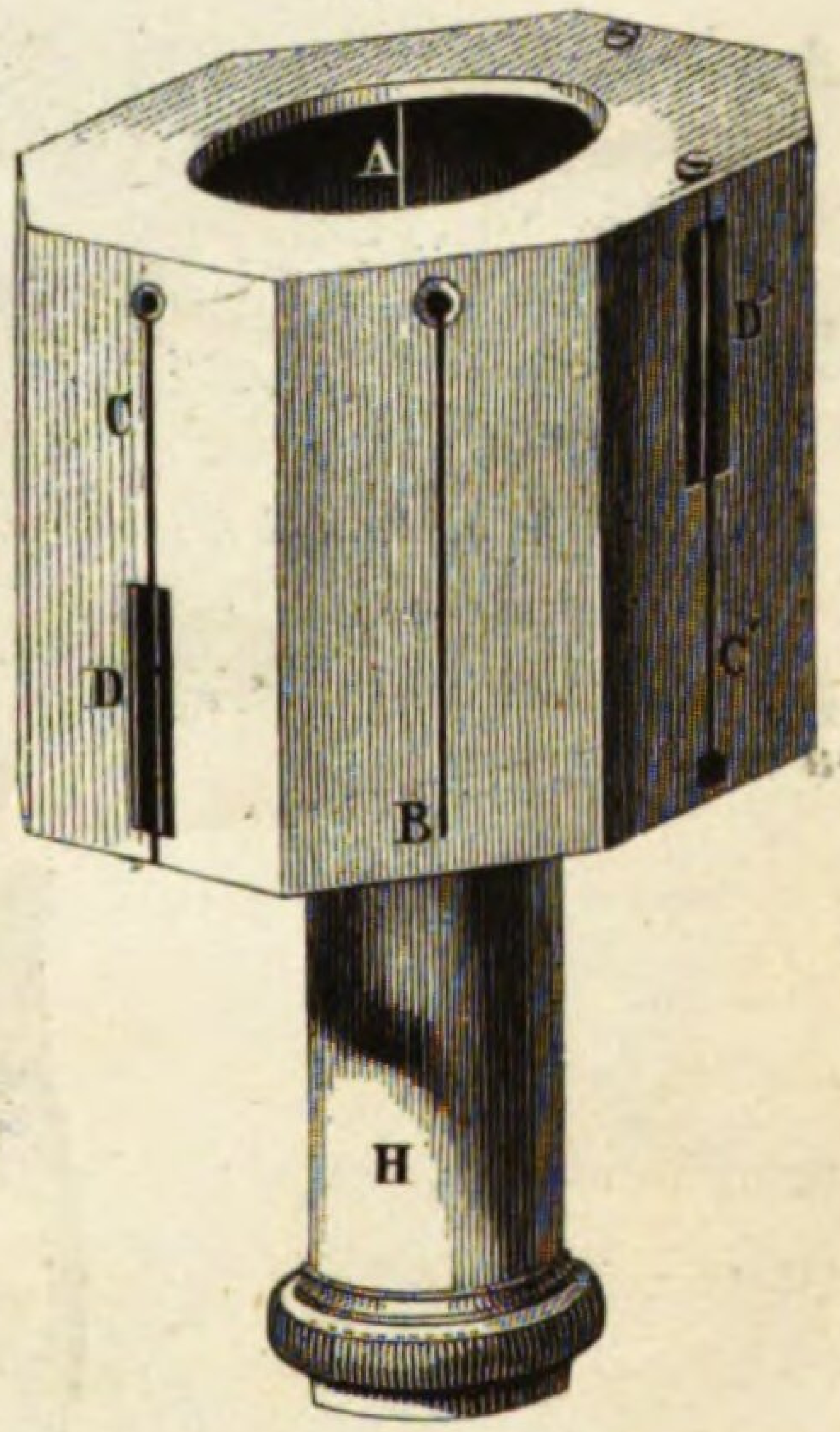
Man sieht leicht ein, dass sich mit dem Winkelkreuze, welches selbstverständlich nicht für genaue Messungen berechnet ist, auch Winkel von 45° abstecken lassen, wenn man die Abstände der Diopterstifte von dem Mittelpunkte r gleich gross macht und einmal in der Diagonale, das anderemal in der Seite des hierdurch entstehenden Quadrats (abcd) visirt.

Die Winkeltrommel.

§. 98.

Wir sehen in Fig. 93 das Winkelkreuz in zierlicherer Gestalt vor uns: aus dem Kreuze ist eine achtseitige Trommel geworden und die Diopterstifte haben sich in Schauritzen und ausgespannte Fäden verwandelt.

Fig. 93.



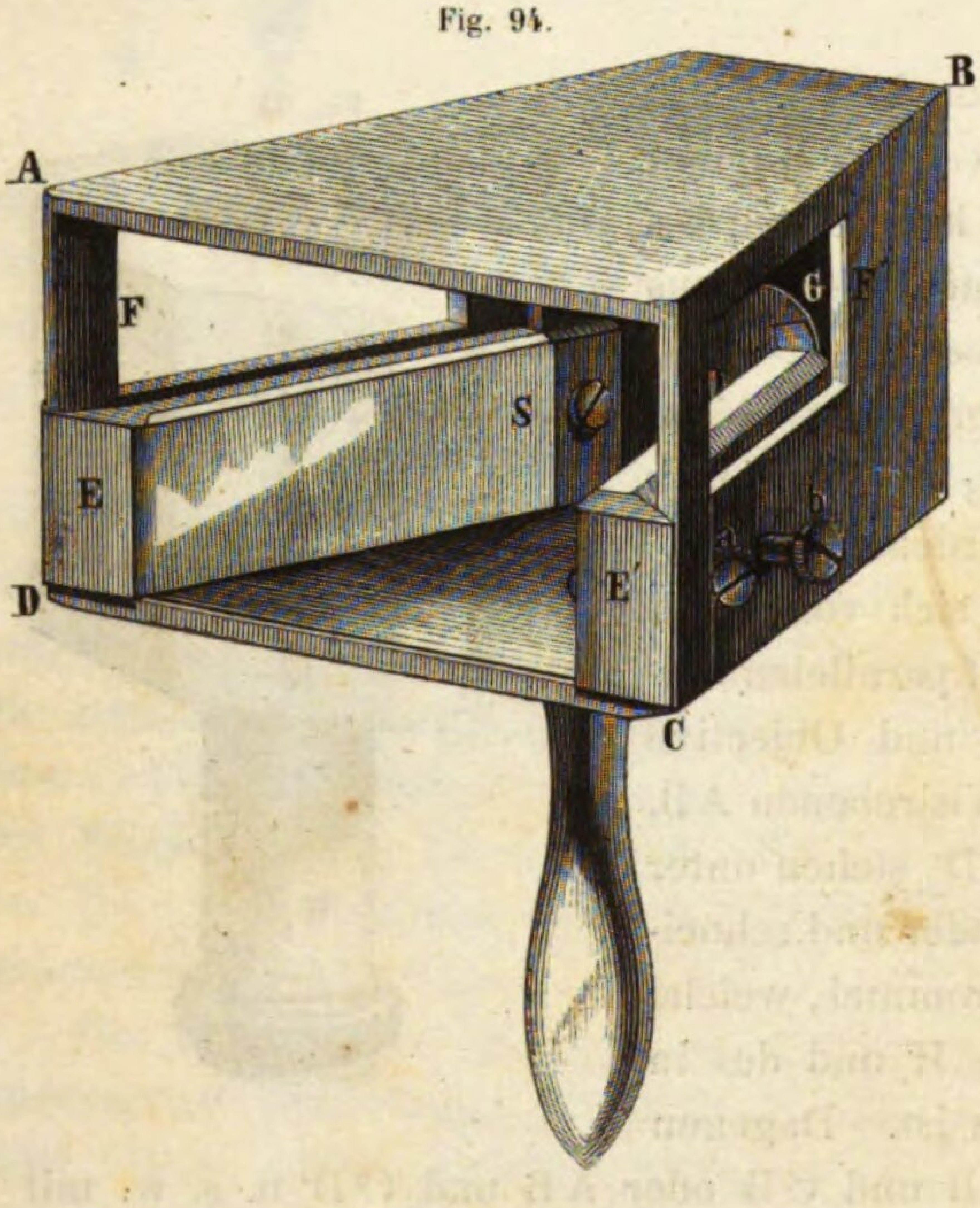
Vier Seiten der Trommel, wovon je zwei parallel sind und jedes Paar auf dem anderen senkrecht steht, haben Diopter, deren Oculare und Objective beide aus Ritzen (wie A und B) bestehen, während auf jeder der übrigen vier Seiten gleichzeitig eine Ritze (c, c′) als Ocular und ein ausgespanntes Pferdehaar (D, D′) als Objectiv dient, wobei sich von selbst versteht, dass nur die auf parallelen Seiten befindlichen Oculare und Objective zusammengehören. Die Visirebenen AB, A′B′ und ebenso CD, C′D′ stehen unter sich senkrecht gegen einander und schneiden sich in der Axe der Trommel, welche auch die Axe der Hülse H und des in sie zu steckenden Stockes ist. Dagegen bilden die Visirebenen AB und CD oder AB und C′D′ u. s. w. mit einander Winkel von 45 Graden. Man kann folglich mit der Winkeltrommel gerade so wie mit dem Winkelkreuze ganze und halbe rechte Winkel abstecken, und das Verfahren, welches man hiebei zu befolgen hat, ist von dem im vorigen Paragraphen angegebenen gar nicht verschieden, so wie auch die Prüfung des Instruments dieselbe wie dort ist.

Der Winkelspiegel.

§. 99.

Seit Erfindung des Winkelspiegels,[1] welche mit der des Spiegelsextanten zusammenhängt und in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts von dem Optiker Adams in London gemacht wurde, sind die Winkelkreuze und Trommeln wenig mehr im Gebrauche. Denn abgesehen davon, dass der Winkelspiegel keines Stockes als Gestelle bedarf, liefert er eine senkrechte Richtung durch einmaliges Visiren; und da hiezu ein einziger Augenblick der Ruhe hinreicht, so kann man ihn selbst da anwenden, wo sich ein Stock gar nicht lothrecht aufstellen lässt.

Fig. 94.



Die beigedruckte Figur zeigt den Winkelspiegel in natürlicher Grösse. In einem offenen prismatischen Messinggehäuse (ABC), mit zwei fensterartigen Oeffnungen (F, F') und einem senkrechten Griffe an der unteren Fläche, befinden sich zwei ebene Glasspiegel (S und S'), welche auf der Grundfläche (C) des Gehäuses senkrecht stehen und einen Winkel von 45° mit einander bilden. Jeder dieser Spiegel ist in starkes Messingblech gefasst und beide Fassungen sind mit einander durch eine Feder (G), welche an der Rückwand des Gehäuses befestigt ist, verbunden. Während der eine Spiegel (S) unverrückbar feststeht, kann der andere (S') durch

[1] Diese Erfindung ist eigentlich nur eine Anwendung des allgemeinen Princips, welches dem Spiegelsextanten zu Grunde liegt, auf einen besondern Fall.

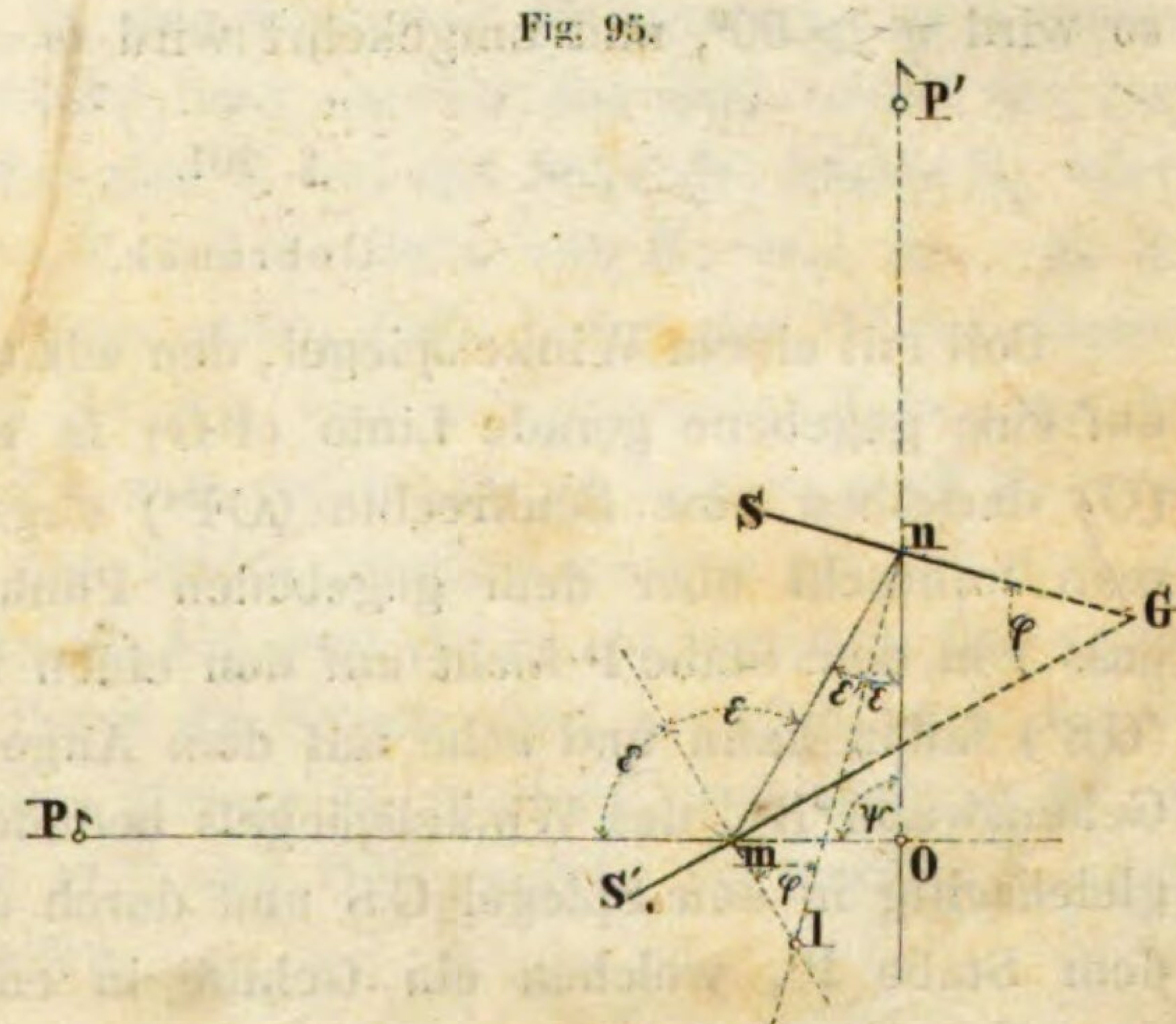
die Stellschräubchen a und b, welche auf seine Fassung wirken, so weit gedreht werden, als nöthig ist, um ihm die vorgeschriebene Neigung von 45" gegen den ersten Spiegel zu geben, wenn er sie zeitweise nicht haben sollte. Von diesen zwei Schräubchen sitzt das eine (a) auf der Gehäuswand BC auf und greift mit seiner Spindel in das Gewinde der Fassung des Spiegels S' ein, während das andere (b) mit seinem Kopfe von der Gehäuswand absteht und mit seinem Fusse auf die Spiegelfassung bloss drückt aber nicht in sie eingreift. Man sieht sofort ein, dass, wenn man a zurück- und b vorwärts dreht, der Winkel der Spiegel kleiner, und umgekehrt, wenn man b zurück- und a vorwärts dreht, dieser Winkel grösser wird.

§. 100.

Theorie.

Die eben beschriebene Einrichtung des Winkelspiegels beruht auf der folgenden theoretischen Betrachtung. Stellen GS und GS' zwei auf einer Ebene senkrecht stehende und unter einem Winkel SGS' $= \varphi$ gegen einander geneigte Planspiegel vor, und trifft auf einen von ihnen (hier S'G) das von einem leuchtenden Punkte P ausgehende Licht in einer Richtung Pm (die wir uns mit der Ebene, worauf die Spiegel stehen, parallel denken), so wird es unter dem Winkel ε, mit dem es gegen das Loth in m fällt, in der Richtung mn auf den zweiten Spiegel zurückgestrahlt.

Fig. 95.



Bildet es daselbst mit dem Lothe den Winkel ε', so geht es in der Richtung nO, welche mit diesem Lothe den Winkel ε' macht, zurück, und ein Auge in O erblickt den Punkt P nach der Richtung On in P' abgebildet. Da in dem Dreieck mnl der Winkel $\varepsilon = \varphi + \varepsilon'$ und in dem Dreieck mOn der Aussenwinkel $2\varepsilon = \psi + 2\varepsilon'$, so folgt

aus diesen beiden Gleichungen, wenn die erste mit 2 multiplicirt wird:

$$\psi = 2\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (87)$$

d. h. der einfallende Strahl bildet mit dem zweimal zurückgeworfenen einen doppelt so grossen Winkel als die auf einer Ebene senkrecht stehenden Planspiegel, von welchen die Zurückwerfung ausgeht.

Dabei ist jedoch vorausgesetzt, dass die eintretenden Lichtstrahlen, mit der Ebene, worauf die Spiegel stehen, parallel sind. Wären sie es nicht, so könnten auch die austretenden Strahlen mit der Grundebene nicht parallel seyn, wie eine einfache geometrische Betrachtung lehrt, die sich auf das Grundgesetz der Katoptrik stützt. Dann würde aber auch nicht mehr der Winkel der ein- und austretenden Strahlen selbst, sondern der ihrer senkrechten Projectionen auf die Grundebene in der durch die Gleichung (87) ausgedrückten Beziehung zu dem Winkel der Spiegel stehen.

Soll nun, unter der ursprünglichen Annahme paralleler Strahlen, der Winkel ψ ein rechter seyn, so muss nach dem eben ausgesprochenen Satze nothwendig $\varphi = 45^0$ seyn. Ist der Winkel $\varphi > 45^0$, so wird $\psi > 90^0$, und umgekehrt wird $\psi < 90^0$, wenn $\varphi < 45^0$ ist.

§. 101.

Gebrauch.

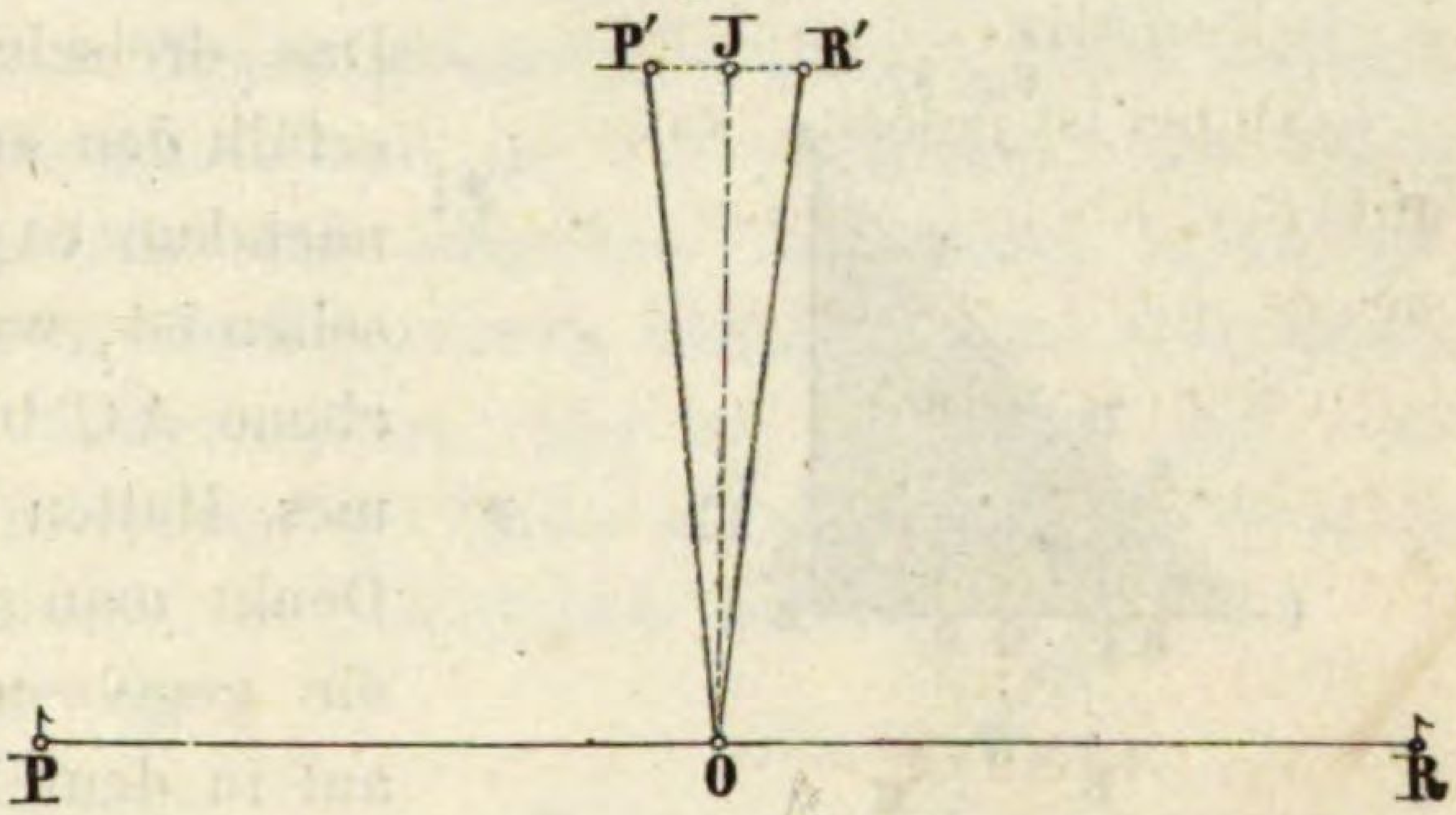
Soll mit einem Winkelspiegel, den wir uns jetzt fehlerfrei denken, auf eine gegebene gerade Linie (PO) in einem gegebenen Punkte (O) derselben eine Senkrechte (OP′) abgesteckt werden, so halte man lothrecht über dem gegebenen Punkt den Winkelspiegel so, dass von dem Stabe P Licht auf den einen ihm zugewandten Spiegel (GS′) fallen kann und sehe mit dem Auge, das sich bei O vor der Gehäuswand BC des Winkelspiegels befindet, durch die Oeffnung F′ gleichzeitig in den Spiegel GS und durch die zweite Oeffnung nach dem Stabe P′, welchen ein Gehilfe in entsprechender Entfernung von O mit ausgestrecktem Arme lothrecht zwischen den Fingern hält, des Winkes gewärtig, den man ihm mit der Hand gibt, um den Stab in die Richtung zu bringen, in welcher sich das Bild von P zeigt. Erscheint endlich der Stab P′ als die Fortsetzung des Bildes von P (d. h. stehen beide in gerader lothrechter Richtung), so ist die Aufgabe gelöst und POP′ ein rechter Winkel.

§. 102.

Prüfung und Berichtigung.

Will man untersuchen, ob ein Winkelspiegel seinem Zwecke genügend entspricht, so stelle man drei Stäbe (P, O, R) in eine gerade Linie, die äusseren vom mittleren etwa 100 Fuss entfernt. Alsdann stecke man nach dem vorigen Paragraphen auf die Richtung PO die Gerade OP′ und auf OR die Gerade OR′ ab. Fallen diese zwei Geraden in eine einzige Richtung zusammen, so ist der Winkelspiegel offenbar richtig, weil er in jedem Falle einen Winkel (POP′ und ROR′) lieferte, der einen gleichen Nebenwinkel hat, also selbst ein rechter ist. Liegen dagegen OP′ und OR′ in verschiedenen Richtungen, so können zwei Fälle eintreten: entweder liegt nämlich das Bild von P auf der Seite des Stabes P und das von R auf der Seite des Stabes R; oder aber es liegt das Bild von P auf der Seite von R, und das von R auf der Seite von P. In dem ersten Falle liefert der Winkelspiegel spitze Winkel (POP′ und ROR′), und in dem zweiten Falle stumpfe Winkel (POR′ und ROP′) statt rechte: es ist folglich auch in dem einen Falle der Winkel der beiden Spiegel kleiner als 45^0 und in dem anderen Falle grösser als 45^0, und daher, je nachdem der erste oder zweite Fall eintritt, durch die Schräubchen a und b nach Anleitung des §. 99 grösser oder kleiner zu machen, und zwar so lange fort, bis die Richtungen OP′ und OR′, welche er angibt, in eine einzige (PJ) zusammenfallen.

Fig. 95.



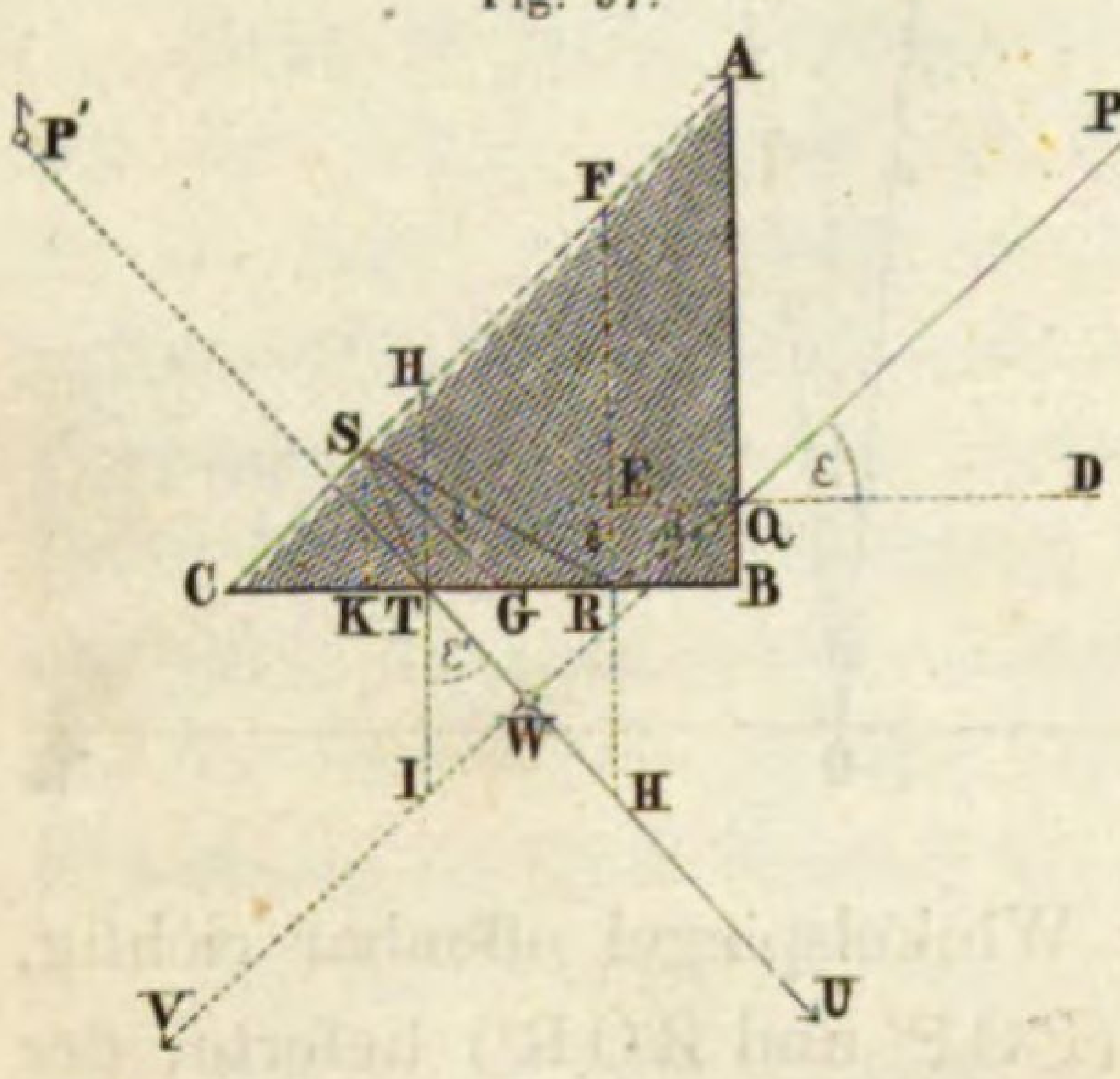
Das Winkelprisma.

§. 103.

Zur Absteckung rechter Winkel kann man sich statt des Winkelspiegels eines senkrechten Glasprismas bedienen, dessen Grundfläche entweder ein gleichschenkliches rechtwinkliches Dreieck oder ein

Viereck ist, das man erhält, wenn man ein regelmässiges Achteck durch zwei senkrecht auf einander stehende Durchmesser in vier gleiche Theile zerlegt. Wir wollen jedes dieser Prismen, da es nach zweimaliger Brechung und Zurückstrahlung den Weg der Lichtstrahlen um einen rechten Winkel verändert, ein Winkelprisma nennen, und beide nur nach der Anzahl ihrer Seiten unterscheiden.

Fig. 97.

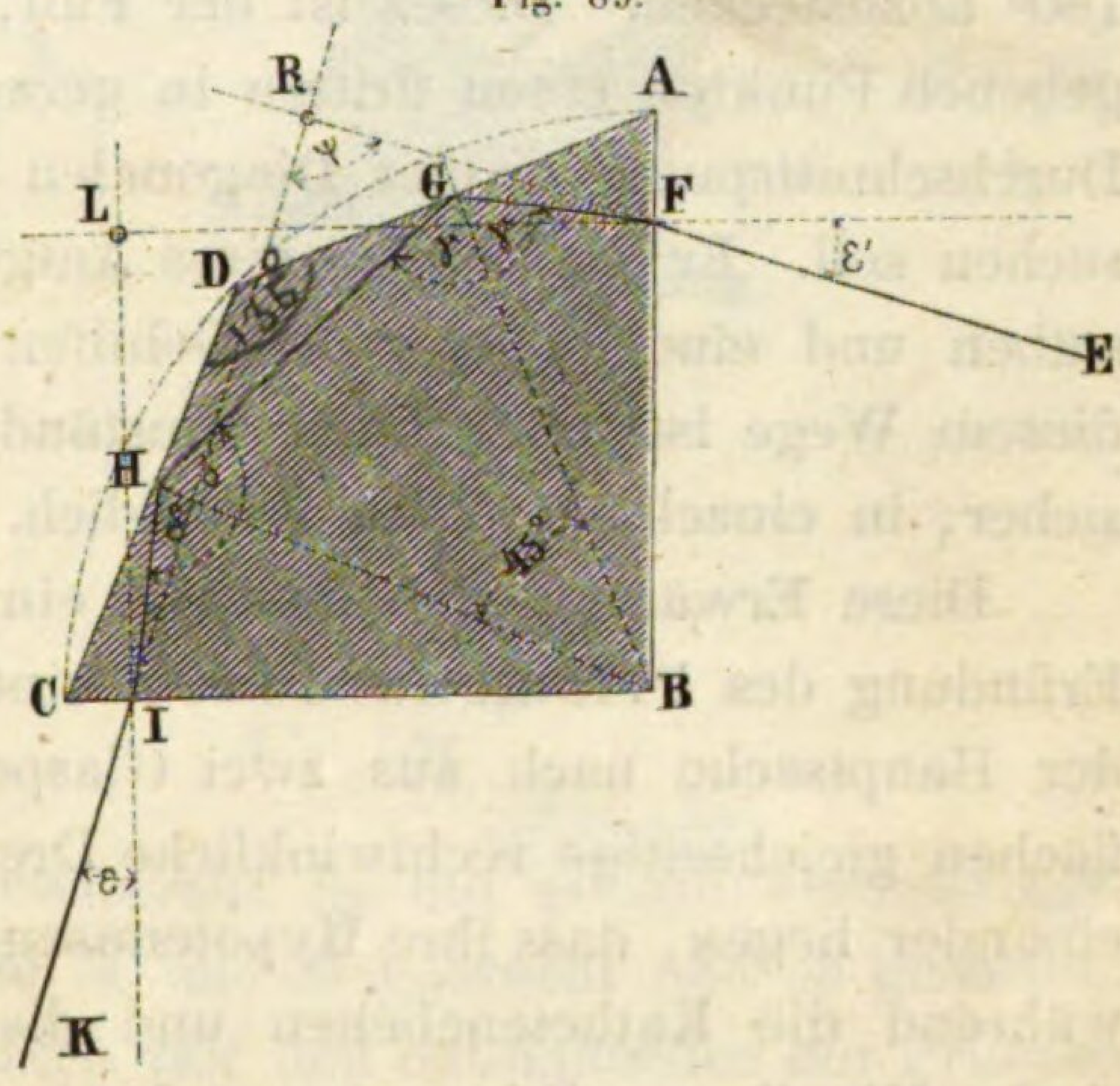


Das dreiseitige Prisma (Fig. 97) erfüllt den ausgesprochenen Zweck, nachdem es mit einer Fassung versehen ist, welche die Hypotenusenebene AC blendet und ein bequemes Halten des Glases gestattet. Denkt man sich nämlich, dass PW die gegebene Richtung sey, worauf in dem Punkte W eine Senkrechte WP′ abgesteckt werden soll, so halte man über dem Punkte W das Prisma so, dass auf eine seiner Kathetenebenen (AB) Licht von dem Stabe P trifft. Dieses Licht wird den Weg PQRSTW machen und dem in W befindlichen Auge das Bild des Stabes P in P′ zeigen. Aus §. 30 und Gleichung (13) weiss man aber, dass der Winkel UVW, unter welchem sich die zwei Richtungen PW und WP′ schneiden, gerade 90^0 beträgt: richtet man daher, gleichzeitig in und über das Prisma schauend, in die letztgenannte Richtung einen Stab so ein, dass dieser und das Bild von P sich decken, so ist P′WP ein rechter Winkel, wie verlangt war.

Wenn die von P kommenden Lichtstrahlen so auf das Prisma treffen, dass sie auf ihrem Wege durch dasselbe nur einmal und zwar von der Hypotenusenebene AC zurückgestrahlt werden, so ist der Winkel, welchen die Richtungen der ein- und austretenden Strahlen mit einander bilden, nach den Gleichungen 11 und 12 um den doppelten Einfallswinkel (ε) kleiner oder grösser als 90^0, mithin einem rechten Winkel nur in dem Falle gleich, wo der Einfallswinkel $\varepsilon = o$ ist. Man wird daher im Allgemeinen zwei Bilder von P in dem Prisma erblicken; es ist aber leicht, beide von einander zu unterscheiden: dasjenige nämlich, welches durch einmalige Zurückstrahlung erzeugt wird und dem Winkel $90^0 \pm 2\varepsilon$ angehört,

verändert seine Lage, sobald man das Prisma mit dem Griffe um seine Axe dreht, während das durch zweimalige Reflexion entstandene bei dieser Drehung ruhig stehen bleibt, indem seine Lage von der Grösse des Einfallswinkels ε ganz unabhängig ist. Auch ist das letztere Bild, welches bei der Absteckung eines rechten Winkels benützt werden muss, weniger hell als das erstere, weil bei der Zurückstrahlung von der Hypotenusenebene einiges Licht verloren geht. Die geringere Helligkeit und die Unbeweglichkeit des Bildes sind sichere Anhaltspunkte zur schnellen Auffindung desselben: übrigens wollen wir noch die Bemerkung beifügen, dass man dieses Bild nur am Ende der Kathetenebene (hier bei C) suchen darf, weil eine zweimalige Zurückwerfung des Lichts ein Austreten der Strahlen TU in der Mitte der Ebene BC unmöglich macht.

Fig. 89.



In ähnlicher Weise wie das dreiseitige Winkelprisma erfüllt das vierseitige (Fig. 98) seinen Zweck, wenn es in einer mit einem Griff versehenen Fassung liegt, welche seine schiefen Flächen AD und CD blendet.

Hätte man mit diesem Prisma auf die gegebene Richtung ER in dem Punkte R eine Senkrechte (RE′) abzustecken, so brauchte man nur über dem Punkte R das Prisma mit einer der Kathetenebenen (hier AB) gegen den in E befindlichen Stab zu halten und mit dem Auge bei K in das Prisma zu sehen. Dort wird man in der Richtung KJR, welche nach §. 31 und Gleichung (14) auf der gegebenen Richtung ER senkrecht ist, ein Bild E′ des Stabes E erblicken. Richtet man einen Stab E″ so ein, dass er das Bild E′ deckt, wobei man gleichzeitig in und über das Prisma zu sehen hat, so bezeichnen die drei Punkte E″, R, E einen rechten Winkel.

Die Winkelprismen, welche der Verfasser hiermit zur Benützung empfiehlt und deren er sich seit fünf Jahren schon bedient, haben vor dem Winkelspiegel mindestens das voraus, dass sie nie einer

Berichtigung bedürfen, wenn sie ursprünglich richtig geschliffen sind. Das in Fig. 98 vorgestellte vierseitige Prisma liefert zwar hellere Bilder als der Winkelspiegel; es ist aber viel theurer als dieser und daher weniger zu empfehlen als das dreiseitige (Fig. 97). Wer übrigens das in den nachfolgenden Paragraphen beschriebene Prismenkreuz besitzt, bedarf keiner Winkelprismen mehr, da dasselbe zwei solche Prismen enthält.

Das Prismenkreuz.[1]

§. 104.

Durch die vorher betrachteten Werkzeuge kann ein rechter Winkel mit hinreichender Genauigkeit und Bequemlichkeit abgesteckt werden; der praktische Geometer hat aber auch sehr oft Winkel von 180⁰ abzustecken. Dieses ist der Fall, wenn er zwischen zwei gegebenen Punkten einen dritten in gerader Linie einschalten oder den Durchschnittspunkt zweier Diagonalen eines Vierecks auf dem Felde suchen soll. Er kann zwar diese Aufgaben in der Regel mit Fluchtstäben und einem oder zwei Gehilfen lösen; aber die Lösung auf diesem Wege ist unter allen Umständen weitläufig, manchmal unsicher, in einzelnen Fällen unmöglich.

Diese Erwägung gab uns vor einigen Jahren Veranlassung zur Erfindung des Prismenkreuzes, eines einfachen Werkzeuges, das der Hauptsache nach aus zwei Glasprismen besteht, deren Grundflächen gleichseitige rechtwinkliche Dreiecke sind und welche so aufeinander liegen, dass ihre Hypotenusenebenen sich senkrecht kreuzen, während die Kathetenebenen und die Axen mit einander parallel sind. Mit diesem Prismenkreuz kann man nicht allein Winkel von 180⁰ auf die einfachste Weise und ohne Zuziehung von Gehilfen, sondern auch rechte Winkel abstecken, indem jedes der Prismen für sich ein Winkelprisma ist (Fig. 97). Für geometrische Terrainstudien, flüchtige Aufnahmen, Messungen auf breiten Flüssen u. drgl. bietet es dem Winkelspiegel gegenüber entschiedene Vortheile, wie von einer grossen Anzahl Praktiker bereits thatsächlich anerkannt ist und täglich mehr anerkannt wird.

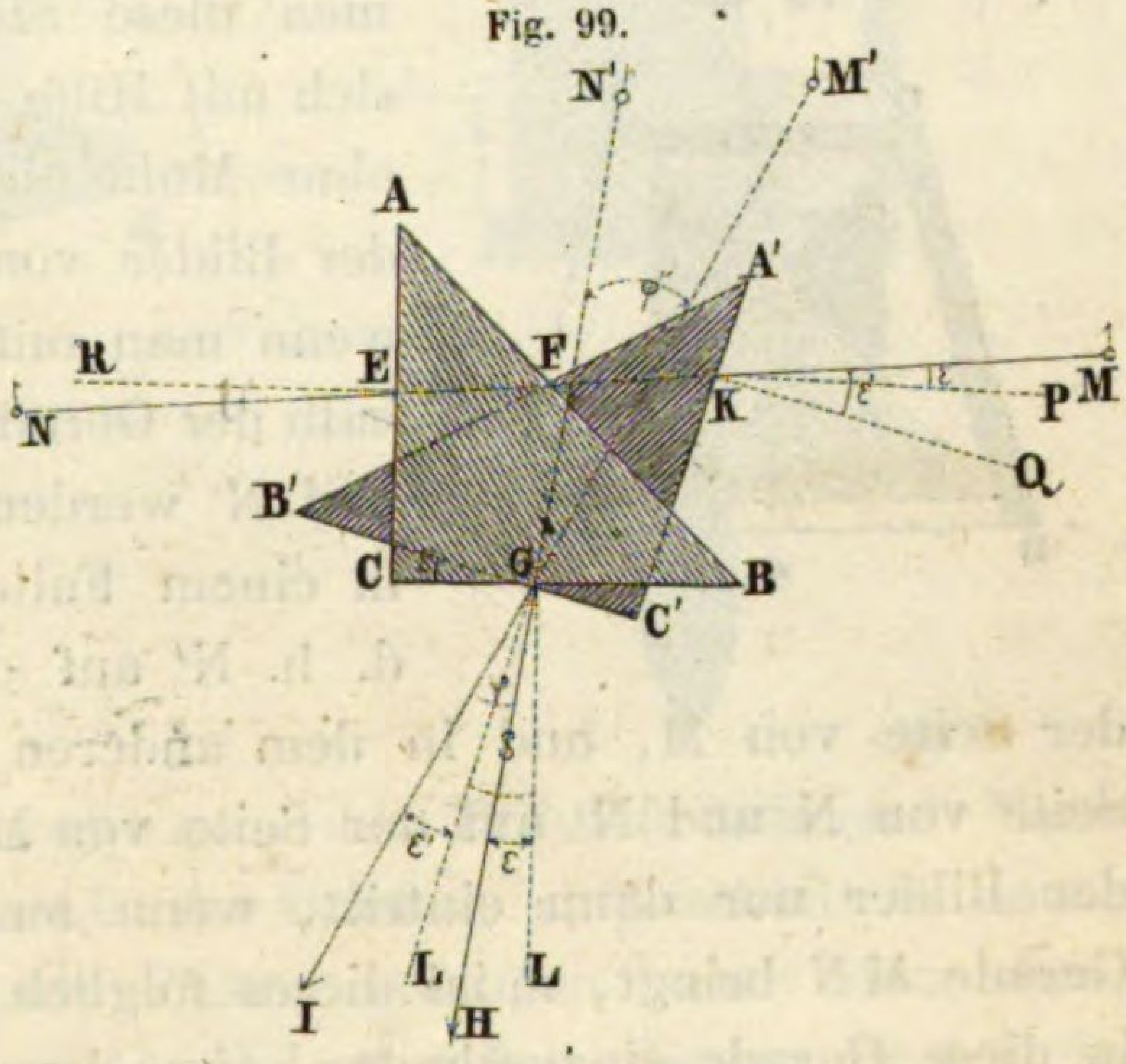
[1] Ausführlicheres hierüber findet man in der Abhandlung: „Theorie und Gebrauch des Prismenkreuzes von Professor C. M. Bauernfeind.“ München, bei J. Palm, 1851. Preiss 24 kr.

§. 105.

Theorie.

Ein Theil der Theorie des Prismenkreuzes ist bereits in dem §. 30 niedergelegt, wo wir den Gang des Lichts durch ein Glasprisma, wie es bei unserem Instrumente zur Anwendung kommt, betrachteten. Ein anderer Theil ist in der ersten Abtheilung des §. 103 enthalten, indem dort gezeigt wurde, wie jedes einzelne Prisma zur Absteckung eines rechten Winkels benützt werden kann. Es bleibt uns daher nur noch übrig, zu zeigen, wie zwei in der vorhin angegebenen Weise zusammengestellte Prismen wirken.

Fig. 99.



Um unsere Betrachtung etwas allgemeiner zu machen, nehmen wir vorläufig an, dass zwar die Axen der Prismen, aber nicht ihre Kathetenebenen parallel sind. Diese sollen vielmehr einen Winkel $CGB' = \delta$ miteinander bilden und dadurch Veranlassung seyn, dass die Hypotenusenebenen sich unter einem Winkel $AFA' = 90^0 + \delta$ kreuzen.

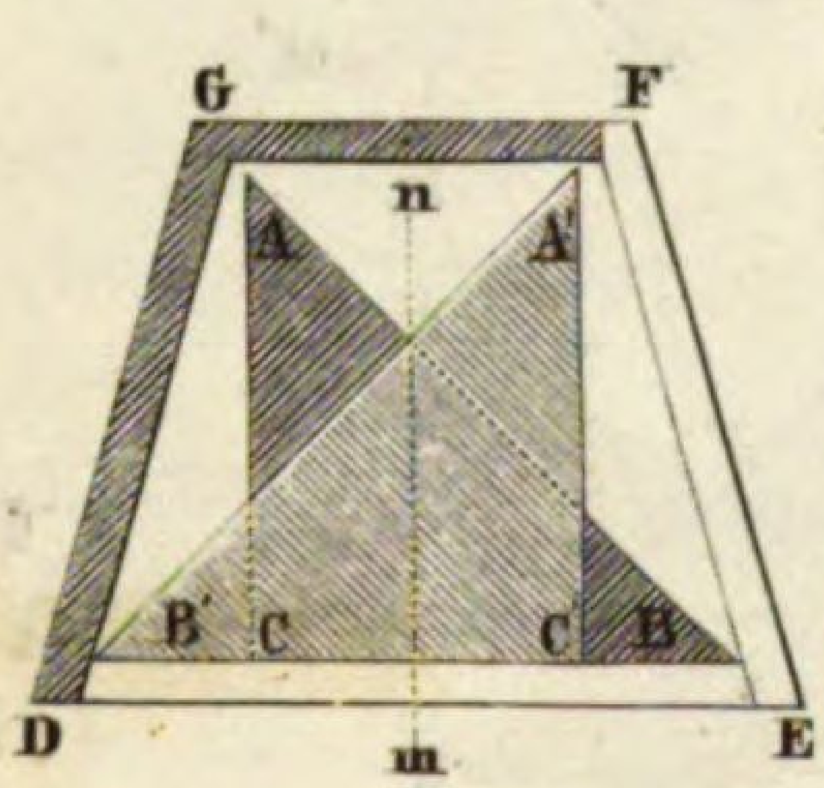
Denkt man sich das Prismenkreuz in die gerade Verbindungslinie zweier leuchtender Punkte M und N gebracht und so gehalten, dass die einfallenden Lichtstrahlen mit den Grundflächen der Prismen parallel laufen, so bilden die von N in der Richtung NM kommenden und durch das Prisma ABC gehenden Strahlen nach ihrem Austritte mit der Richtung NM den Winkel $\psi = 90^0 - 2\varepsilon$ (wenn $NER = \varepsilon$), während die ebenfalls in der Richtung MN auf das Prisma A'B'C' treffenden Strahlen nach ihrem Gange durch das Prisma mit der ursprünglichen Richtung MN den Winkel $\psi' = 90^0 + 2\varepsilon'$ einschliessen (§. 30, Gleichung 11 und 12). Das Prisma ABC zeigt das Bild von N nach der Richtung HG in N', und das Prisma A'B'C' das Bild von M nach der Richtung JG in M'. Beide Richtungen schliessen einen Winkel

$$\varphi'' = 2(\varepsilon' - \varepsilon) = 2\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (88)$$

ein, wie man aus der Figur leicht ableiten kann. Dieser Winkel

φ'' wird null, sobald δ null ist,[1] d. h. sobald die Kathetenebenen der Prismen parallel und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander sind. In diesem Falle decken sich mithin die Bilder von M und N, da sie in einer gemeinschaftlichen Richtung liegen: d. h. wenn die Punkte M und N durch lothrechte Stäbe bezeichnet sind, so werden die in den beiden Prismen abgebildeten Stäbe wie ein Stab erscheinen, der durch beide Gläser reicht. Hierin liegt der Grund für die oben bezeichnete und in der beigedruckten Figur versinnlichte Stellung der Prismen in dem Prismenkreuze.

Fig. 100.



Nehmen wir nun an, dass die Prismen diese Stellung haben, so wird man sich mit Hilfe der Ausdrücke Nr. 11 und 12 ohne Mühe überzeugen, dass eine Deckung der Bilder von M und N nicht stattfindet, wenn man mit dem Prismenkreuze ausserhalb der Geraden MN steht: die Bilder M′ und N′ werden gegen die Stäbe M und N in einem Falle so liegen, wie in Fig. 89, d. h. N′ auf der Seite von N und M′ auf der Seite von M, und in dem anderen Falle wird sich M′ auf der Seite von N und N′ auf der Seite von M befinden. Da die Deckung der Bilder nur dann eintritt, wenn man das Prismenkreuz in die Gerade MN bringt, so ist dieses folglich ein Mittel, einen Punkt (F) in diese Gerade einzuschalten, ohne irgend eine Beihilfe.

§. 106.

Beschreibung.

Fig. 101 gibt eine perspectivische Ansicht des Prismenkreuzes in seiner wirklichen Grösse. Das Gehäuse der Gläser P und P′ ist ein hohles Prisma mit einer trapezförmigen Grundfläche, wie sie Fig. 100 zeigt, die auch die Lage der Prismen deutlich macht. Die Kathetenflächen Pe, P′e′ der beiden Prismen liegen in einer Ebene,

[1] Nach Gleichung (88) würde der Winkel φ'' auch ohne δ dann null werden, wenn der Einfallswinkel ε dem ε' der Grösse nach gleich wäre und beide entgegengesetzte Vorzeichen hätten. Diese beiden Bedingungen können aber nicht gleichzeitig stattfinden, wie einfache geometrische Betrachtungen zeigen. Zwar kann $\varepsilon = \varepsilon'$ werden; dann sind aber beide ε positiv oder beide negativ, und es ist daher in dem ersten Falle der Winkel $\varphi'' = +2\varepsilon = +2\delta$, und in dem zweiten Falle $\varphi'' = -2\varepsilon = -2\delta$.

welche wir die Ocularebene nennen wollen, da durch sie die Bilder angeschaut werden. Die anderen Kathetenflächen liegen auf entgegengesetzten Seiten des Gehäuses und sind parallel: sie empfangen das von den seitwärts stehenden Stäben (M, N) ausgehende Licht und

Fig. 101.

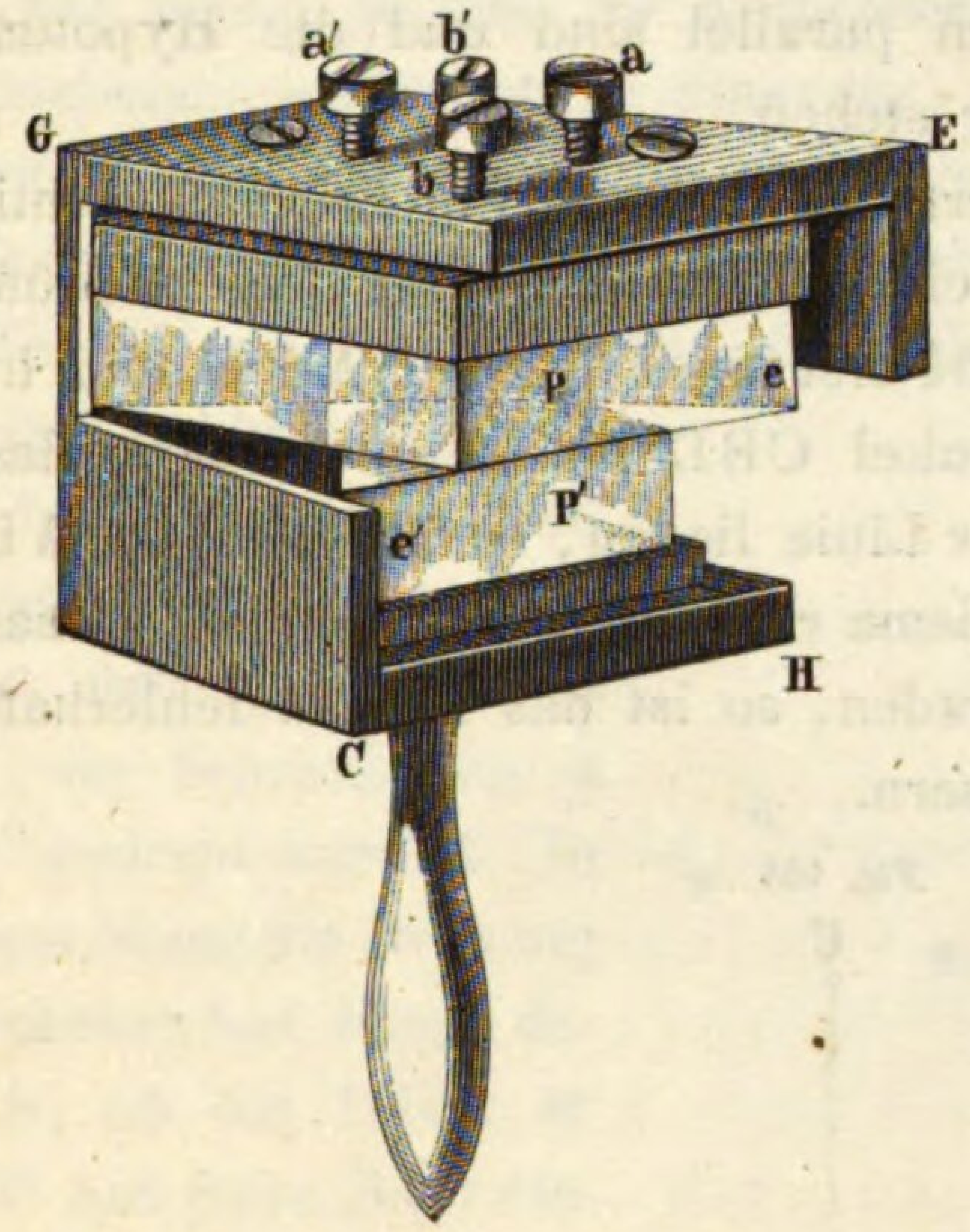
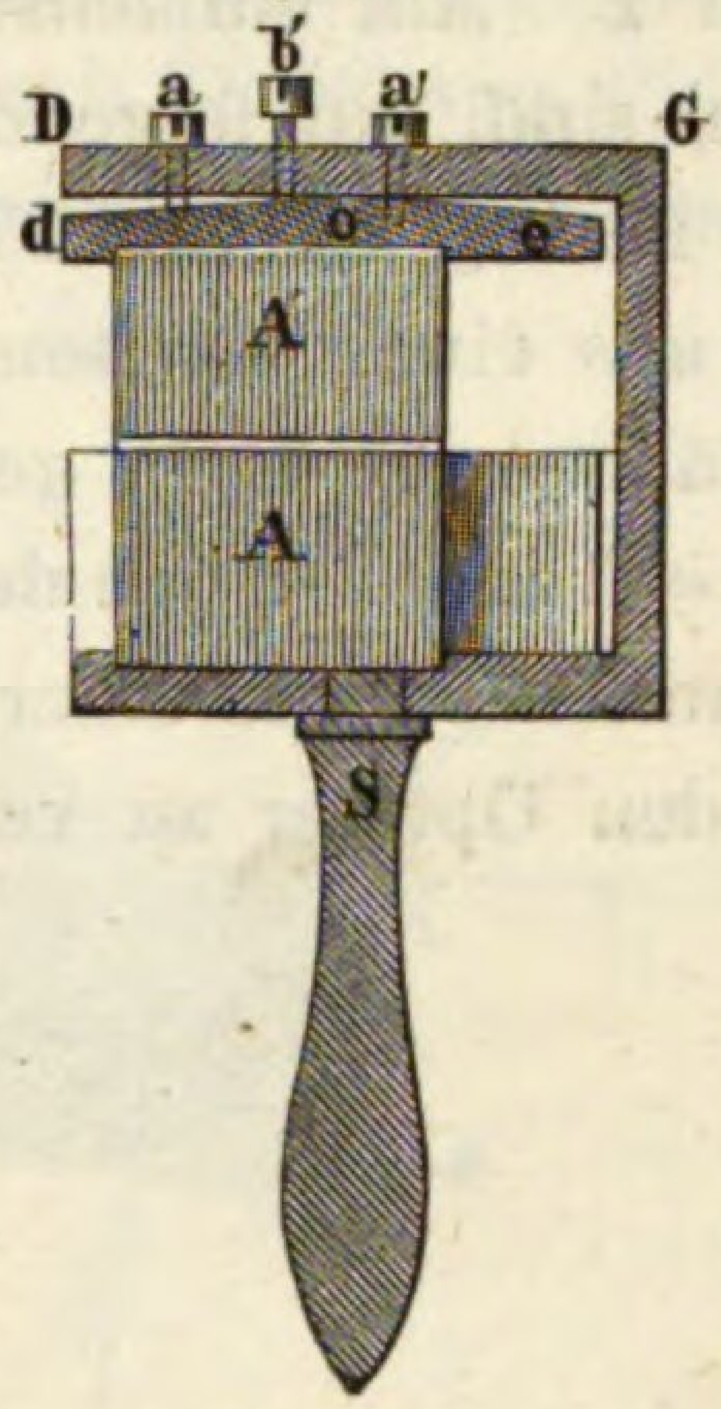
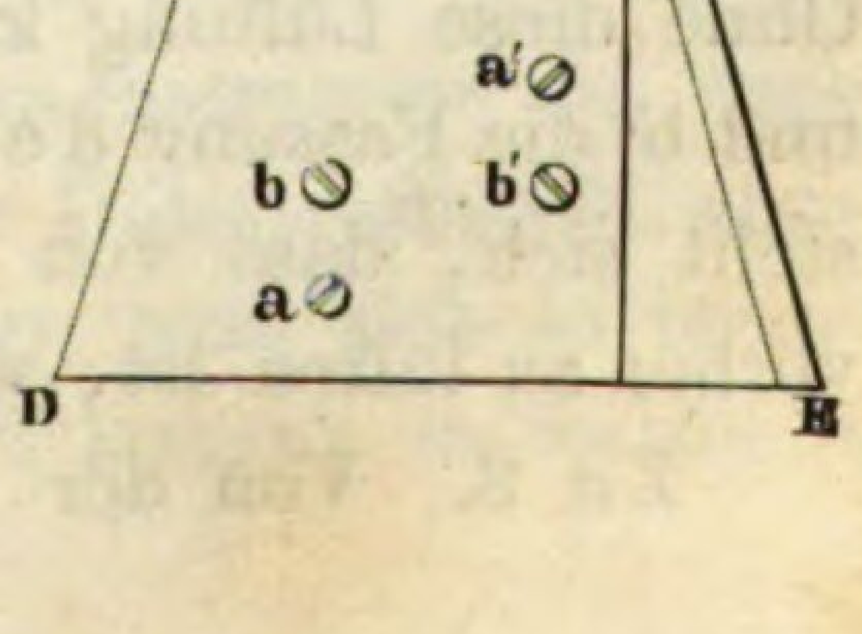


Fig. 102.



können daher die Objectivebenen der Prismen heissen. Nach der Grösse einer solchen Ebene ist das Gehäuse ausgeschnitten, damit das Licht in das entsprechende Prisma gelangen kann: links oben, rechts unten. Um die Prismen parallel zu stellen, dienen die 4 Stellschräubchen a, a' und b, b', deren Wirkungsweise sich mit Hilfe des beigedruckten Durchschnittes (nach der Linie mn in Fig. 100) leicht erklärt. Das obere Prisma (A') ist nämlich an der Fassung de, welche sich um den Punkt o ein wenig drehen kann, festgekittet. Durch die Schräubchen a und a', welche durch Schlitzen in der Gehäusplatte DG gehen und in die Fassung de eingreifen, lässt sich das obere Prisma so viel drehen als nöthig ist, um die Kathetenebenen parallel zu machen, nachdem vorher mit Hilfe der Schräubchen b und b', die bloss auf die Platte de drücken, die Axen der Prismen parallel gestellt worden sind. Die gegenseitige Stellung der in Rede stehenden Schräubchen ergibt sich aus der Oberansicht der Gehäusplatte in der beigedruckten Figur 103.

Fig. 103.



§. 107.

Prüfung und Berichtigung.

Die Prüfung des Prismenkreuzes umfasst folgende Untersuchungen:

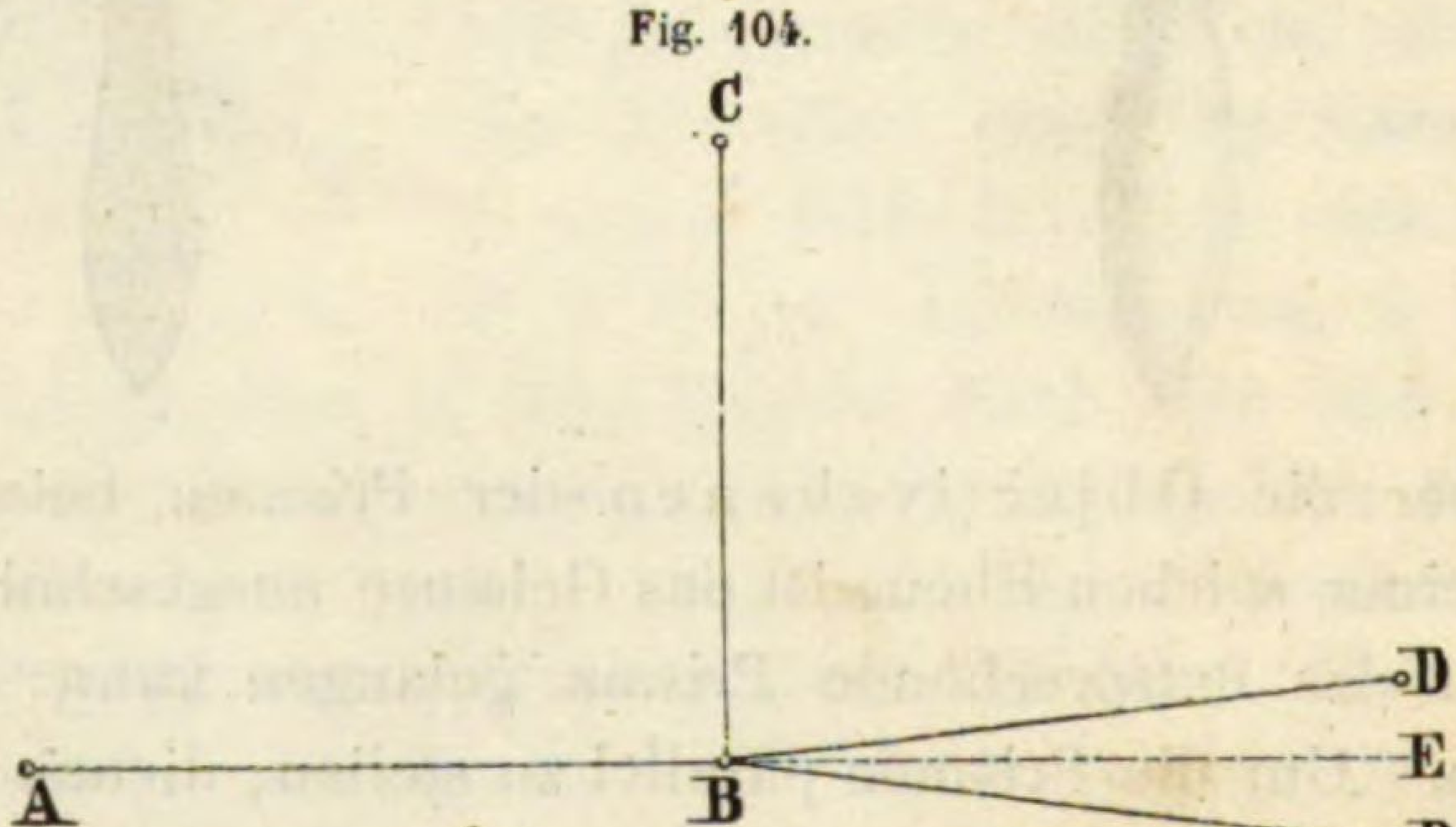
1) ob jedes der Prismen richtig geschliffen ist;

2) ob die Prismenaxen parallel sind, und

3) ob die Kathetenflächen parallel sind und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander stehen.

Zu 1. Am einfachsten erfährt man, ob die Prismen richtig geschliffen sind, auf folgende Weise. Man stecke mit dem zu prüfenden Prisma nach §. 103 und Fig. 104 erst einen Winkel A B C und hierauf von B aus einen zweiten Winkel CBD ab. Findet man, dass die drei Stäbe A, B, D in gerader Linie liegen, so ist offenbar ABC = CBD = R und folglich das Prisma richtig; liegen aber die genannten drei Punkte nicht in einer Geraden, so ist das Prisma fehlerhaft und durch den Optiker zu verbessern.

Fig. 104.

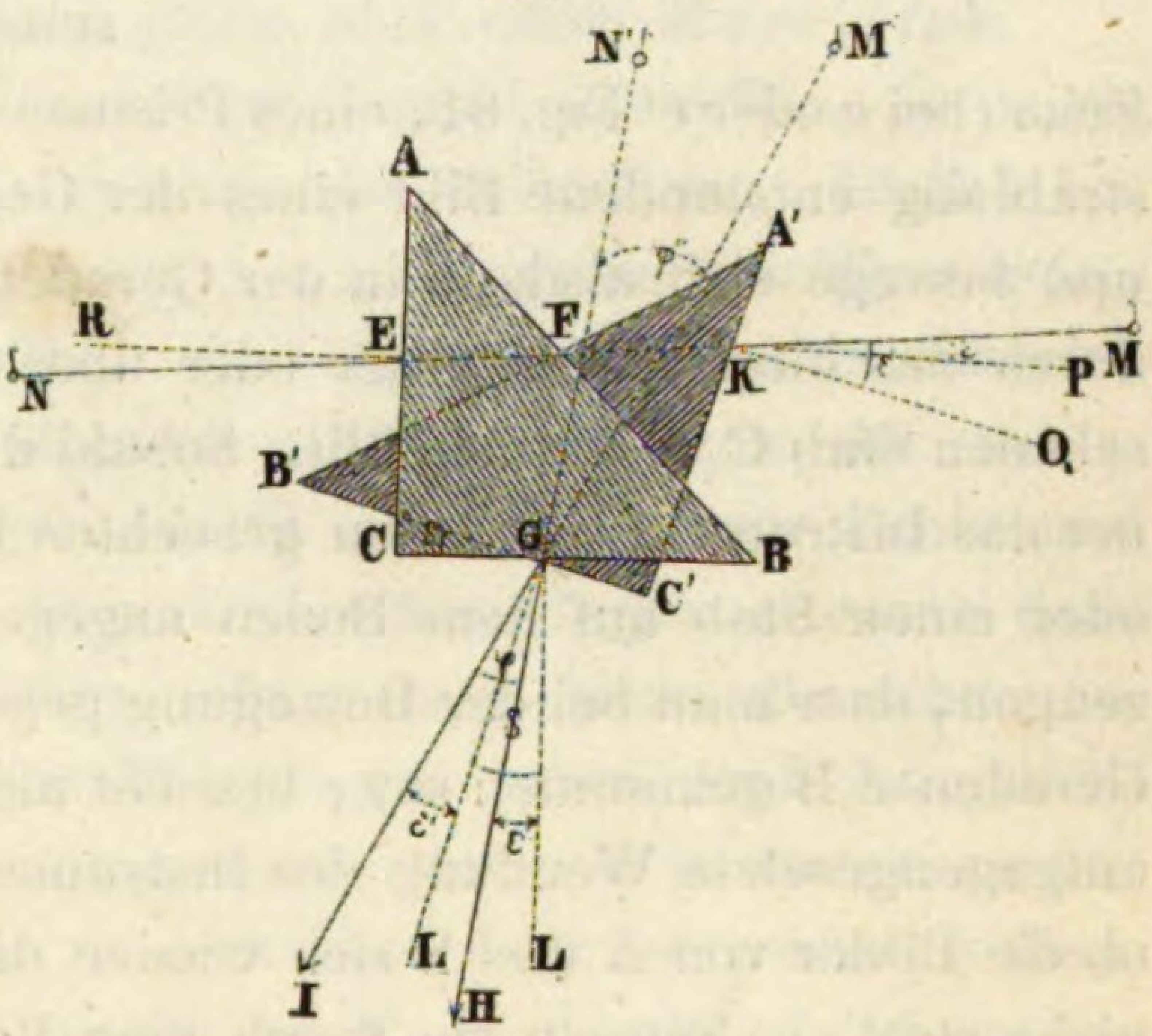


Zu 2. Um zu prüfen, ob die beiden Prismenaxen parallel sind, braucht man nur zwei parallele Gegenstände, z. B. lothrechte Stäbe, Mauerkanten, Blitzableiterstangen etc. durch die Ocularebenen zu betrachten und zuzusehen, ob auch die Bilder parallel sind oder nicht. Bilden dieselben einen Winkel mit einander, so ist der Unterschied desselben von 180° der Fehler, welcher in der Lage der Prismenaxen stattfindet und der durch die Schräubchen b, b′ weggeschafft werden muss, nachdem zuvor die beiden anderen Schräubchen etwas gelüftet wurden. Ohne diese Lüftung könnte sich durch den Druck der Schräubchen b und b′ die Fassung d e um den Punkt o nicht drehen. Von selbst versteht sich, dass von den Schräubchen b und b′ das eine ebenfalls vorher zu lüften ist, wenn das andere vorwärts gedreht werden soll.

Zu 3. Von der Parallelstellung der Kathetenebenen überzeugt

man sich, indem man drei Stäbe in ziemlich grossen Entfernungen in gerader Linie aufstellt, das Instrument über den mittleren Stab hält und zusieht, ob sich die Bilder der beiden äusseren Stäbe decken. Ist dieses der Fall, und gehen die Bilder auch nicht auseinander, wenn man das Instrument an dem bezeichneten Standpunkt um seine Axe dreht, so sind die Kathetenebenen parallel und die Hypotenusenebenen senkrecht zu einander; decken sich aber die Bilder der Stäbe nicht, so sind auch die Kathetenebenen nicht parallel und die Hypotenusenebenen nicht senkrecht. Nach Gleichung (88) zeigt der Winkel φ'', um welchen die Bilder auseinander stehen, den doppelten Fehler (δ) in der Lage der Prismen an, und es muss desshalb das obere Prisma um $\frac{1}{2}\,\varphi''$ oder δ durch die Schräubchen a und a′ gedreht werden. In welchem Sinne die Drehung zu geschehen hat, hängt davon ab, ob die Bilder M′ und N′ auf Seite ihrer Gegenstände M und N oder entgegengesetzt liegen: in dem ersteren Falle ist der Winkel AFA′ der Hypotenusenebenen grösser und in dem zweiten Falle kleiner als ein rechter, woraus sich leicht ergibt, in welchem Sinne das obere Prisma zu drehen ist, um die Grösse dieses Winkels auf 90° zurückzuführen.

Fig. 105.



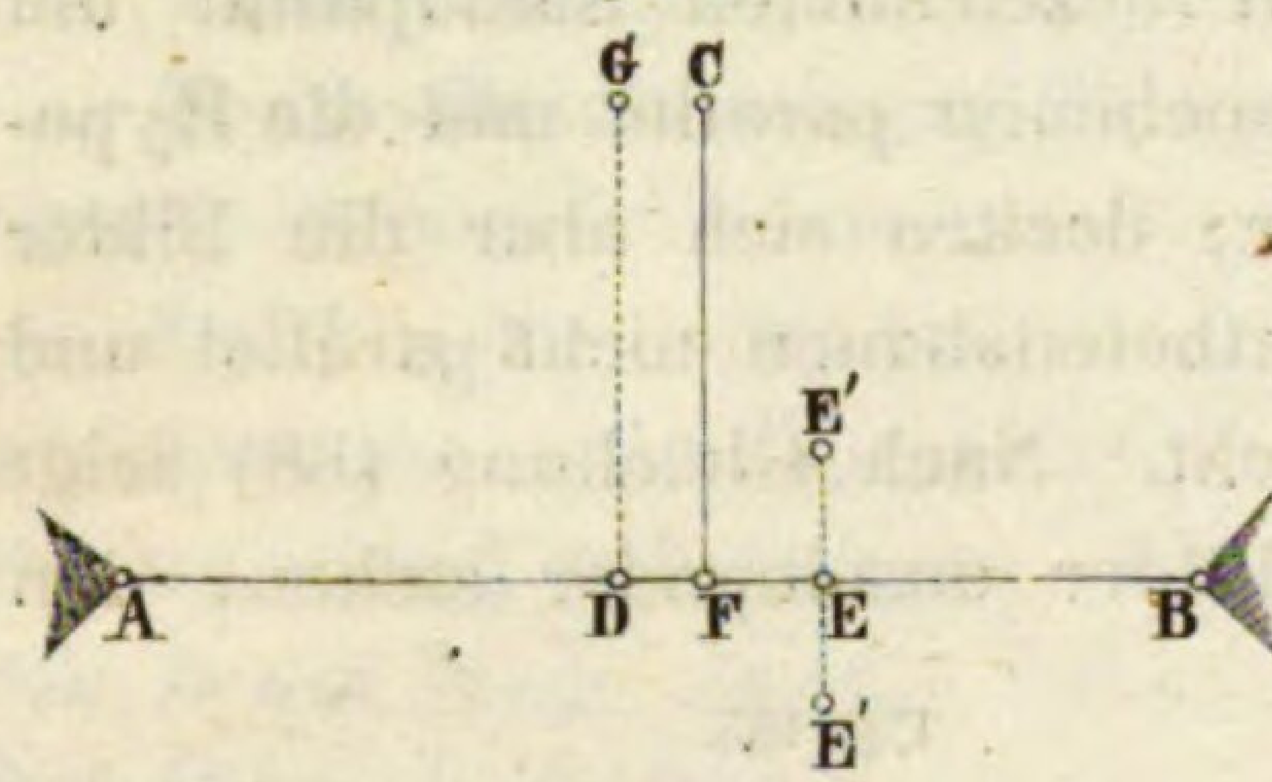
§. 108.

Gebrauch.

Soll ein Punkt E (Fig. 106) zwischen zwei gegebenen Punkten A und B, welche so liegen, dass man von einem zum anderen nicht visiren kann, in gerader Linie eingeschaltet werden, so stelle man sich mit dem Prismenkreuze in einem beliebigen Punkte E′, der in der Nähe des gesuchten liegt, auf und halte das Instrument so, dass die beiden Ocularebenen gegen das Auge, die Objectivebenen aber gegen A und B gerichtet sind. Hierauf bewege man sich so lange vor- oder rückwärts, bis man an einen Punkt E kommt, in welchem

sich die Bilder von A und B in den beiden Prismen decken, so ist E der gesuchte Punkt, welcher nunmehr durch einen unter das Instrument zu stellenden Stab bezeichnet werden kann.

Fig. 106.



Will man von einem gegebenen Punkt C ausserhalb einer gegebenen Geraden AB eine Senkrechte auf diese fällen, so richte man sich auf die eben beschriebene Weise in die Gerade AB ein, drehe das Instrument zwischen den Fingern so weit um seine Axe, bis man in der spitzen Ecke (bei e oder e' Fig. 91) eines Prismas das durch zweimalige Zurückstrahlung entstandene Bild eines der Gegenstände A oder B erblickt, und bewege sich alsdann in der Geraden AB, bis dieses Bild mit dem durch das blosse Auge unter oder über der Ecke e oder e' hinweg gesehenen Stab C zusammenfällt. Sobald diese Deckung eintritt, bezeichnet das Instrument selbst den gesuchten Punkt, welcher durch ein Loth oder einen Stab auf dem Boden angegeben wird. Um sich zu überzeugen, dass man bei der Bewegung gegen A oder B hin nicht aus der Geraden AB gekommen sey, braucht man nur die der ersten Drehung entgegengesetzte Wendung des Instruments zu machen und zuzusehen, ob die Bilder von A und B sich wieder decken. Fände diese Deckung nicht statt, so müsste sie durch eine Bewegung gegen die Linie AB wieder hergestellt und die vorige Absteckung verbessert werden.

Wie auf eine gegebene Gerade in einem bestimmten Punkt derselben eine Senkrechte abgesteckt wird, haben wir bereits im §. 103 bei Betrachtung des dreiseitigen Winkelprismas angegeben. Weitere Anwendungen des Prismenkreuzes werden in dem zweiten Theil dieses Werks, welcher die Lehre von den Messungen behandelt, gezeigt werden.

B. Instrumente zur Aufnahme der Winkel durch Zeichnung.

§. 109.

Die meisten Messungen werden in der Absicht gemacht, das Gemessene in Plänen bildlich darzustellen. Diese Absicht kann auf zwei Wegen erreicht werden: entweder mittelbar dadurch, dass man

aus den auf dem Felde gemessenen Linien und Winkeln die Figuren, welche die gegenseitige Lage der Punkte versinnlichen, zu Hause berechnet und zusammengestellt; oder unmittelbar dadurch, dass man auf einem mit Papier überzogenen Zeichnungsbrette eine Vorrichtung aufstellt, welche gestattet, die Richtungen, in denen man visirt, sofort auf das Papier zu zeichnen. Erhält man hierdurch die Winkel der Figuren, so bedarf es nur noch eines verjüngten Massstabes und eines Zirkels, um auch gemessene Längen sofort in einem bestimmten Verhältnisse zur wirklichen Grösse abtragen zu können.

Das Zeichnungsbrett muss, da es weder auf den Boden gelegt noch in der Hand gehalten werden kann, von einem Gestelle getragen werden: beide zusammen geben aber einen Messtisch.

Da die Pläne den Grundriss einer Gegend darstellen, so ist es nöthig, dass sich die Tischplatte wagrecht stellen lässt: folglich bedarf man zu dem Messtische ausser der hiefür passenden Einrichtung seines Gestelles einer Libelle. Soll die von einem bestimmten Punkte des Feldes aus aufgenommene verjüngte Figur der natürlichen geometrisch ähnlich seyn, so ist klar, dass jener Punkt und sein Bild auf dem Papier in einer Lothrechten liegen müssen: dazu ist aber eine Lothgabel nöthig. Fügt man hiezu die schon erwähnte Visirvorrichtung, welche Kippregel heisst, und den gleichfalls schon genannten Zeichnungsmassstab, so ist der gesammte Messtischapparat, den wir nun im Einzelnen betrachten wollen, beisammen. Dieser Apparat wurde zu Ende des 16. Jahrhunderts (im Jahre 1590) vom Professor Praetorius in Altdorf bei Nürnberg erfunden und hat seitdem sehr mannichfaltige Abänderungen und Verbesserungen erfahren. Da wir jedoch keine Geschichte desselben schreiben, sondern nur sein Wesen und seinen Gebrauch zeigen wollen, so wird es genügen, dieses an dem Apparate zu thun, welcher nach Reichenbach's Angabe in dem mechanischen Institute von Ertel und Sohn in München angefertigt und in einem grossen Theile von Deutschland angewendet wird.

Der Messtisch (Mensel).

§. 110.

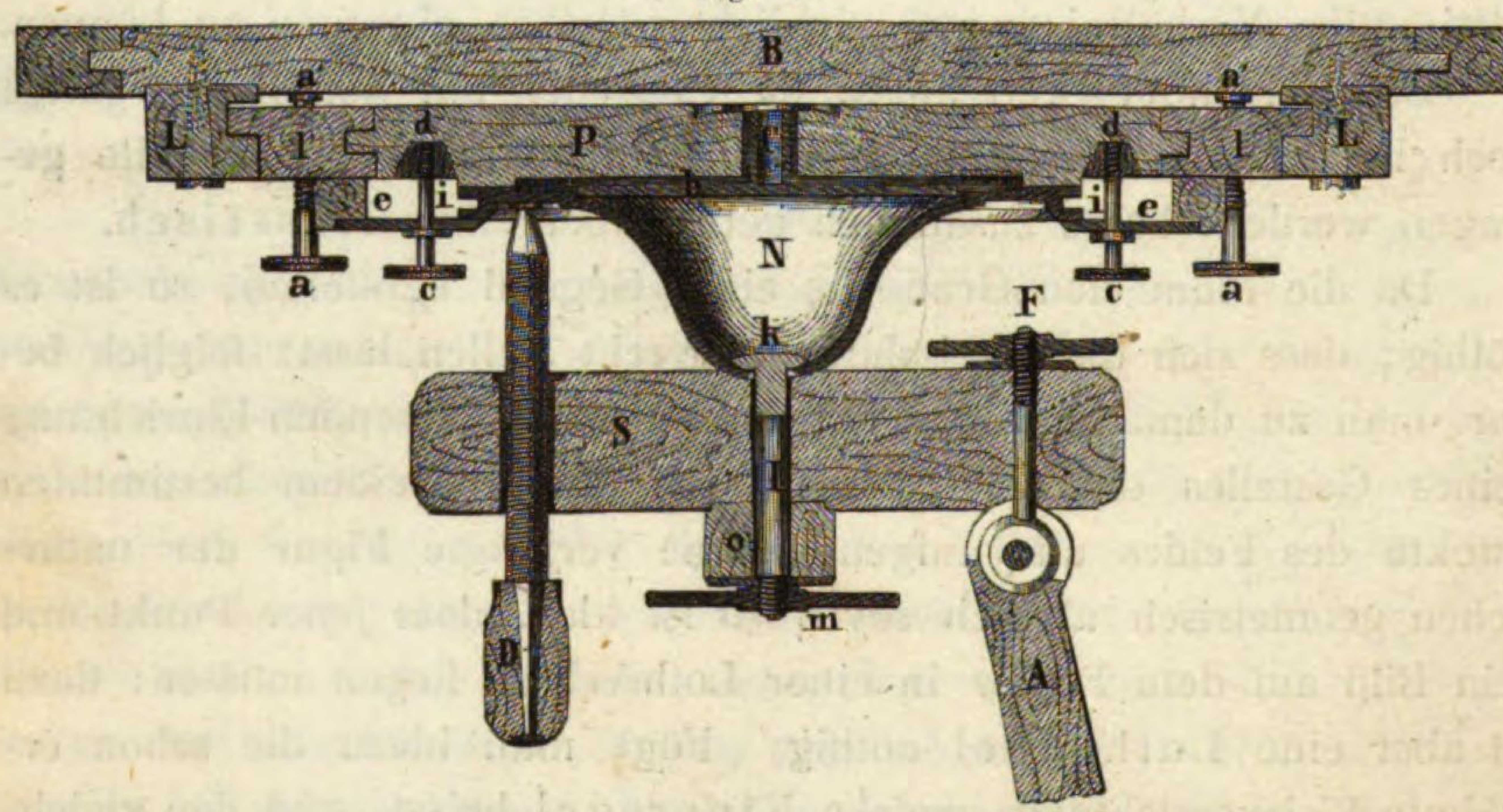
Beschreibung.

Die Hauptbestandtheile jedes und folglich auch des münchener Messtisches sind das Blatt und das Gestelle (Stativ). In Fig. 107

sind beide senkrecht durchschnitten, während Fig. 108 eine Ansicht des Gestelles gibt.

Das Messtischblatt (B) muss ein vorzügliches Reissbrett von rechteckiger oder quadratischer Grundform seyn und darf seine ebene Oberfläche durch atmosphärische Einwirkungen nicht verändern. Hier beträgt die Quadratseite 1,8 Fuss bayr.; an andern Messtischen misst sie oft nur $1\frac{1}{2}$, manchmal aber auch $2\frac{1}{2}$ Fuss. Zur Vermeidung des

Fig. 107.

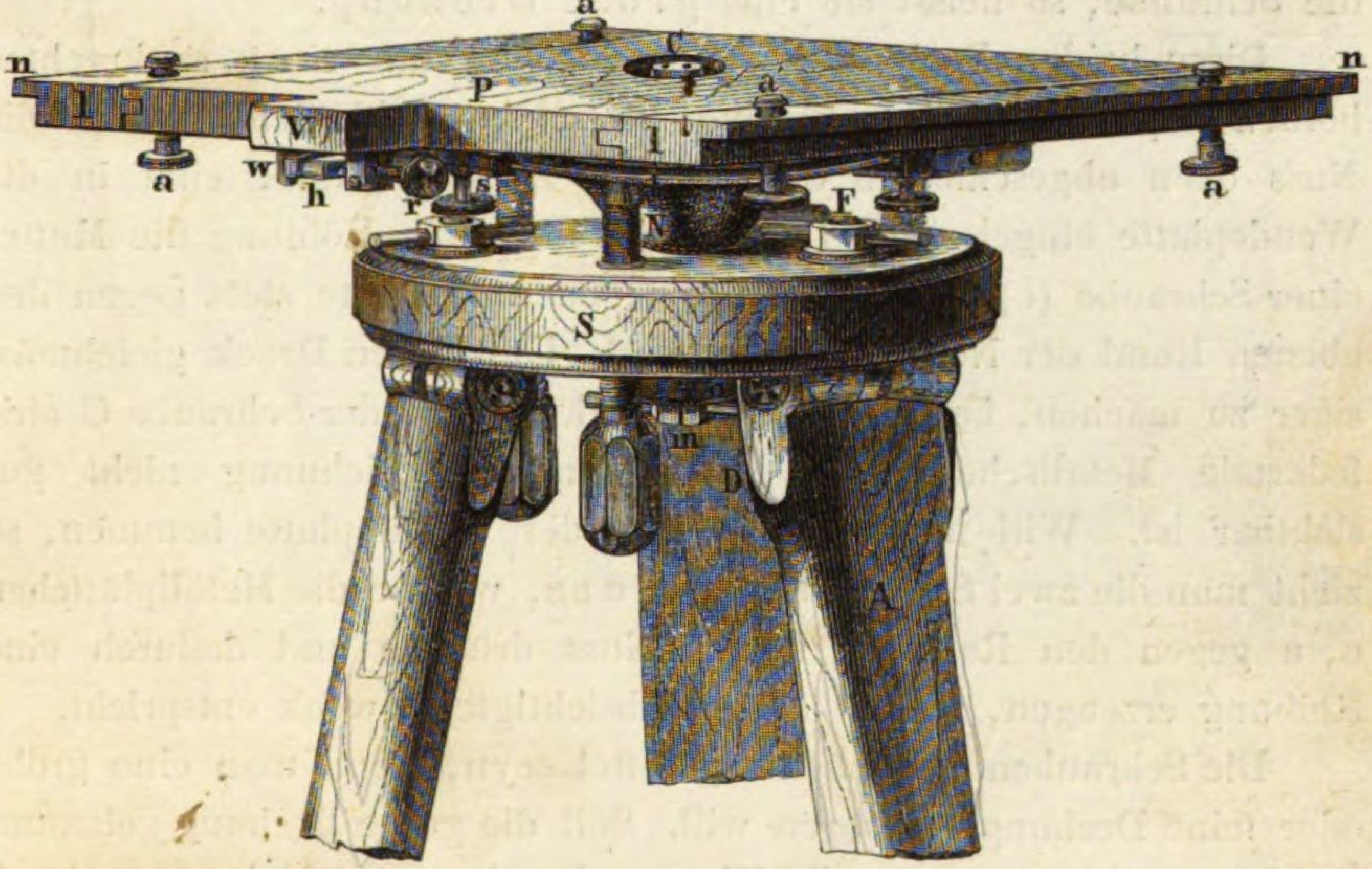


Werfens wird das Blatt aus einem Rahmen und mehreren rechteckigen Platten von gut ausgetrocknetem Ahorn- oder Lindenholz in der Art zusammengesetzt, dass sich die Fasernlagen kreuzen. Die Verbindung des Blattes mit dem Gestelle geschieht durch zwei auf der unteren Blattfläche festgeschraubte und mit Nuthen versehene Leisten (L, L), welche an die Federn (n, n) der Wendeplatte (P) des Gestelles gesteckt und durch vier in dieser Platte stehende Stellschrauben (a, a) fest angedrückt werden können. Auf diesem Wege lässt sich das Messtischblatt in der Richtung seiner Leisten verschieben und feststellen.

Das Messtischgestelle soll sich vor allem auf wie immer geneigtem festen Boden leicht und unbeweglich aufstellen lassen. Dieses geschieht hier durch drei mit eisernen Schuhen beschlagene Beine (A, A), welche mit einem $2\frac{1}{2}$ Zoll dicken cylindrischen Kopfe (S) in folgender Weise verbunden sind. Die oberen Enden der Beine sind walzenförmig abgerundet und passen in eine ähnliche Vertiefung des Kopfes. Nach der Axe der Rundung geht durch jedes Bein ein

Metallcylinder, welcher in der Mitte von einer in einem Ausschnitte des Beines steckenden Metallscheibe gefasst wird, die sich an einer den Gestellkopf (S) durchdringenden Schraube (F) befindet. Durch Anziehen und Nachlassen der Mutter dieser Schraube mit einem Knebel kann die Reibung des Beins in seiner Höhlung vermehrt und vermindert und folglich seine Beweglichkeit kleiner und grösser gemacht werden.

Fig. 108.



Ferner soll das Gestelle so eingerichtet seyn, dass es eine leichte Vertikalbewegung des Blattes gestattet, um dasselbe mit Hilfe einer Libelle wagrecht zu stellen. Zu dem Ende ist hier die Wendeplatte (P) mit einer metallenen Nuss (N) verbunden, welche in einer Höhlung des Gestellkopfes (S) ruht und mit einer durch sie und den Kopf gesteckten Schraube (I) mehr oder weniger gegen die Unterlage gedrückt werden kann. Dreht man die Mutter (m) zurück, so kann sich die Nuss in ihrer Höhlung um den Kopf (k) der Schraube in dem Masse bewegen als es die drei Stellschrauben (D) gestatten, welche auf ihren platten Rand, in den sie an der Wendeplatte ausläuft, drücken. Da durch drei Punkte die Lage einer Ebene bestimmt ist, so sieht man leicht ein, dass durch die eben genannten Stellschrauben die Wendeplatte (P) und mit ihr das Tischblatt (B) in ihrer Neigung gegen den Horizont verändert werden können. Bei

dieser Veränderung soll die Nuss nicht mehr gelüftet werden als nöthig ist, sie durch den sanften Druck der Stellschrauben um den Punkt k zu bewegen. (Fig. 107.)

Die Wendeplatte soll eine Drehung des Blattes im wagrechten Sinne gewähren, um eine gezeichnete Richtung mit einer natürlichen auf dem Felde parallel zu stellen. Geschieht diese Drehung um einen sehr kleinen Winkel mit Hilfe einer Schraube, so nennt man sie eine feine; geschieht sie aber mit der Hand ohne die Schraube, so heisst sie eine grobe Drehung.

Diese beiden Drehungen geschehen hier um einen senkrechten hohlen Zapfen, welcher auf einer Metallplatte (b) steht, womit die Nuss oben abgeschlossen ist. Diesen Zapfen umgibt eine in die Wendeplatte eingelassene Hülse, während seine Höhlung die Mutter einer Schraube (c) ist, wodurch die genannte Platte stets gegen den ebenen Rand der Nuss gedrückt wird. Um diesen Druck gleichmässiger zu machen, befindet sich unter dem Kopf der Schraube C eine federnde Metallscheibe, die jedoch in der Zeichnung nicht gut sichtbar ist. Will man die Drehung der Wendeplatte hemmen, so zieht man die zwei Stellschrauben c, c an, welche die Metallplättchen e, e gegen den Rand (i, i) der Nuss drücken und dadurch eine Reibung erzeugen, welche dem beabsichtigten Zweck entspricht.

Die Schrauben c, c müssen gelüftet seyn, wenn man eine grobe oder feine Drehung ausführen will. Soll die grobe Drehung gehemmt werden, so hat man nur die Klemmschraube s anzuziehen, wodurch die Wendeplatte in Folge der Reibung der Klemmplatte u an dem genutheten Rand der Nuss festgehalten wird, wie aus den Figuren 109 und 110 deutlich zu entnehmen ist, von denen die erstere einen Durchschnitt und die letztere eine Unteransicht der Klemmvorrichtung darstellt.

Fig. 109.

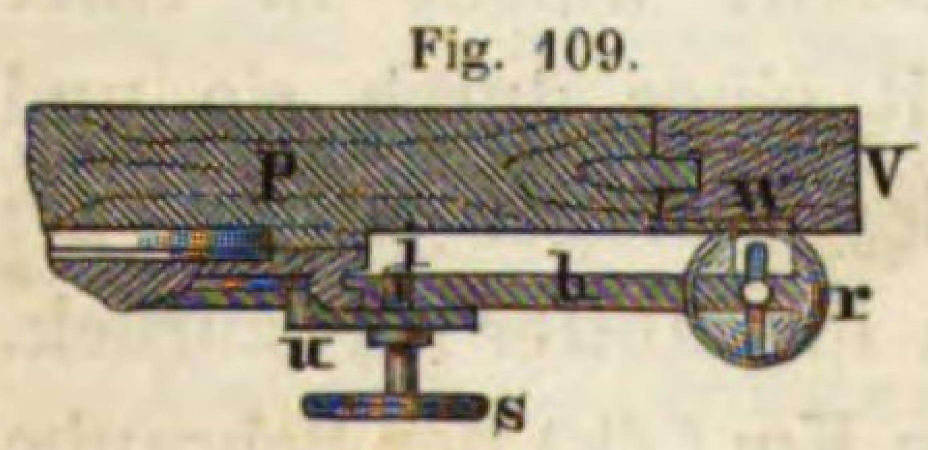
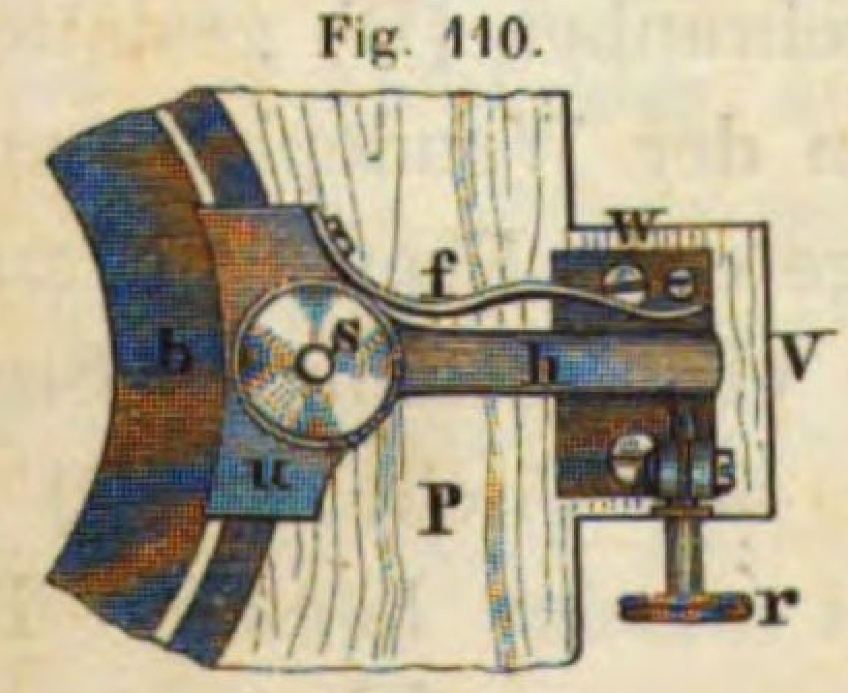


Fig. 110.



Nach dieser Hemmung ist aber noch eine feine Drehung mit der Schraube r möglich; denn da durch die Klemmschraube s nur der Arm h an der Nuss festgestellt wurde, so kann sich die Wendeplatte noch um ihre Axe (c) drehen. Diese Drehung ist indess auf den kleinen Bogen eingeschränkt, welcher vom Fusse der Schraube r bis an die Stahlfeder f reicht die an der

Klemmplatte u sitzt. Man entnimmt hieraus, dass dem Messtischblatte schon durch die grobe Drehung seine vorgeschriebene Richtung nahehin gegeben werden muss, wenn die genaue Einstellung durch die feine Drehung möglich seyn soll. Ist diese Einstellung bewirkt, so zieht man die Schrauben c, c fest an, um jede weitere Drehung unmöglich zu machen.

§. 111.

Aufstellung des Messtisches.

Diese Aufstellung kann unter verschiedenen Bedingungen geschehen; wer jedoch die folgenden drei gleichzeitig zu erfüllen versteht, weiss sich in allen Fällen zu helfen. Es sey nämlich

1) ein gegebener Punkt des Messtischblatts über einen gegebenen Punkt des Feldes zu bringen;

2) eine von jenem Punkte ausgehende Richtung des Blattes mit einer entsprechenden auf dem Felde in eine Ebene zu drehen, und

3) das Messtischblatt wagrecht zu stellen.

Wir wollen die gegebene Richtung auf dem Felde M N und ihr Bild auf dem Messtischblatte m n nennen und annehmen, es sey zunächst m über M centrisch aufzustellen, so dass m in dem Lothe von M liegt.

Man bringe den Messtisch über den Punkt M des Feldes und stelle ihn so, dass nach dem Augenmasse erstens m über M, zweitens m n in der Richtung von M N, und drittens das Blatt ziemlich wagrecht liegt. Diese erste Aufstellung prüfe man hierauf mit der Lothgabel und verbessere sie nach Massgabe der Abweichung, welche dieselbe anzeigt, entweder durch Verschiebung des Blattes, oder durch Versetzen des Gestelles, oder durch beide zugleich. Nach einigen Versuchen wird man es dahin bringen, dass m centrisch über M steht; während m n nahehin in M N liegt und das Blatt nicht stark von der wagrechten Lage abweicht.

Nun beginnt die Horizontalstellung damit, dass man die Knebelmutter m öffnet und eine berichtigte Röhrenlibelle in der Richtung zweier Stellschrauben D, D auf das Messtischblatt setzt. Indem man eine dieser Schrauben zurück, die andere vorwärts dreht, bringt man die Libelle zum Einspielen. Das Blatt steht also in der Richtung der Libellenaxe wagrecht. Nun stelle man die Libelle senkrecht auf ihre erste Richtung, so dass sie jetzt über die dritte

Stellschraube D weggeht. Bringt man mit dieser Schraube die Libelle wieder zum Einspielen, so steht das Blatt nach der zweiten Richtung wagrecht. Durch diese zweite Stellung kann aber die erste etwas verändert worden seyn; man bringt daher die Libelle in ihre erste Lage zurück und bewirkt, indem man gleichzeitig die Mutter m etwas anzieht, durch die Stellschrauben D, D abermals das Einspielen. Hierauf kommt die Libelle wiederholt in die zweite Lage, und es wird auch hier das Horizontalstellen durch die dritte Schaube D gleichzeitig mit dem Anziehen der Mutter m bewirkt. Eine Rückversetzung der Libelle in die erste Lage zeigt jetzt kaum mehr eine Abweichung; ist dieses aber der Fall, so muss die Libelle an jeder Stelle des Bretts, wenn dieses und das aufgespannte Papier vollkommen eben sind, einspielen. Es ist wesentlich, dass man die Primschraube J durch die Knebelmutter m so stark anzieht, dass sich die Nuss nicht mehr drehen kann; dieses Anziehen darf aber selbstverständlich nicht nach der Horizontalstellung geschehen, sondern muss, wie schon angegeben, während dieser nach und nach vorgenommen werden.

Nach der Horizontalstellung ist noch die Einstellung der Richtung m n in die Richtung M N zu bewirken. Da schon vorher m n nach dem Augenmasse in die Ebene von M N gebracht wurde, so wird die feine Drehung hinreichen, das Zusammenfallen der Ebenen von M N und m n zu bewirken. Zu dem Ende denke man sich an m n ein Diopter gelegt, dessen Visirebene durch m n geht; öffne die Schrauben c, c etwas, ziehe die Klemmschraube s an und drehe die Mikrometerschraube nach Erforderniss vor- oder rückwärts, bis die Visirlinie auf den Punkt N trifft. Schliesst man alsdann die Schrauben c, c, so dass die Platten e, e an dem Rand der Nuss fest anstehen, so ist die Aufgabe gelöst und eine wiederholte Prüfung mit der Lothgabel, der Libelle und dem Visirwerkzeug wird zeigen, ob sie mehr oder weniger gut gelöst ist. Eine geringe Abweichung des Punktes m aus der Lothlinie von M schadet übrigens, wie später nachgewiesen wird, nichts, indem selbst bei einer Abweichung von einem Zolle die daraus hervorgehenden Winkelfehler noch lange innerhalb der Genauigkeitsgrenze, welche die Messtischaufnahme gewährt, liegen. Um so mehr ist aber auf die genaue Einstellung der Linie m n und in unebenem Terrain auf die wagrechte Lage des Messtischblattes zu sehen.

Die Kippregel.

§. 112.

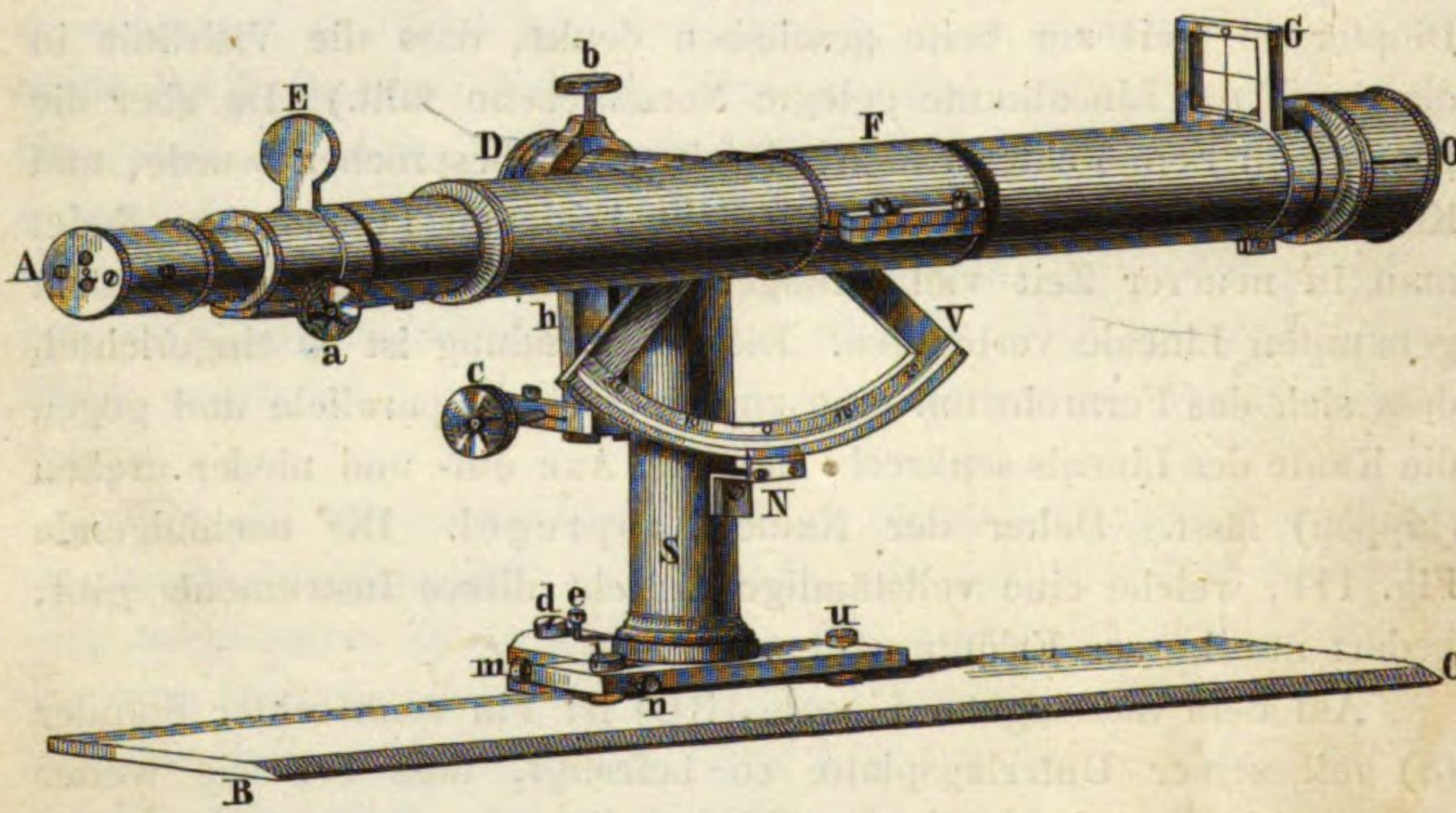
Beschreibung.

Die Vorrichtungen zur Bestimmung der gegenseitigen Lage der Winkelschenkel sind sehr verschieden. Früher bediente man sich fast ausschliesslich des Diopterlineals, einer Verbindung von einem messingnen Lineale mit zwei Diopteru, deren Visirebene durch die Kante des Lineals geht und auf dessen Ebene senkrecht steht. (Fig. 5 gibt hievon eine Anschauung, wenn man sich die Diopter so weit zur Seite geschoben denkt, dass die Visirlinie in die durch die Linealkante gelegte Normalebene fällt.) Da aber die Diopter an dem Fehler leiden, der in §. 25 besprochen wurde, und Kurzsichtige derselben sich gar nicht bedienen können, so findet man in neuerer Zeit viel häufiger Fernrohre als Diopter mit dem genannten Lineale verbunden. Diese Verbindung ist so eingerichtet, dass sich das Fernrohr um eine zur Linealebene parallele und gegen die Kante des Lineals senkrecht stehende Axe auf- und nieder drehen (kippen) lässt. Daher der Name Kippregel. Die nachfolgende Fig. 111, welche eine vollständige Ansicht dieses Instruments gibt, bedarf nur kurzer Erläuterungen.

Auf dem messingnen Lineale (BC) ist ein senkrechter Ständer (S) mit seiner Unterlagsplatte so befestigt, dass er, wie weiter unten erklärt wird, durch die Schräubchen d, e und m, n sowohl im lothrechten als wagrechten Sinne etwas gedreht werden kann. Dieser Ständer trägt an seinem Kopfe eine zu seiner Mittellinie senkrecht stehende Axe (D) mit der das Fernrohr (F) rechtwinklich verbunden ist und um welche es gekippt wird. Man nennt diese Axe die Drehaxe des Fernrohrs. Dieselbe reicht so weit über den Ständer hinaus, dass die optische Axe in die Normalebene der Linealkante (BC) gebracht werden kann. Das Fernrohr, ein astronomisches mit Fadenkreuz, kann eine grobe und eine feine Drehung machen. Die grobe ist möglich, wenn durch Rückwärtsdrehen der Schraube b der Druck auf die Drehaxe aufgehoben wird, und die feine, wenn man die Schraube b anzieht und die Mikrometerschraube C (welche auf den Hebel h drückt, dem eine Stahlfeder entgegenwirkt) vor- oder rückwärts dreht. Ein Gradbogen (V), dessen Ebene der Visirebene parallel ist und dessen Mittelpunkt in der Drehaxe liegt,

die in ihrer Verlängerung die optische Axe schneidet, dient zur Messung der Höhen- und Tiefenwinkel der Visirlinien. Dieser mit der Drehaxe festverbundene Bogen ist kein wesentliches Erforderniss der Kippregel, erscheint aber als angenehme Beigabe in Fällen, wo man die Grösse der genannten Winkel zu kennen wünscht. Sein Nullpunkt soll in der Senkrechten liegen, die man im Mittelpunkte des Bogens gleichzeitig auf die Drehaxe und die Richtung der Visirlinie des Fernrohrs ziehen kann. Vom Nullpunkt aus ist

Fig. 111.



der Bogen nach beiden Seiten hin in der Regel nur bis auf halbe Grade unmittelbar getheilt, während der an dem Ständer feststehende [1] Nonius (N) zur mittelbaren Ablesung bis auf einzelne Minuten eingerichtet ist. Bei horizontaler Stellung des Messtisches gibt selbstverständlich die linke Seite des Bogens Höhenwinkel und die rechte Tiefenwinkel an. Das Diopter (EG), welches auf dem Fernrohre steht, kann man zur schnelleren Auffindung der anzuvisirenden Gegenstände und auch zur Aufnahme selbst benützen. Sowohl das Ocular (E) als das Objectiv (G) ist mit einem Klemmring an das Rohr geschraubt; beide lassen sich also etwas zur Seite drehen, wenn es nöthig ist.

[1] Für die Messung der Winkel ist es begreiflicherweise einerlei, ob sich der Nonius oder der Kreisrand verschieben lässt. (§. 70.)

§. 113.

Prüfung und Berichtigung.

Von einer guten Kippregel wird verlangt:

1) dass die Kante des Lineals vollkommen gerade sey;

2) dass das Fadenkreuz deutlich gesehen werde;

3) dass die Visirlinie in einer Ebene sich bewege;

4) dass diese Ebene auf der Linealebene senkrecht stehe;

5) dass die Visirebene durch die Linealkante gehe oder wenigstens damit parallel sey; und endlich

6) dass bei paralleler Lage der optischen Axe und der Linealkante die Nullpunkte des Vertikalkreises und seines Nonius sich decken.

Zu 1 und 2. Diese beiden Untersuchungen sind aus leicht aufzufindenden Gründen nöthig und ihre Ausführung darf als bekannt vorausgesetzt werden.

Zu 3 und 4. Die Nothwendigkeit der Forderungen (3) und (4) leuchtet sofort ein, wenn man bedenkt, dass die Kippregel dazu bestimmt ist, die in verschiedenen Lagen befindlichen Winkelschenkel auf das Messtischblatt zu projiciren. Man nimmt diese zwei Untersuchungen in der Regel gemeinschaftlich vor, da die dritte für sich desshalb schwer auszuführen ist, weil sich das Fernrohr in den meisten Fällen nicht durchschlagen (d. h. in die entgegengesetzte Richtung drehen) lässt. Es sind jedoch selbstverständlich beide Forderungen erfüllt, wenn der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes beim Auf- und Niederbewegen des Rohrs der auf wagrechter Unterlage stehenden Kippregel fortwährend eine lothrechte Linie deckt.

Darum verschaffe man sich zunächst eine lothrechte Linie durch einen langen Senkel oder eine Mauerkante und stelle in einer Entfernung von etwa 100 Fuss den Messtisch wagrecht und die zu prüfende Kippregel darauf. Alsdann stelle man durch Drehung des Instruments das Fadenkreuz auf einen beliebigen Punkt des Lothes ein und sehe zu, ob dasselbe beim Auf- und Niederkippen fortwährend dieses Loth deckt oder nicht. Geht dabei das Fadenkreuz vom Loth ab, so sind entweder die Fehler (3) und (4) einzeln oder gemeinschaftlich vorhanden; d. h. es steht entweder die Absehlinie zur Drehaxe des Fernrohrs nicht senkrecht (3), oder es ist diese Axe der Ebene des Lineals nicht parallel (4), oder endlich es neigt

sich die Drehaxe gleichzeitig zu der Absehlinie und der Ebene des Lineals.

Fig. 112.

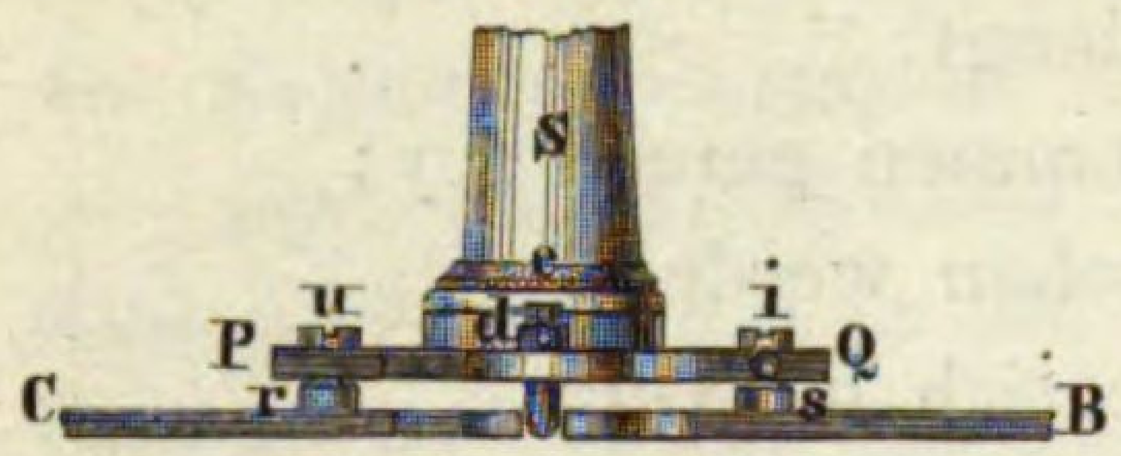
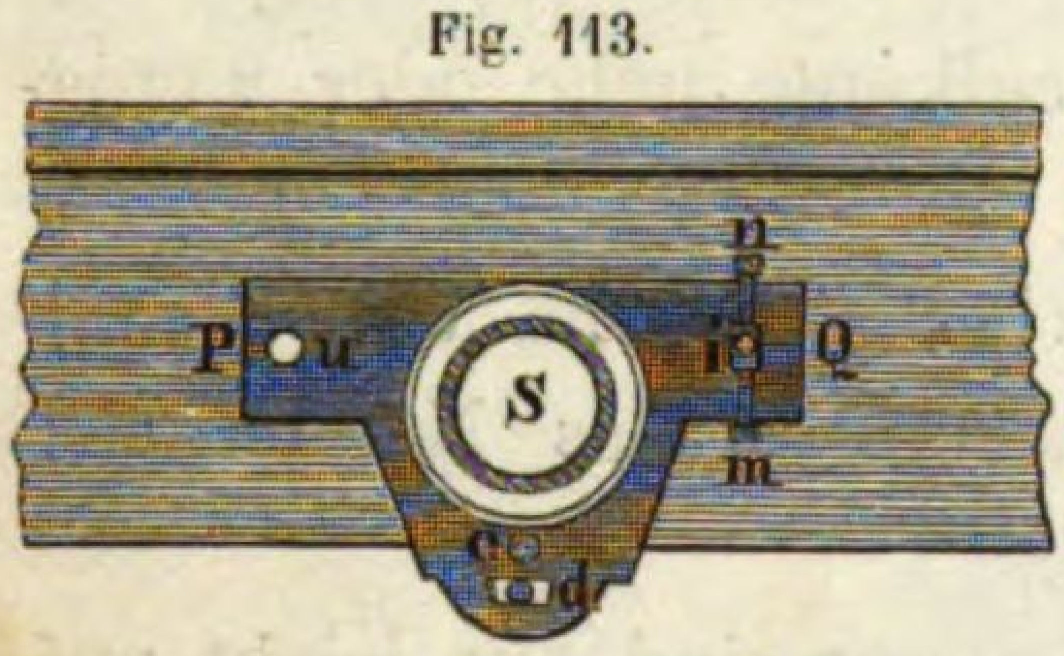


Fig. 113.



Häufig rührt die erwähnte Abweichung nur von dem Fehler Nr. 4 her. Man verbessert daher zunächst die Stellung der Drehaxe gegen die Ebene des Lineals nach Massgabe der Abweichung der Visirebene von der lothrechten Lage. Da diese Axe senkrecht zum Ständer steht, so muss dessen Axe gegen die Linealebene verändert werden, was auf folgende Weise geschieht. Die Unterlagplatte (PQ) des Ständers ruht auf den 3 Punkten r, s (Fig. 112) und e (Fig. 113). Lüftet man die Schräubchen u und i, so kann dieselbe um die Axe rs mit Hülfe der Schräubchen d und e gedreht werden. Soll nämlich die Axe des Ständers und damit die Drehaxe des Fernrohrs gegen die Vorderseite des Lineals geneigt werden, so muss die Unterlagplatte bei d, e erhoben werden, was durch Lüftung des Schräubchens d und Anziehen von e geschieht, da das erstere Schräubchen in das Lineal eingreift, das letztere aber bloss darauf drückt. Die entgegengesetzten Drehungen der Schräubchen bringen auch die entgegengesetzten Bewegungen der Axen hervor.

Ist es durch diese Verbesserungen nicht möglich, das Fernrohr dahin zu bringen, dass bei wagrechter Lage des Messtischblattes das Fadenkreuz im Auf- und Niederkippen fortwährend an der lothrechten Linie, auf deren einen Punkt es anfangs eingestellt war, hingleitet, so ist es wahrscheinlich, dass die optische Axe nicht senkrecht steht zur Drehaxe. Um sich hierüber mehr Gewissheit zu verschaffen, stelle man das Fadenkreuz auf den obersten Punkt der Lothlinie ein und beobachte beim Niederkippen die Abstände des Kreuzpunktes von dieser Linie. Findet man, dass dieselben erst zu- und dann wieder abnehmen, so ist dieses ein Beweis für die schiefe Lage der Axen; denn in diesem Falle beschreibt die optische Axe um die Drehaxe einen Kegel und der Weg, den das Fadenkreuz am Lothe bezeichnet, ist der Schnitt des Kegelmantels mit einer durch das Loth gehenden und der Kegelaxe parallelen Ebene, demnach ein

Stück von einer Hyperbel. Ständen die beiden Axen senkrecht gegen einander, so wäre der Weg des Fadenkreuzes eine gerade Linie, die immer stärker von dem Lothe abwiche, je tiefer das Rohr herabgedreht würde. Ein solcher Fehler, wenn er sich zeigt, kann durch seitliche Verschiebung des Fadenkreuzes verbessert werden, da dessen Schnittpunkt und der optische Mittelpunkt des Objectivs die Visirlinie bestimmen. Die Verschiebung des Rings, welcher das Fadenkreuz trägt, geschieht auf die in §. 65 angegebene Weise. Nach welcher Seite das Kreuz verstellt werden muss, wird in jedem gegebenen Falle der Augenschein leicht klar machen.

Ist die Kippregel zum Durchschlagen eingerichtet, so kann man die Untersuchung Nr. 3 auf folgende Weise für sich durchführen. Man stelle den Messtisch horizontal und richte die Kippregel so, dass zwei etwa 100 und 200 Fuss entfernte lothrechte Stäbe A und B von dem Fadenkreuze des Fernrohrs gedeckt werden, d. h. in der Visirlinie liegen. Alsdann schlage man das Fernrohr durch, ohne an der Stellung des Instruments sonst etwas zu verändern und stecke einen Stab C in einer Entfernung von 100 oder 150 Fuss so auf, dass er von dem Fadenkreuz geschnitten wird, also in der neuen Visirlinie liegt. Steht nun dieser dritte Stab mit den beiden ersten in gerader Linie, was man nach Wegnahme der Kippregel vom Messtische von B oder C aus untersuchen kann, so ist die Drehaxe des Fernrohrs senkrecht zur optischen Axe; liegen aber die drei Stäbe in zwei verschiedenen Vertikalebenen, so findet diese winkelrechte Lage der Axen nicht statt und es ist leicht zu finden, auf welcher Seite die Drehaxe einen spitzen oder stumpfen Winkel mit der Fernrohraxe bildet. Durch seitliche Verschiebung des Fadenkreuzes kann man es leicht dahin bringen, dass beide Winkel gleich werden oder die Visirlinie und die Drehaxe senkrecht auf einander stehen.

Zu 5. Man befestige auf dem Messtische, 15 bis 20 Zoll von einander entfernt, zwei feine Nadeln senkrecht und stelle das Blatt wagrecht; dann setze man die Kippregel so darauf, dass die Linealkante an den beiden Nadeln liegt, und drehe schliesslich das Blatt so lange, bis das Fadenkreuz einen etwa 200 Fuss entfernten lothrechten Stab deckt. Visirt man nun auch an den beiden Nadeln hin, so decken dieselben den genannten Stab entweder, oder die Absehlinie geht an ihm vorbei. In dem ersteren Falle ist die Forderung Nr. 5 erfüllt, in dem zweiten aber nicht. Je nachdem die

von den Nadeln bestimmte Visirlinie rechts oder links vom Stabe liegt, ist das Fernrohr am Ocularende links oder rechts zu drehen, bis die Drehaxe desselben senkrecht steht gegen die Richtung der Linealkante. Diese Drehung geschieht um den Punkt u und wird durch die Schräubchen m und n bewirkt. Es müssen zu dem Ende die Schräubchen u und d ein wenig gelüftet werden. Damit die Drehung um u stattfinden kann, während d in das Lineal hineingreift, ist die Platte PQ, wie Fig. 113 zeigt, bei d so weit ausgeschlitzt, als diese Drehung im ungünsigsten Falle erfordert. Die Wechselwirkung der Schräubchen m und n ist für sich klar: ihr Stützpunkt ist das Schräubchen i, welches durch einen Schlitz in der Platte PQ und durch die Unterlage s in das Lineal reicht.

Fig. 112.

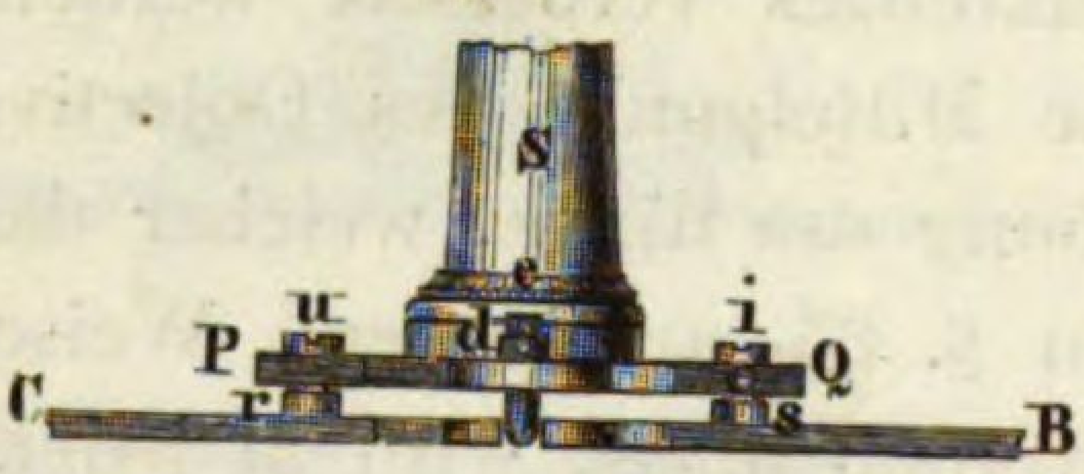
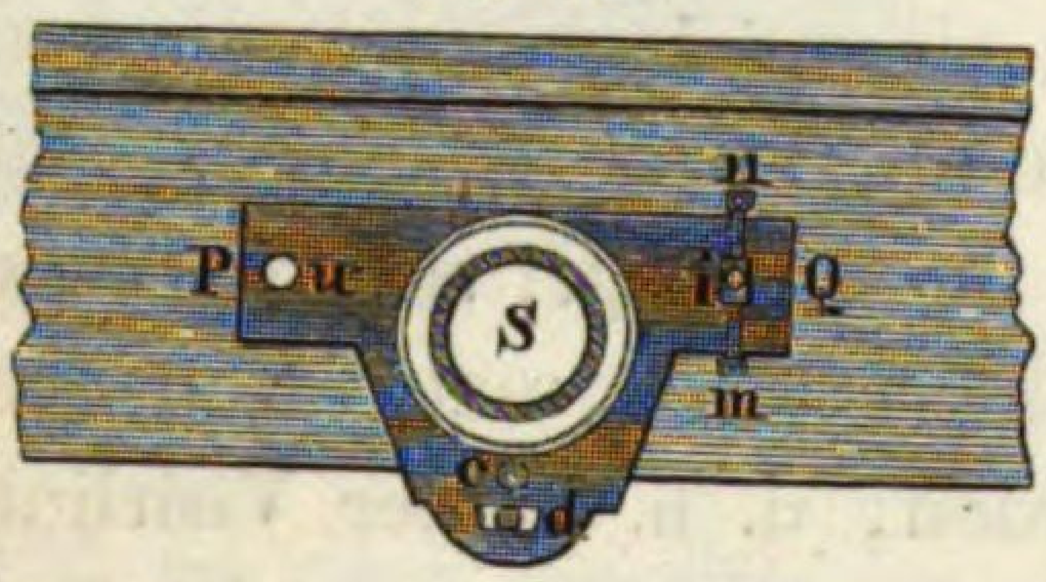


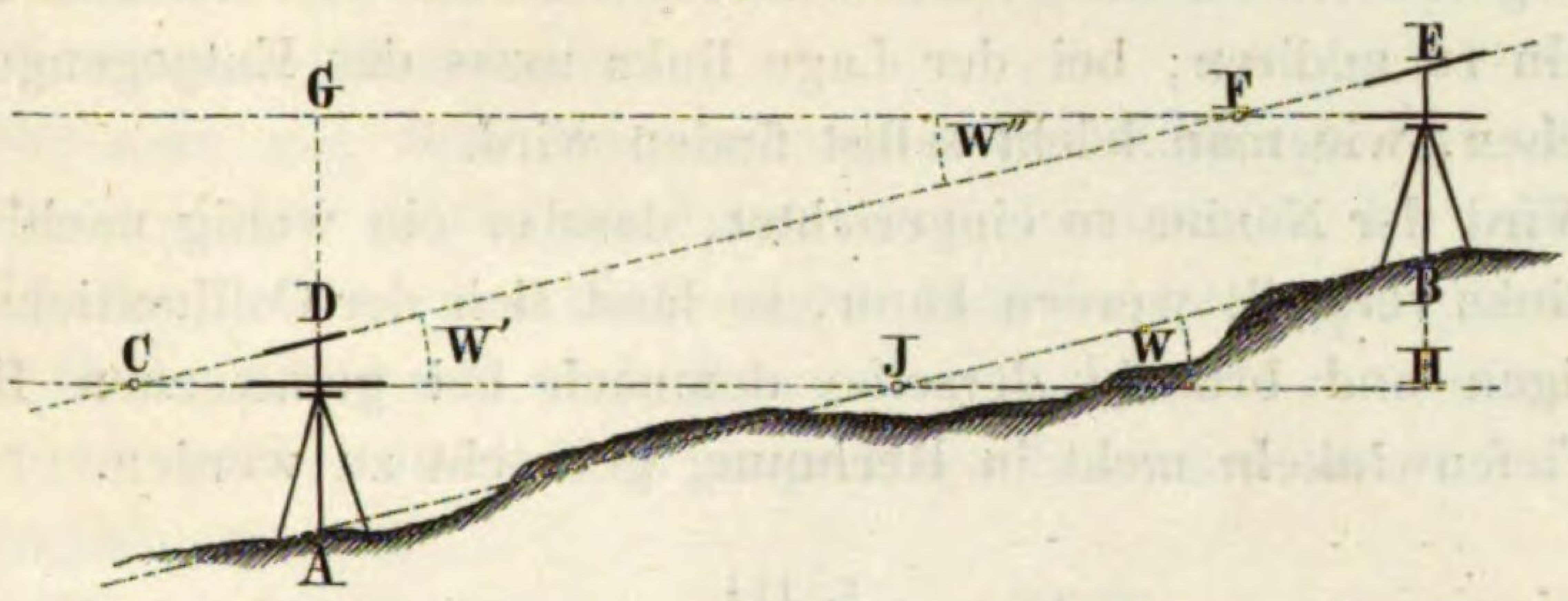
Fig. 113.



Zu 6. Diese Forderung ist nöthig, wenn die Kippregel die Höhen- und Tiefenwinkel richtig angeben soll. Steht der Messtisch und die Visirlinie wagrecht, so muss der Nullpunkt des Nonius auf den des Vertikalkreises zeigen, weil in diesem Falle auch der Höhen- oder Tiefenwinkel null ist. Stehen bei dieser Richtung des Tisches und des Rohres beide Nullpunkte um einen kleinen Bogen c von einander ab, so wird jeder gemessene Tiefen- und Höhenwinkel um die Grösse c fehlerhaft. Ob zu gross oder zu klein, hängt offenbar davon ab, ob unter den erwähnten Umständen der Nullpunkt des Kreises V links oder rechts vom Nullpunkt des Nonius liegt. Den Winkel, welcher durch den Bogen c gemessen wird, nennt man den Collimationsfehler des Instruments. Mit diesem Worte lässt sich die sechste Bedingung auch so aussprechen: die Kippregel soll keinen Collimationsfehler haben.

Um zu untersuchen, ob ein Collimationsfehler vorhanden und von welcher Grösse er ist, verfährt man wie folgt. An einem Bergabhange (Fig. 114) bezeichne man zwei Punkte A und B durch Grundpfähle. Dadurch ist die Richtung AB und ihre Neigung gegen den Horizont festgelegt. Hierauf stelle man den Messtisch über A horizontal und bringe mit Hilfe der Lothgabel den Ständer S der Kippregel in das

Fig. 114.



Loth von A. Demnächst messe man den Abstand AD = J und trage ihn auf eine Latte, vom Fusse an gerechnet. Diese Latte werde in B lothrecht aufgestellt, und es sey BE = AD = J. Nun richte man die Kippregel nach der Latte BE, stelle das Fadenkreuz auf den Punkt E ein und lese am Vertikalkreise den Höhenwinkel w′, den er angibt, ab. Alsdann versetze man den Messtisch nach B und stelle ihn so hoch auf, dass bei wagrechtem Blatte der Abstand der Drehaxe E vom Punkte B gleich AD = J ist. Die Latte lasse man nunmehr in A lothrecht halten und visire die in D befindliche Marke von E aus an. Der Tiefenwinkel, welcher am Gradbogen abgelesen wird, sey w″.

Sind die beiden Ablesungen w′ und w″ einander gleich, so hat das Instrument keinen Collimationsfehler; sind sie aber ungleich, so ist ihr halber Unterschied der Collimationsfehler. Denn nimmt man an, dass w der wahre Höhen- und Tiefenwinkel der Linie DE und c der Collimationsfehler ist, so überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit folgender zwei Gleichungen:

$$w' = w \pm c \text{ und } w'' = w \mp c.$$

Addirt man dieselben, so ergibt sich

$$w = \tfrac{1}{2}(w' + w'') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

und subtrahirt man die untere von der oberen, so folgt:

$$c = \pm \tfrac{1}{2}(w' - w'') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

wobei die Vorzeichen die zwei möglichen Lagen des Bogens c andeuten.

Ist der Höhenwinkel w′ grösser als der Tiefenwinkel w″, so liegt der Nullpunkt des Kreises rechts vom Nullpunkt des Nonius; im entgegengesetzten Falle aber links. Bei der Lage rechts ist der Collimationsfehler, wenn er nicht weggeschafft werden kann, von

den abgelesenen Höhenwinkeln zu subtrahiren und zu den Tiefenwinkeln zu addiren; bei der Lage links muss das Entgegengesetzte geschehen, wie man leicht selbst finden wird.

Wird der Nonius so eingerichtet, dass er ein wenig nach rechts oder links verstellt werden kann, so lässt sich der Collimationsfehler beseitigen und braucht derselbe demnach bei gemessenen Höhen- und Tiefenwinkeln nicht in Rechnung gebracht zu werden.

§. 114.

Gebrauch der Kippregel.

Hier ist nur zu zeigen, wie man mit der Kippregel, die auf einem Messtische steht, Horizontal- und Vertikalwinkel aufnehmen kann, wenn gar keine Hindernisse diese Aufnahme erschweren. Weitere Anwendungen gehören in den zweiten Theil, welcher die Lehre von den Messungen behandelt.

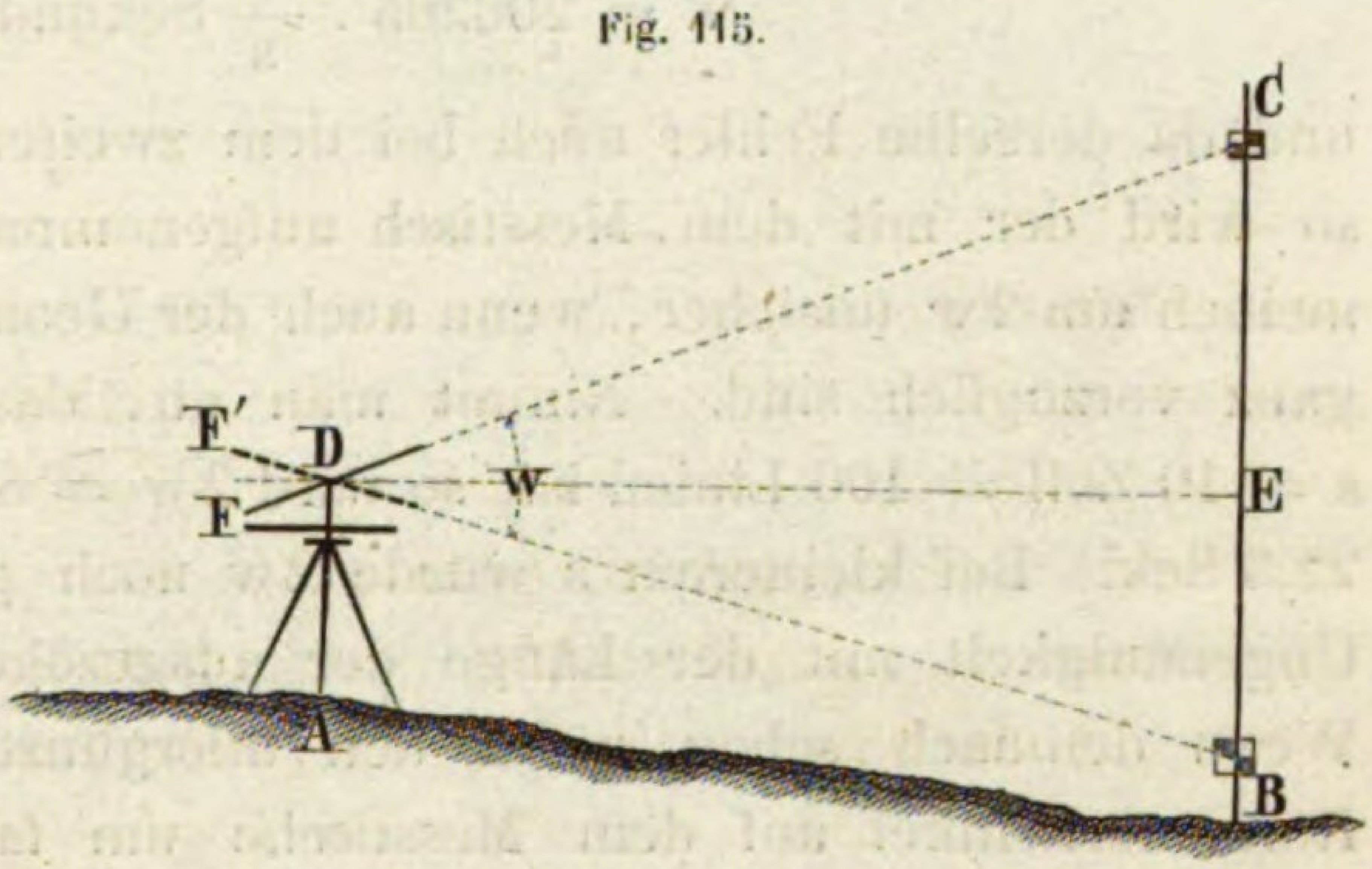
Es seyen auf dem Felde drei Punkte A, B, C abgesteckt und es soll die Horizontalprojection des Winkels ABC gemessen werden. Man stelle den Messtisch fest über B auf und mache nach §. 111 das Blatt horizontal. Gleichzeitig ziehe man alle Schrauben an, welche eine Drehung des Blattes um seine lothrechte Axe verhindern. Dann bestimme man mit der Lothgabel auf dem Messtischblatte das Bild b des Punktes B auf dem Felde und visire mit der Kippregel, nachdem das Lineal genau an b gelegt worden ist, nach A, wo ein Stab lothrecht aufgestellt wurde. Ein feiner Strich mit einem harten Bleistifte nach der Linealkante gibt den Winkelschenkel ba, der mit BA in einer Vertikalebene liegt. Nun drehe man die Kippregel um den Punkt b nach C, stelle das Fadenkreuz genau auf den daselbst befindlichen Stab ein und ziehe wieder eine feine Linie am Lineale hin, so hat man auch den zweiten Schenkel bc in der Vertikalebene von BC. Da das wagrechte Messtischblatt die zwei lothrechten Ebenen abBA und cbBC nach den zwei Linien ba, bc schneidet, so ist offenbar abc der gesuchte Winkel.

Um den Punkt b kann man in der eben beschriebenen Weise beliebig viele Winkel aufnehmen. Das Anlegen des Lineals, welches mit grosser Genauigkeit geschehen muss, wird, wenn es oft wiederkehrt, dadurch zu erleichtern gesucht, dass man in dem Scheitel eine sehr feine mit einem Kopf von Siegellack versehene Nähnadel senkrecht einsteckt. Da aber dergleichen Anschlagnadeln

oft zu Fehlern Veranlassung geben, so sollte man sie so viel als möglich zu vermeiden suchen.

Wie man mit dem Messtische und der Kippregel den Höhen- oder Tiefenwinkel (w) einer durch zwei Punkte (A, B) gegebenen Linie findet, ist bereits im vorigen Paragraphen gezeigt worden und es bleibt daher nur noch anzugeben übrig, wie man einen Vertikalwinkel findet, der keinen wagrechten Schenkel hat.

Fig. 115.



Angenommen, es sey der Winkel BDC, unter welchem man nach Fig. 115 die lothrechte Linie BC von der Drehaxe D der Kippregel aus erblickt, wenn diese über dem gegebenen Punkt A steht, zu messen, so stelle man über diesem Punkte den Tisch wagrecht und bringe mit der Lothgabel den Ständer der Kippregel in das Loth von A. Hierauf messe man, indem man auf C einstellt, den Höhenwinkel EDC = w′ und durch Einstellung auf B den Tiefenwinkel EDB = w″. Die Summe beider ist der gesuchte Vertikalwinkel BDC = w. Es ist klar, dass hier der Collimationsfehler, wenn einer vorhanden ist, nicht berücksichtigt zu werden braucht, da er durch die Addition der Winkel w′ und w″, welche ihn beide, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen enthalten, von selbst aus der Summe wegfällt.

§. 115.

Genauigkeit der Messtischaufnahmen.

Es ist nicht unsere Absicht, hier schon den Einfluss nachzuweisen, welcher aus einem unvollkommenen Messtischapparate oder aus ungeschickter Behandlung desselben entspringt — davon wird bei den Winkelmessungen die Rede seyn — für jetzt liegt uns nur daran zu zeigen, wie gross die Genauigkeit der Messtischaufnahmen unter den günstigsten Umständen, d. h. bei fehlerfreiem Apparate, tadelloser Arbeit, festem Boden und guter Beleuchtung seyn kann.

Nehmen wir ausser diesen günstigen Umständen ferner noch an, dass der Scheitel b des aufgenommenen Horizontalwinkels abc mit grösster Schärfe bestimmt sey, so wird die Genauigkeit dieses Winkels nur noch von der Dicke der Linien, welche seine Schenkel vorstellen, abhängen.

Heisst diese Dicke d und die Länge des Schenkels s, so verdeckt dieser Schenkel einen Winkel

$$w = 206265 \cdot \frac{d}{s} \text{ Sekunden}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

und da derselbe Fehler auch bei dem zweiten Schenkel möglich ist, so wird der mit dem Messtisch aufgenommene Winkel im Allgemeinen um 2w unsicher, wenn auch der Geometer und sein Apparat ganz vorzüglich sind. Nimmt man an, dass $d = 0{,}02$ Linie und $s = 10$ Zoll $= 100$ Linien ist, so wird $2w = 82{,}5$ Sekunden $= 1$ Min. 22,5 Sek. Bei kleinerem s würde 2w noch grösser werden, da die Ungenauigkeit mit der Länge der ausgezogenen Schenkel wächst. Wenn demnach schon unter den allergünstigsten Umständen ein Horizontalwinkel auf dem Messtische um fast anderthalb Minuten unsicher ist, so wird seine Genauigkeit unter gewöhnlichen Umständen, wo indessen noch sorgfältig gearbeitet wird, nicht grösser als etwa drei Minuten angenommen werden können.

§. 116.

Aufspannen des Papiers.

Die Genauigkeit der Messtischaufnahme hängt unter Anderem auch sehr von der Güte ab, mit welcher das Zeichnungspapier auf das Messtischblatt gespannt ist. Denn wenn das Papier Falten macht, so ist die Wirkung davon dem schiefen Stande des Blattes und der daraus hervorgehenden schiefen Lage der Visirebenen gleich zu achten. Hieraus entspringen aber, wie im zweiten Theil dieses Buchs gezeigt wird, grobe Fehler. Darum ist es nöthig, hier einige Bemerkungen über das Papieraufspannen zu machen.

Um zu verhüten, dass das Papier bei feuchter Witterung auf dem Tischblatte aufsteht, muss es sehr nass aufgespannt und an jeder Stelle des Bretts festgehalten werden. Dieses Festhalten geschieht durch Eiweiss, welches mit Wasser zu Schaum geschlagen und auf die Oberfläche des Tischblattes gleichmässig aufgetragen wird, nachdem das Papier, welches grösser ist als das

Brett, stark angefeuchtet wurde. Sobald das Brett mit Eiweiss bestrichen ist, wird das Papier mit der nassen Seite vorsichtig aufgelegt und mit einem reinen Tuche (nach allenfallsiger Unterbreitung eines Bogens Papier) von der Mitte gegen den Rand hin angedrückt. Zeigen sich Blasen unter dem Papiere, so werden diese durch wiederholtes Streichen gegen den Rand getrieben, wo sie verschwinden. Liegt das Papier auf der ganzen Oberfläche des Tisches fest an, so werden die vorstehenden Ränder desselben mit Gummi, Mundleim oder flüssigem Leim an den Seitenflächen des Blattes auf bekannte Weise befestigt. Beim Abschneiden des Papiers löst sich das Eiweiss leicht vom Brette ab.

Das Festkleben des Papiers an den Seiten des Reissbretts hat ebenfalls seinen guten Grund; denn würde es auf der Oberfläche angeklebt werden, so wären geringe Erhöhungen an den Rändern und folglich schiefe Lagen des Lineals der Kippregel und der Visirebenen nicht zu vermeiden, und überdiess würde die Ebene des Blattes durch das Abschneiden des Papiers sowohl als durch das Reinigen von den Klebmitteln leiden.

C. Instrumente zur Aufnahme und Absteckung der Winkel im Gradmasse.

§. 117.

Die hieher gehörigen Instrumente können nach verschiedenen Principien gebaut seyn. Bis jetzt haben sich deren drei geltend gemacht. Es gründet sich nämlich die Einrichtung eines Winkelmessers entweder auf die Eigenschaft der Magnetnadel, zu jeder Zeit eine bestimmte Richtung gegen die Mittagslinie eines Orts anzunehmen; oder auf die Zurückwerfung und Brechung des Lichts durch Spiegel oder Prismen von Glas; oder endlich auf die Verbindung eines Fernrohrs mit dem beweglichen Durchmesser eines getheilten Kreises, woran die Drehung des Fernrohrs von einem Winkelschenkel zum andern mit entsprechender Genauigkeit abgelesen werden kann.

Nach diesen Grundlagen für den Bau kann man die gradmessenden Winkelinstrumente in Bussolen oder Winkelmesser mit Magnetnadeln, in Spiegelinstrumente oder Winkelmesser mit Spiegeln oder Prismen, und in Theodolithe oder Winkelmesser mit Horizontal- und Vertikalkreisen eintheilen.

1. Die Bussoleninstrumente.

§. 118.

Der Name **Bussole** (von dem italienischen bussola, eine kleine Büchse) passt für die hier abzuhandelnden Instrumente in so ferne, als das Gehäuse der Magnetnadel und des Gradringes büchsenförmig ist und einen wesentlichen Bestandtheil der auf die Eigenschaften des Magnets gegründeten Winkelmesser ausmacht.

Zur gründlichen Einsicht in die Wirkungsweise der Bussoleninstrumente und namentlich zur Beurtheilung ihrer Genauigkeit wird erfordert, dass man einen Theil der durch Beobachtungen festgestellten Wirkungen des Erdmagnetismus kenne, wesshalb wir die wichtigsten für die Vermessungskunde hier anführen.

Eine Magnetnadel, welche so aufgehängt ist, dass sie sich frei drehen kann, und in deren Nähe keine Gegenstände von Eisen sich befinden, nimmt bekanntlich von selbst eine bestimmte Richtung gegen die Mittagslinie ihres Orts an. Diese Richtung, der **magnetische Meridian** des Orts, fällt entweder mit der Mittagslinie zusammen oder nicht. Das Zusammentreffen findet an den wenigsten Orten der Erde statt; an den meisten bildet der magnetische Meridian mit dem geographischen einen Winkel. Die Horizontalwinkel beider Meridiane nennt man die **magnetische Abweichung** (**Declination**). Diese Abweichung kann eine östliche oder westliche seyn. Die Linie, welche diejenigen Orte der Erde verbindet, an denen die Magnetnadel keine Abweichung anzeigt, die Linie ohne Abweichung, geht durch die Pole um die ganze Erde und theilt dieselbe in zwei Hälften, die europäisch-afrikanische und die asiatisch-amerikanische. In der ersten Hälfte ist die Abweichung des Nordpols der Nadel gegenwärtig westlich, in der zweiten östlich. Diese Abweichungen sind für einen und denselben Ort in verschiedenen Zeiten verschieden, und zwar nicht bloss hinsichtlich ihrer Grösse, sondern auch in Beziehung auf ihre Lage gegen die Mittagslinie: sie können nämlich für einen und denselben Ort grösser und kleiner, östlich und westlich werden. So waren im 16. Jahrhunderte alle Abweichungen in Europa östliche, wurden dann null und giengen in westliche über. Diese wuchsen bis vor etwa 30 Jahren zu einer bestimmten Grösse an und sind nun wieder im Abnehmen begriffen: es lässt sich erwarten, dass diese Abnahme fortdauert und in eine

östliche Zunahme übergeht, worauf dann wieder eine Bewegung gegen den Erdmeridian eintritt u. s. f. Dergleichen Aenderungen im Stande der Magnetnadel gegen den Erdmeridian nennt man wegen der grossen Zeiträume, die sie erfordern, um an ihren Grenzen anzulangen, säculare Aenderungen. Die nachstehende Tabelle gibt einen Begriff von ihrer Grösse.

Ort.	Jahr.	Abweichung.	Ort.	Jahr.	Abweichung.
Paris.	1580	11° 30′ östlich	Paris.	1814	22° 34′ westlich
„	1618	8° 0′ „	„	1816	22° 25′ „
„	1663	0°	„	1825	22° 22′ „
„	1700	8° 10′ westlich	„	1828	22° 5′ „
„	1780	19° 55′ „	„	1832	22° 3′ „
„	1805	22° 5′ „	„	1835	22° 4′ „

So wie die Abweichungen der Magnetnadel an einem und demselben Orte mit der Zeit sich ändern, so sind sie auch zu ein und derselben Zeit an verschiedenen Orten verschieden, wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht, in der wir einige Orte mit westlichen und andere mit östlichen Ahweichungen zusammengestellt haben.

Ort.	Jahr.	Abweichung.	Ort.	Jahr.	Abweichung.
Hermannstadt	1845	10° 6′ westlich	Kasan	1842	3° 24′ östlich
Krakau	„	12° 15′ „	Katharinenburg	„	6° 39′ „
Gratz	„	14° 22′ „	Barnaul	„	8° 25′ „
München	„	16° 30′ „	Sydney	„	9° 51′ „
Stuttgart	„	17° 51′ „	Bay of Islands	„	13° 36′ „
Frankfurt	„	18° 13′ „	Port Louis	„	17° 36′ „

Die eben besprochenen Aenderungen der magnetischen Abweichungen geschehen nicht sprungweise, sondern stetig, so dass der Stand der Magnetnadel an einem und demselben Orte mit jedem Tage ein anderer ist. Aber auch die auf einen bestimmten Tag treffende mittlere Abweichung bleibt innerhalb dieses Zeitraums nicht unveränderlich, sondern ändert sich mehr und in anderer Weise als die Säcularänderung allein fordern würde. Es finden nämlich von der mittleren Richtung der Nadel, welche für irgend einen gegebenen Tag gilt, wieder östliche und westliche Abweichungen statt, und

zwar sind dieselben im Sommer grösser als im Winter und bei Tage stärker als bei Nacht, so dass man den Grund dieser **täglichen Aenderungen** in dem Einflusse des Sonnenlichts auf die magnetischen Eigenschaften der Körper sucht. Auch hat man beobachtet, dass die täglichen Aenderungen wie die säcularen von der geographischen Lage der Orte abhängen. Folgende Tabelle gibt einen Begriff von der Grösse dieser Aenderungen an einem Tage.

Ort.	Abweichung. Sommer.	Abweichung. Winter.	Ort.	Abweichung. Sommer.	Abweichung. Winter.
St. Helena	0° 4',06	0° 3',03	Katharinenburg	0° 8',43	0° 3',89
Barnaul	7,34	2,96	München	9,34	6,37
Nortschinsk	7,51	2,53	Petersburg	10,07	5,88
Greenwich	8,16	7,02	Toronto	10,70	6,64

Die Magnetnadel hat in unseren Gegenden ungefähr um 8 Uhr Morgens ihre grösste östliche und um 2 Uhr Nachmittags ihre grösste westliche Abweichung; während des Abends und der Nacht kehrt sie wieder auf die Ostseite zurück. Die grössten östlichen und westlichen Abweichungen an einem Tage sind nicht in jedem Jahre von gleicher Grösse, sondern steigen und fallen innerhalb enger Grenzen, so dass man wieder Perioden des Zu- und Abnehmens der täglichen Bewegung der Magnetnadel annehmen muss. Nach Lamont dauert eine solche Periode etwas mehr als 10 Jahre und innerhalb derselben nimmt die Nadel z. B. für München eine grösste Abweichung von 11,5 Minuten und eine kleinste von 6,3 Minuten an, worauf sie wieder zur grössten zurückkehrt. In Folge der täglichen Bewegung kann der Winkel, den die äussersten Lagen der Nadel einschliessen, für München 2 × 11,5 oder 23 Minuten und in nördlicher gelegenen Orten noch mehr betragen.

Zu den täglichen Aenderungen der Abweichungen, welche für Messungen mit der Bussole schon schlimm genug sind, kommen die noch schlimmeren **magnetischen Störungen** oder diejenigen Abweichungen der Magnetnadel, welche ihrer täglichen Aenderung widersprechen und mit dem Stande der Sonne in keiner Beziehung stehen, wohl aber mit öfter wiederkehrenden Naturerscheinungen

(z. B. Nordlichtern) oder grösseren Elementarereignissen (wie Erdbeben, vulkanischen Ausbrüchen etc.) zusammenhängen. Diese Störungen machen die Nadel unruhig und veranlassen Schwankungen derselben, welche oft über einen Grad betragen.

Hieraus geht zur Genüge hervor, dass man die Bussoleninstrumente zu genauen Messungen niemals gebrauchen kann, und dass es folglich Verschwendung wäre, eine grössere Sorgfalt auf ihren Bau zu verwenden, als der Genauigkeit, womit sich die Richtung der Magnetnadel bestimmen lässt, entspricht. Diese Genauigkeit darf im Durchschnitte auf etwa 15 Minuten angenommen werden, vorausgesetzt erstens, dass man bei stattfindenden grösseren Störungen, welche sich durch ein Zittern der Nadel kundgeben, gar nicht beobachtet, und zweitens, dass die Messungen mit der Bussole nicht bloss auf die Bestimmung einiger Winkel beschränkt sind, sondern längere Zeit andauern und auch Lagenbestimmungen gegen die Mittagslinie erfordern.

Die Feldbussole.

§. 119.

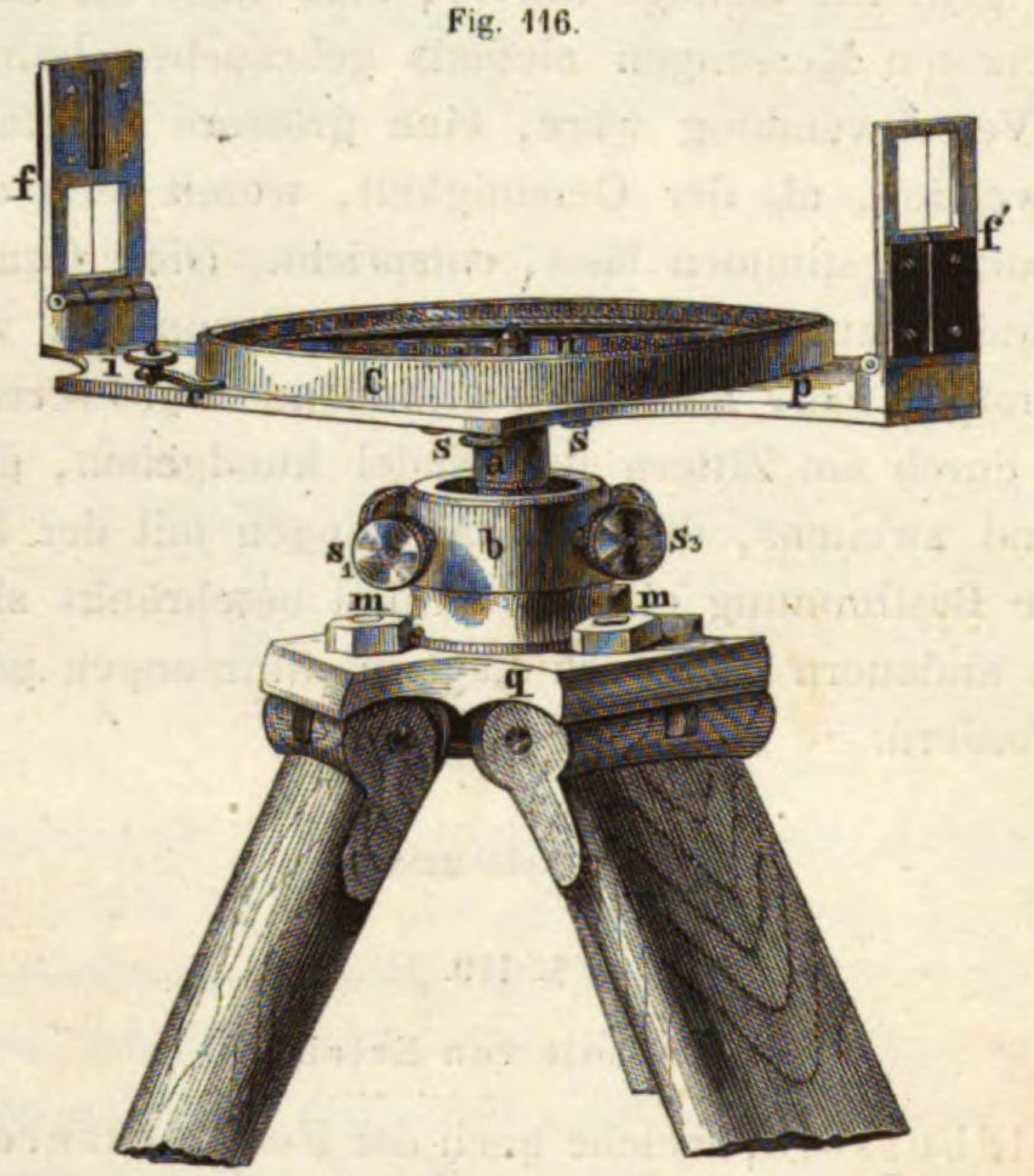
Bussole von Ertel.

Die Feldbussole, welche auch der Feldmessercompass genannt wird, besteht aus drei Theilen: dem Compass, dem Diopter und dem Gestelle. Wir knüpfen deren Beschreibung an die in Fig. 116 und 117 dargestellte Einrichtung der Bussole von Ertel in München.

Der Compass. Ein cylindrisches Gehäuse (c) von 4 Zoll Durchmesser und $\frac{1}{2}$ Zoll Höhe ist auf einer ebenen Platte (p) von Messing befestigt. In der Mitte des Gehäuses erhebt sich ein spitziger Stahlstift und auf diesem ruht mittels eines Carneolhütchens die Magnetnadel (n). In der Ebene des Oberrandes dieser Nadel liegt senkrecht gegen die innere Wand des Gehäuses der Gradring, welcher in 360 Grade eingetheilt ist. Die Numerirung dieser Grade läuft von links nach rechts wie auf dem Zifferblatte einer Uhr. Bei der Ablesung können halbe und viertel Grade genau genug geschätzt werden. Die Nadel und der getheilte Ring sind durch eine zur Ebene des letzteren parallele und in dem Gehäuse durch einen eingesprengten Ring festgehaltene Glasscheibe (d) gegen Beschädigung geschützt. Wenn die Nadel nicht gebraucht wird, so kann sie zur

Schonung ihres Drehpunktes mit Hilfe eines Hebels (e), wenn er durch das Schräubchen i niedergedrückt wird, von der Stahlspitze abgehoben und an die Glasscheibe sanft angedrückt werden; dreht man die Schraube i zurück, so schwebt die Nadel wieder auf dem

Fig. 116.



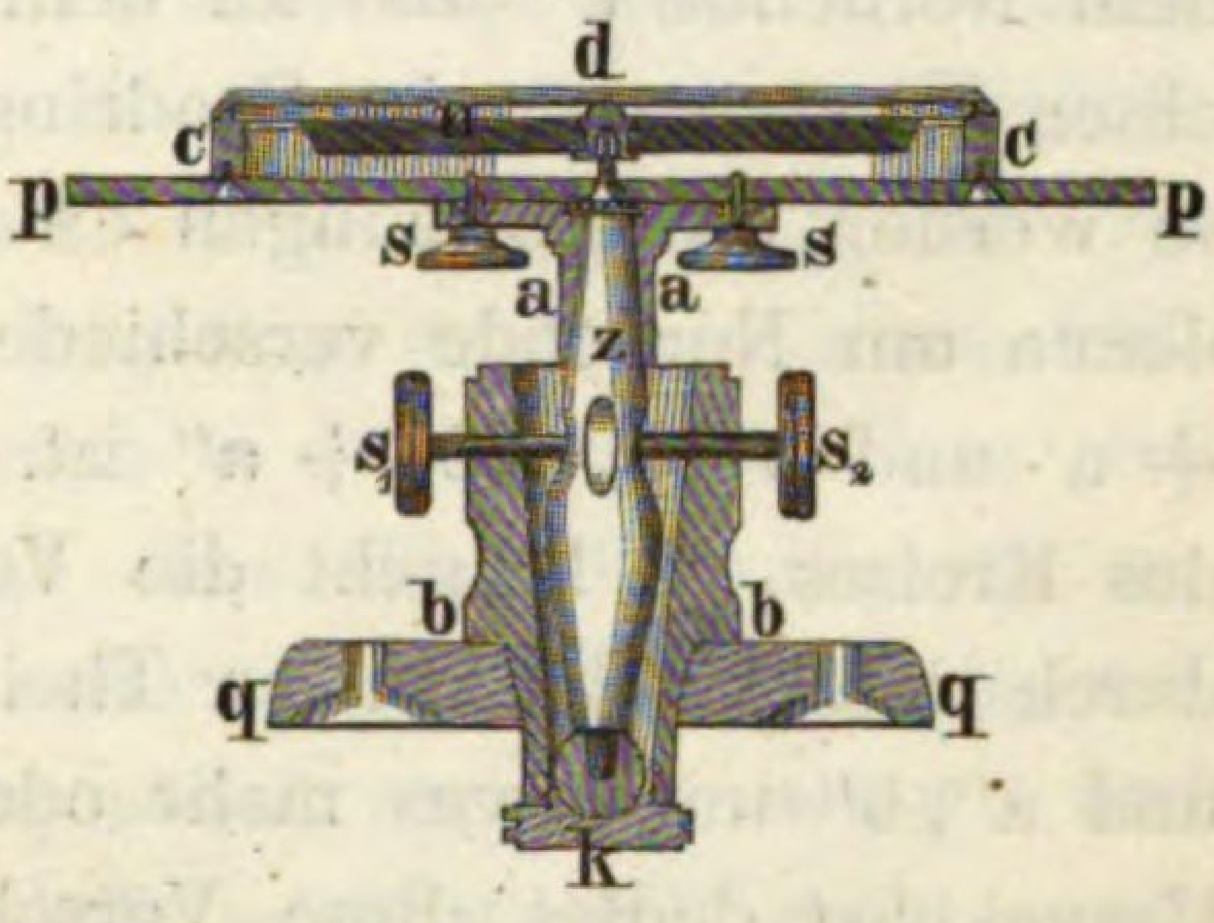
Stifte. Das Abheben der Nadel geschieht durch eine kleine Hülse, welche den Stift centrisch umgibt und an dem inneren Hebelende befestigt ist. Diese Vorrichtung nennt man die Arretirung der Bussole.

Das Diopter. Man wendet an Bussolen selten oder nie ein Fernrohr mit Fadenkreuz an, weil ein Diopter hinreichende Genauigkeit gewährt. Hier sind zwei Diopter in entgegengesetzten Richtungen angebracht: mit dem oberen wird von f nach f' und mit dem unteren von f' nach f visirt. Die beiden Visirrichtungen sollen in einer Ebene liegen, welche zum Gradringe senkrecht steht und durch dessen Mittelpunkt geht. Da wo diese gemeinschaftliche Visirebene den Gradring schneidet, befinden sich die Eintheilungszeichen 0^0 und 180^0, während ihr Schnitt auf der Bodenplatte des Gehäuses mit NS bezeichnet ist, wobei N an 0^0 und S an 180^0 liegt. Die Diopterflügel f und f' können, wie die Figur zeigt, um Scharnire auf den Compass niedergelegt werden. An einigen Bussolen befindet

sich das Diopter ausserhalb des Compasses; von dieser Einrichtung ist später (§. 122) die Rede.

Das Gestelle ist ähnlich wie das des Messtisches eingerichtet, soweit es die Beine und deren Verbindung mit der Kopfplatte (q), welche hier von Metall ist, angeht. Was aber die Horizontal- und Vertikalbewegungen, die dasselbe gestatten muss, betrifft, so werden diese an einem Zapfen (z) ausgeführt, welcher (nach dem Durchschnitte in Fig. 117) sich in einer mit der Kopfplatte festverbundenen Büchse (b) auf einer Kugel (k) dreht, wenn ihm die vier durch die Büchse gesteckten und auf ihn drückenden Stellschrauben (s_1, s_2, s_3, s_4) Spielraum gewähren. Man begreift leicht, wie sich der Zapfen z durch die Schrauben s_1 und s_2 in der Richtung s_1 s_2 und durch s_3 und s_4 in einer hierauf senkrecht stehenden Ebene hin und her bewegen und schliesslich feststellen lässt. Ist nun der Compass mit dem Zapfen senkrecht verbunden, so theilt der erstere offenbar die Bewegungen des letzteren und es steht jener horizontal, wenn dieser vertikal ist. Die Drehung des Compasses im wagrechten Sinne ist durch den hohlen Kegel (a) möglich, welcher das obere Ende des Zapfens centrisch umgibt, und an dessen Grundplatte die Compassplatte durch Schrauben (s, s) befestigt ist.

Fig. 117.



§. 120.

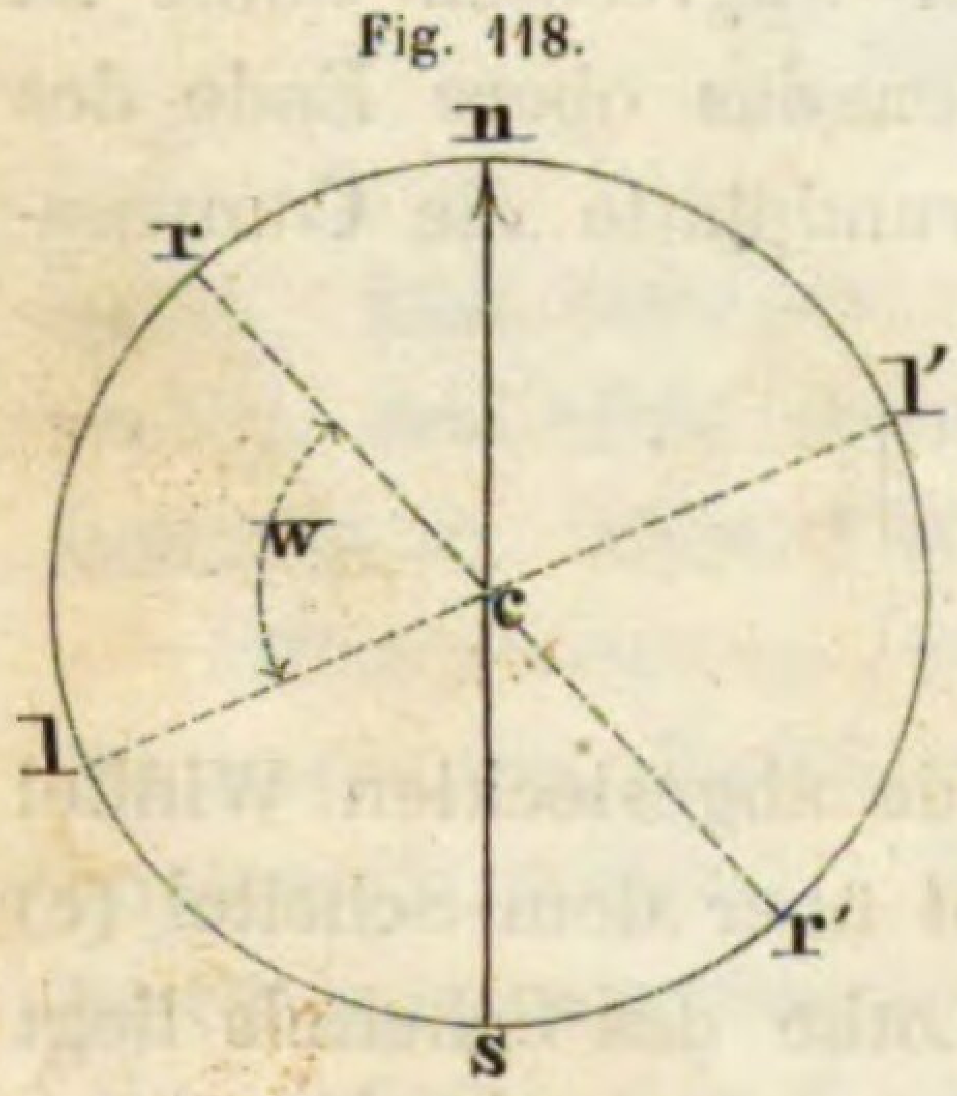
Gebrauch.

Um mit der Bussole einen auf dem Felde abgesteckten Winkel (l c r) zu messen, stelle man das Instrument über dem Scheitel (c) so auf, dass der Stift der Nadel in dem Lothe des Scheitels liegt (was durch einen Senkel leicht bewirkt werden kann) und bringe die Ebene des Gradrings durch die auf den Vertikalzapfen wirkenden Stellschrauben in eine horizontale Lage. Man könnte zu dem Ende auf dem Glasdeckel eine Dosenlibelle aufsetzen; es genügt aber auch, die Bussole dahin zu bringen, dass die beiden Nadelspitzen in der Ebene des Gradrings liegen bleiben, wenn dieser im Kreise gedreht wird. Denn da die fehlerfreie Nadel horizontal schwebt, so ist auch

der Gradring horizontal, wenn er nach zwei sich schneidenden Richtungen in der Ebene der Nadel liegt.

Nach dieser Vorbereitung stelle man das Diopter zuerst auf den linken Schenkel (cl) genau ein und mache an der nördlichen Nadelspitze, nachdem kein Schwanken derselben mehr stattfindet, die Ablesung a' und an der südlichen die Ablesung b'. Hierauf drehe man das Diopter auf den rechten Schenkel (cr), stelle es wieder genau ein und lese an beiden Nadelenden ab: die Ablesung sey an dem Nordende a'' und an dem Südende b''. Stellt die Nadel genau einen Durchmesser des Gradrings vor und ist dessen Theilung richtig, so werden die Ablesungen an dem Südende der Nadel um 180^0 von denen am Nordende verschieden seyn, in der Art, dass $b' = 180^0 + a'$ und $b'' = 180^0 + a''$ ist. Ist aber die Nadel kein Durchmesser des Kreises, d. h. geht die Verbindungslinie ihrer Endpunkte nicht durch den Mittelpunkt der Theilung, so werden die Ablesungen a', b' und a'', b'' um etwas mehr oder weniger als 180^0 verschieden seyn. Umgekehrt deutet diese Verschiedenheit bei richtiger Theilung des Kreises darauf hin, dass die Nadel kein Durchmesser sondern eine Sehne ist. Den senkrechten Abstand dieser Sehne von dem Mittelpunkte der Theilung nennt man die E x c e n t r i c i t ä t d e r N a d e l. Durch die Ablesungen an den beiden Enden der Nadel wird, wie am Schlusse dieses Paragraphen zu ersehen, der Einfluss der Excentricität auf die Neigungswinkel der Visirlinien gegen den magnetischen Meridian beseitigt. Darin liegt der eine Grund der doppelten Ablesung; der andere aber ist, dass man eine allenfallsige Irrung in der ersten Ablesung sofort durch die zweite gewahr wird, wenn der Unterschied beider nicht genau oder doch sehr nahe 180^0 beträgt.

Fig. 118.



Um aus den Ablesungen a' und a'' den richtigen Winkel lcr = w zu erhalten — ein fehlerfreies Instrument vorausgesetzt — hat man zu beachten, ob beide Winkelschenkel auf einer Seite der Nadel sich befinden, oder ob der eine links und der andere rechts von ihr liegt. In dem ersteren Falle ist der gesuchte Winkel

$$w = a' - a'' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (91)$$

und in dem zweiten Falle, wo die erste Ablesung (a′) kleiner ist als die letzte (a″):

$$w' = 360^0 + a' - a'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92).$$

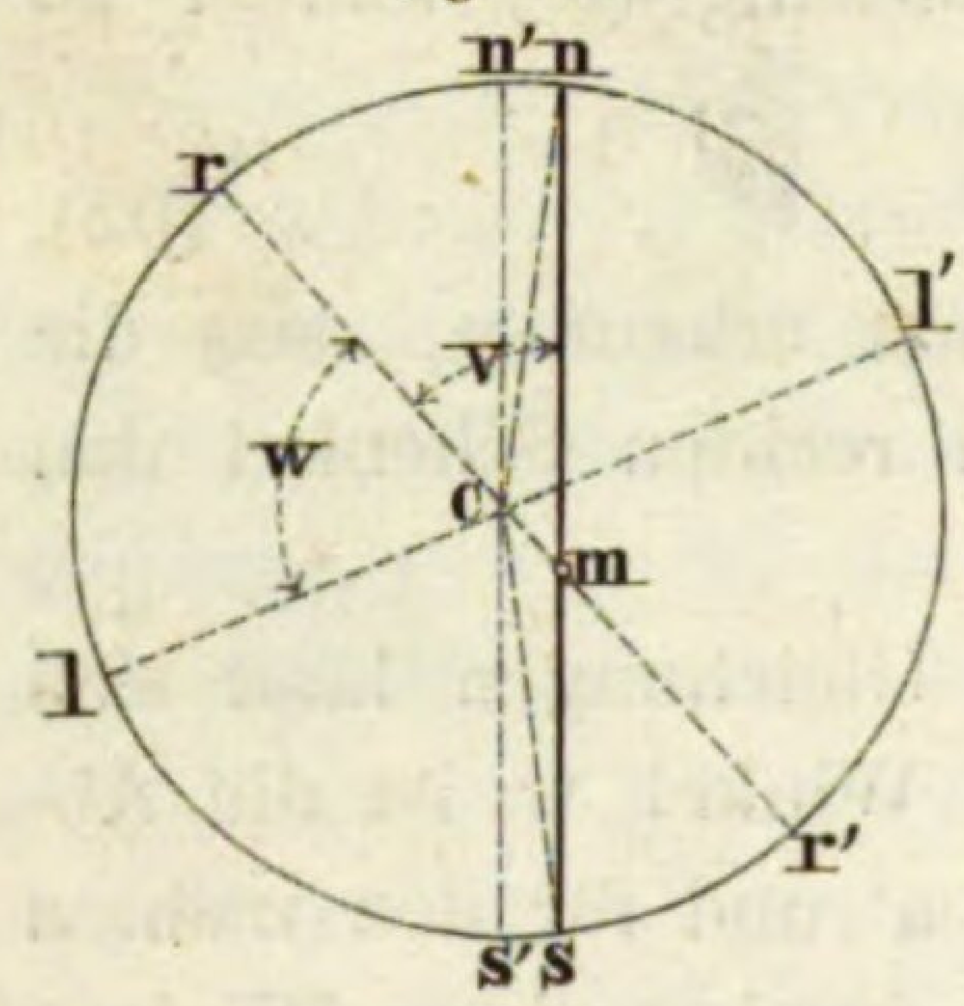
Daran, dass $a'' > a'$, kann man allein schon erkennen, dass die Visirlinie beim Uebergange vom linken zum rechten Schenkel den Nordpunkt der Nadel überschritten hat.

Die Richtigkeit der vorstehenden zwei Gleichungen lässt sich wie folgt beweisen. Für den zu messenden Winkel w ist die Ablesung für den linken Schenkel = arc l n = a′ und für den rechten Schenkel = arc r n = a″, folglich das Mass des gesuchten Winkels w = arc l r = arc l n — arc r n = a′ — a″. Wäre l′c r′ der zu messende Winkel, so würde a′ = arc l′s n und a″ = arc r′s n, mithin auch arc l′r′ = arc l′s n — arc r′s n = a′ — a″ das Mass des Winkels w seyn. Hätte man endlich den Winkel r c l′ = w′ zu messen, so wäre a′ = arc r n, a″ = arc l′s n und folglich, da arc r n l′, das Mass des gesuchten Winkels, gleich arc r n + arc n l′ und arc n l′ = 360⁰ — a″ ist, $w' = a' + 360^0 - a'' = 360^0 + a' - a''$, w. z. b. w.

Obige Gleichungen enthalten folgende Regel: Aus den Ablesungen a′ und a″, welche beziehlich für den linken und rechten Schenkel eines Winkels gemacht werden, erhält man die Grösse dieses Winkels in Graden, wenn man die zweite Ablesung von der ersten abzieht und in dem Falle, dass die Differenz negativ wird, 360⁰ zu ihr addirt.

Sollte eine Excentricität der Nadel stattfinden (was, wie schon bemerkt, die Ablesungen am Süd- und Nordende sofort kundgeben), so hat dieselbe zwar keinen Einfluss auf die Messung des Winkels zweier gegebener Richtungen, wohl aber auf die Neigung jedes einzelnen Schenkels gegen den magnetischen oder geographischen Meridian. Denn angenommen, dass in Fig. 119 c der Mittelpunkt des Gradrings und n s die Nadel (oder wenigstens die Verbindungslinie ihrer Endpunkte) sey: so erhält man die Neigung des linken Winkelschenkels c l gegen den magnetischen Meridian durch den Bogen l n angegeben, während sie in der That nur durch den Bogen l n′ gemessen wird, der sich ergibt, wenn man durch c die n′s′ zu der Richtung der Nadel n s parallel zieht. Man findet also in diesem Falle die Neigung um den Winkel f zu gross. Dasselbe gilt für die Neigung des rechten Schenkels r c, welche dem Bogen r n′ entspricht,

Fig. 119.



während man rn abliest. Da aber der Winkel lcr = w durch Abzug des Bogens rn = a'' von dem Bogen ln = a' erhalten wird, so heben sich hierdurch die aus der Excentricität der Nadel entspringenden Fehler (f) in jeder einzelnen Ablesung (a', a'') in Bezug auf den Winkel w der zwei Richtungen cl, cr auf.

Fasst man dagegen bloss den Neigungswinkel (rmn = v) irgend einer Richtung (cr) gegen den magnetischen Meridian (ns) in's Auge, so wird dieser in dem vorliegenden Falle durch die Ablesung a am Nordende der Nadel um den Winkel f zu gross erhalten. Macht man aber auch am Südende (s) eine Ablesung, so entspricht diese dem Bogen rl's = b', welcher um das Stück ss' = nn' des Kreises zu klein ist. Es ist folglich auch scs' = f. Setzt man r'cs = rl's — 180⁰ = b' — 180⁰ = b, so ist offenbar der gesuchte Neigungswinkel

$$v = \tfrac{1}{2}(a + b) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (93)$$

Dieser Ausdruck gilt für jede Richtung der Nadel, wenn man unter dem Neigungswinkel jenen versteht, welcher durch den Bogen zwischen dem Nullpunkt der Visirlinie und dem nächsten Nadelende gemessen wird. Unter dieser Voraussetzung liefert die letzte Gleichung folgende Regel: *Mit einer excentrischen Nadel gibt eine sonst fehlerfreie Bussole den Neigungswinkel irgend einer Richtung gegen den magnetischen Meridian ohne Fehler, wenn man an den beiden Nadelenden abliest, die grössere Ablesung um 180⁰ vermindert und aus der dadurch erhaltenen Differenz und der kleineren Ablesung das arithmetische Mittel nimmt.*

Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass bei dem Gebrauche der Bussole alle eisernen oder eisenhaltigen Gegenstände aus ihrer Nähe so weit entfernt werden müssen, dass keine Ablenkung der Nadel von ihrem Meridian zu fürchten ist.

§. 121.

Prüfung und Berichtigung.

Die Prüfungen, denen die Bussole vor ihrem Gebrauche zu unterwerfen ist, lassen sich in zwei Klassen abtheilen: in die erste

gehören jene, welche ein für allemal vorgenommen werden, und in die zweite diejenigen, welche vor jeder Anwendung der Bussole zu wiederholen sind. Zur ersten Klasse rechnen wir folgende 3 Untersuchungen:

1) ob der Gradring richtig eingetheilt ist;

2) ob das Gehäuse keine Eisentheile oder andere auf die Nadel wirkende Metalle enthält, und

3) ob die Gehäusplatte nach ihrer Verbindung mit dem Centralzapfen zu diesem senkrecht steht.

Die Nothwendigkeit der beiden ersten Prüfungen stellt sich von selbst dar, und was die dritte betrifft, so lehrt eine einfache Betrachtung, dass sie für die Horizontalstellung des Gradrings durchaus erforderlich ist.

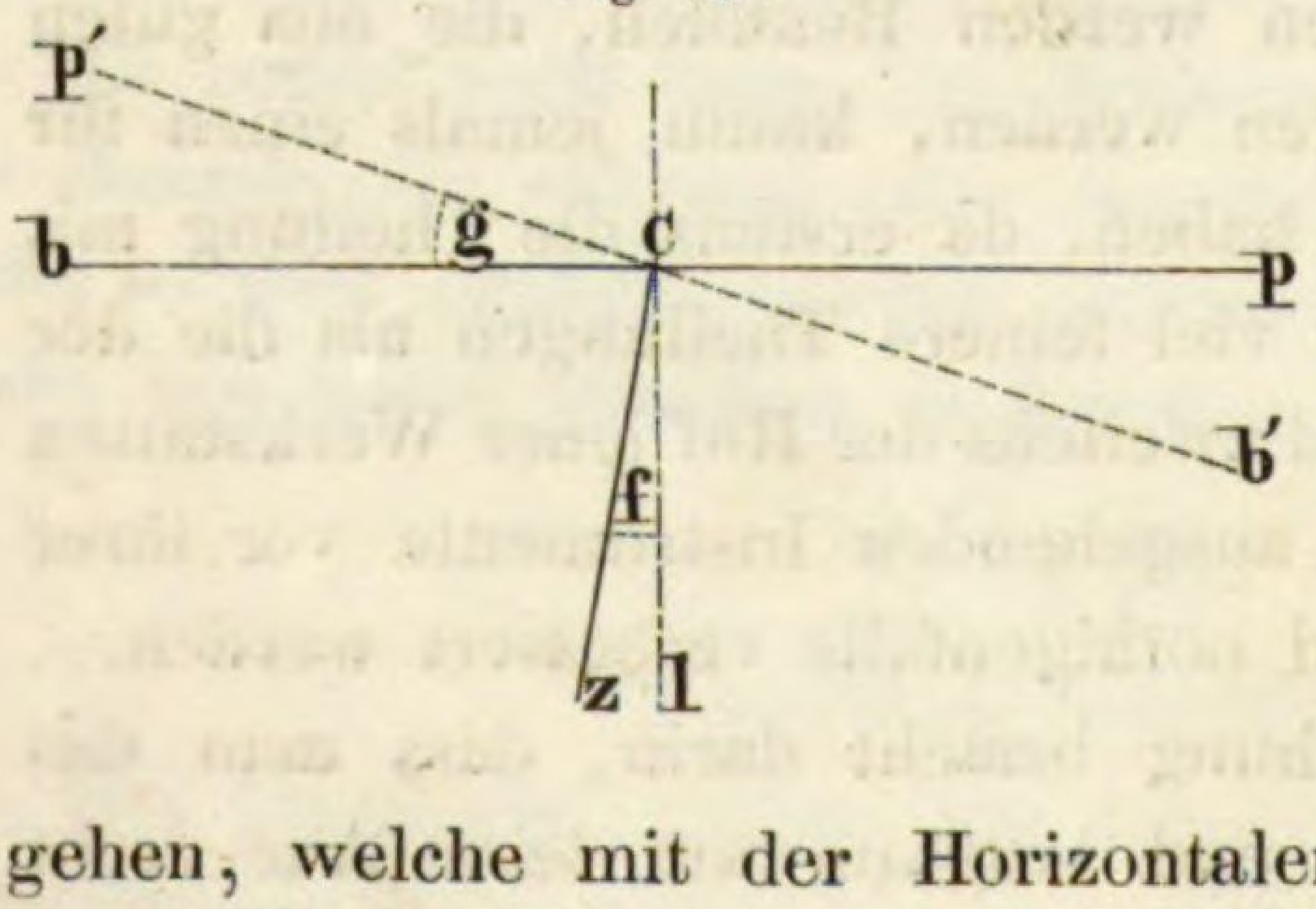
Zu 1. Bei der Bussole, die doch nur eine geringe Genauigkeit gewährt, genügt es, wenn man sich mit Hilfe eines guten Zirkels überzeugt, dass keine groben Theilungsfehler vorhanden sind. Zu dem Ende kann man nach Wegnahme des Glasdeckels etwa 5 Grade der Theilung an einer beliebigen Stelle in den Zirkel nehmen und zusehen, ob zu je 5 anderen Graden derselbe Bogen gehört, und ob 72 solche Bögen den ganzen Kreis genau darstellen oder nicht. Hält die Theilung diese Probe aus, so wiederhole man dasselbe Verfahren mit der gleichen Zirkelöffnung noch viermal, gehe aber dabei immer von einem neuen Theilstrich aus, der gegen den vorigen um einen Grad absteht. Zeigt sich auch hier kein Fehler, so kann man sich mit der Theilung des Gradrings vollständig begnügen; sollten sich jedoch Unrichtigkeiten in der Eintheilung herausstellen, so müssten diese, falls sie nicht zu gross sind und den Ring unbrauchbar machen, angemerkt werden, um bei Messungen die gehörige Rücksicht darauf nehmen zu können. Indessen werden Bussolen, die aus guten mechanischen Werkstätten bezogen werden, kaum jemals einen für sie nachtheiligen Theilungsfehler haben, da erstens die Theilung mit Maschinen geschieht, welche für viel feinere Theilungen als die der Compassringe bestimmt sind, und zweitens der Ruf jener Werkstätten es fordert, dass die von ihnen ausgehenden Instrumente vor ihrer Absendung genau untersucht und nöthigenfalls verbessert werden.

Zu 2. Die zweite Untersuchung besteht darin, dass man das Gehäuse der Nadel ganz ruhig und langsam um seine Axe dreht und beobachtet, ob die Nadel fortwährend ihre Richtung beibehält,

oder ob sie stellenweise sich von dem Gehäuse mit fort- oder niederziehen lässt. Sollte sich dieses Ziehen nach wiederholten Versuchen bestätigen, so kann es nur von einer Verunreinigung des Messings durch Eisen oder ein anderes auf die Nadel wirkendes Metall (z. B. Nickel) herrühren und es muss, je nachdem ein Fort- oder Niederziehen stattfindet, die Büchse oder die Bodenplatte des Gehäuses von besserem Metall angefertigt werden. Eine Abänderung dieser Untersuchung besteht darin, dass man die Nadel abhebt und auf eine feine Spitze ausserhalb des Gehäuses legt, dieses selbst aber ringsum an der Nadel vorüberführt und zusieht, ob diese ihre Lage ändert oder nicht.

Zu 3. Man stelle die Ebene des Gradrings dadurch horizontal, dass man eine berichtigte Dosenlibelle auf den Glasdeckel aufsetzt und durch die vier Stellschrauben (s_1 bis s_4), welche auf den Centralzapfen wirken, zum Einspielen bringt. Hierauf drehe man die Bussolenplatte sammt der Libelle langsam um den Zapfen und sehe zu, ob die Libelle fortwährend einspielt oder nicht: in dem ersteren Falle ist die geforderte senkrechte Lage vorhanden, in dem letzteren aber nicht. Will man die Abweichung (f) von der senkrechten Lage nach einer beliebigen Richtung (etwa nach der durch 0° und 180° oder durch NS bezeichneten) kennen lernen, so drehe man das horizontal gestellte Bussolengehäuse genau um 180° und beobachte den Ausschlag der Libellenblase in der gegebenen Richtung: die Grösse dieses Ausschlags misst alsdann die doppelte Abweichung von 90° und seine Lage zeigt an, auf welcher Seite des Zapfens der spitze und der stumpfe Neigungswinkel liegen. Denn denkt man sich unter bp einen Schnitt der wagrecht gestellten Bodenplatte nach einer beliebigen Richtung, und unter cz die Axe des Centralzapfens, so wird, wenn der Winkel $bcz = 90^0 - f$ ist, also die Abweichung f stattfindet, nach einer Drehung der Platte um 180° die Linie bp in die Lage b′p′ übergehen, welche mit der Horizontalen bp einen Winkel $bcp' = 2f$ einschliesst, weil $p'cz = pcz = 90^0 + f$ und $bcp' = p'cz - bcz =$

Fig. 120.



$90^0 + f - (90^0 - f)$ ist. Dieser Winkel 2f wird durch den Ausschlag der Luftblase gemessen, während die Seite, auf welcher die Blase steht, auch die Seite des stumpfen Neigungswinkels (p'cz) ist.

Wenn sich der eben besprochene Fehler an einer Bussole in dem Masse heraussstellt, dass er berücksichtigt werden muss, so kann nur entweder durch Abschleifen der Wendescheibe des Stativs oder durch ringförmige Scheibchen, welche man um die Spindeln der Schräubchen s, s und zwischen die durch sie verbundenen Platten legt, geholfen werden.

Zur Klasse derjenigen Untersuchungen einer Bussole, welche von Zeit zu Zeit wiederholt werden müssen, gehören folgende:

1) ob die Nadel im Gleichgewichte ist oder wagrecht schwebt;

2) ob dieselbe keine Excentricität besitzt;

3) ob ebendieselbe empfindlich genug ist; und

4) ob die Visirebenen dem durch den Nullpunkt der Theilung gehenden Durchmesser des Gradrings parallel und auf dessen Ebene senkrecht sind.

Zu 1. Man stelle auf die früher angegebene Weise mit einer Dosenlibelle, welche auf den Glasdeckel der Bussole gesetzt wird, diesen Deckel und damit auch die ihm parallele Ebene des Gradrings horizontal: zeigt sich hierbei, dass die Enden der Nadel in der Ebene des Rings liegen, so kann man diese selbst als wagrecht schwebend betrachten; erhebt sich aber ein Ende über den Ring, so muss die Hälfte der Nadel, welcher dieses Ende angehört, durch etwas Wachs, das man unten anklebt, mit der anderen Hälfte so in's Gleichgewicht gebracht werden, dass beide Hälften horizontal liegen.

Zu 2. Von dem Einflusse der Excentricität auf die Winkelmessung und deren Bestimmung war bereits im vorigen Paragraph die Rede, wesshalb wir hier mit der Bemerkung darauf verweisen, dass man eine Verbesserung der Excentricität in der Regel nicht vorzunehmen pflegt, weil ihr Einfluss auf die Neigungswinkel gegen den magnetischen Meridian nach Gleichung (93) durch doppelte Ablesungen leicht beseitigt werden kann.

Zu 3. Um die Empfindlichkeit der Magnetnadel zu prüfen, stelle man das Gehäuse wagrecht und lese bei ruhigem Stand derselben auf dem Gradringe ab. Hierauf bringe man, ohne an dem Instrumente das geringste zu ändern, die Nadel durch Näherung eines Eisenstücks, das vorher entfernt lag, in Bewegung, und sehe

zu, ob sie nach der Entfernung des Eisens und der Vollendung ihrer Schwingungen genau auf die frühere Stelle wieder zurückkehrt. Thut sie dieses nach wiederholten Versuchen, so ist sie empfindlich genug; wo nicht, so ist entweder der Stift, worauf sie schwebt, abgestumpft und daher abzuschleifen, oder es hat sich die magnetische Kraft der Nadel vermindert und ist dieselbe durch Streichen mit einem Magnet wieder zu vermehren.

Zu 4. Die Forderung der parallelen Richtung der Visirebenen und des Durchmessers, welcher durch den Nullpunkt der Theilung geht, würde nicht nöthig seyn, wenn die Bussole bloss dazu diente, den Winkel zweier gegebenen Richtungen aus deren Neigung gegen den magnetischen Meridian zu finden. Denn obwohl jeder dieser Neigungswinkel mit einem Fehler behaftet ist, welcher dem Winkel (f) des Durchmessers $0^0 - 180^0$ gegen die Visirebene gleichkommt, so gibt doch ihr Unterschied den gesuchten Winkel richtig, weil der Minuend und der Subtrahend in gleichem Sinne um gleichviel zu gross oder zu klein sind. Dagegen bleibt der Neigungswinkel einer Linie gegen den magnetischen Meridian um $\pm$ f fehlerhaft, so lange die verlangte Parallelität nicht stattfindet.

Die Forderung, dass die Visirebenen auf der Instrumentenebene senkrecht stehen, also lothrecht sind, sobald diese wagrecht ist, wird dadurch gerechtfertigt, dass nur unter dieser Bedingung die in schiefen Ebenen liegenden Winkelschenkel richtig auf die Horizontalebene des Instruments und, wenn die vorausgehende Forderung erfüllt ist, in die Richtung des durch Null gelegten Durchmessers projicirt werden. Ob die Visirebenen gegen die Instrumentenebene senkrecht stehen, untersucht man bei horizontal gestellter Büchse auf die in §. 23 angegebene Weise; und wenn Berichtigungen nöthig werden, so kann man sie nach der ebendaselbst gegebenen Anweisung vornehmen. Was aber die Stellung der Visirebenen gegen den Durchmesser $0^0 - 180^0$ betrifft, so lässt sich dieselbe wie folgt kennen lernen.

Man spanne über die Büchse einen Faden, der die Theilpunkte 90^0 und 270^0, also auch den mit OW bezeichneten Durchmesser genau deckt; stelle das Instrument horizontal und drehe die Büchse so lange im Kreise, bis der ausgespannte Faden in die von einem etwa 150 bis 200 Fuss entfernten Gegenstande und der Gehäusaxe bestimmte Richtung kommt; hierauf lese man den Stand der Nadel (am

Nordende) ab und drehe die Büchse, bis die von S nach N laufende Visirebene den entfernten Gegenstand deckt; schliesslich lese man an demselben Ende der Nadel wie vorhin ab und bestimme aus den beiden Ablesungen den Drehwinkel. Ist dieser $= 90^0$, so ist die Visirebene dem Durchmesser $0^0 - 180^0$, welcher auf dem durch 90^0 und 270^0 gehenden senkrecht steht, parallel; ausserdem zeigt die Abweichung von 90^0 den gesuchten Fehler f an, welcher nach §. 23 durch Verschiebung der Ocularspalte zu verbessern ist. Dreht man in dem vorigen Sinne die Bussole weiter und stellt die zweite Visirebene NS auf den entfernten Gegenstand ein, so wird die Ablesung am Nordende der Nadel lehren, ob die beiden Visirebenen mit einander parallel sind, oder wie die zweite gegen den Durchmesser $0^0 - 180^0$ steht. Wenn nämlich der Unterschied der beiden letzten Ablesungen gerade 180^0 beträgt, so sind die Visirebenen parallel und ihre Neigungen gegen die Richtung $0^0 - 180^0$ gleich; ist aber dieser Unterschied grösser oder kleiner als 180^0, so bilden dieselben einen diesem Unterschiede entsprechenden Winkel mit einander und es kann daraus leicht auf die Stellung der zweiten Visirebene gegen den Durchmesser $0^0 - 180^0$ geschlossen werden. Eine für nöthig erachtete Verbesserung der Richtung dieser zweiten Ebene wird selbstverständlich wie bei der ersten vorgenommen.

Ein anderes Verfahren für die Prüfung Nr. 4 ist das folgende, bei welchem angenommen wird, dass für den Beobachtungsort die Mittagslinie und für die Beobachtungszeit die magnetische Abweichung gegeben sey. Man stelle das Instrument horizontal, drehe das Diopter in die Mittagslinie und lese die Abweichung der Nadel am Nordende ab. Stimmt die Ablesung mit der gegebenen magnetischen Abweichung, so ist die Linie $0^0 - 180^0$ mit der Visirebene parallel, ausserdem aber nicht.

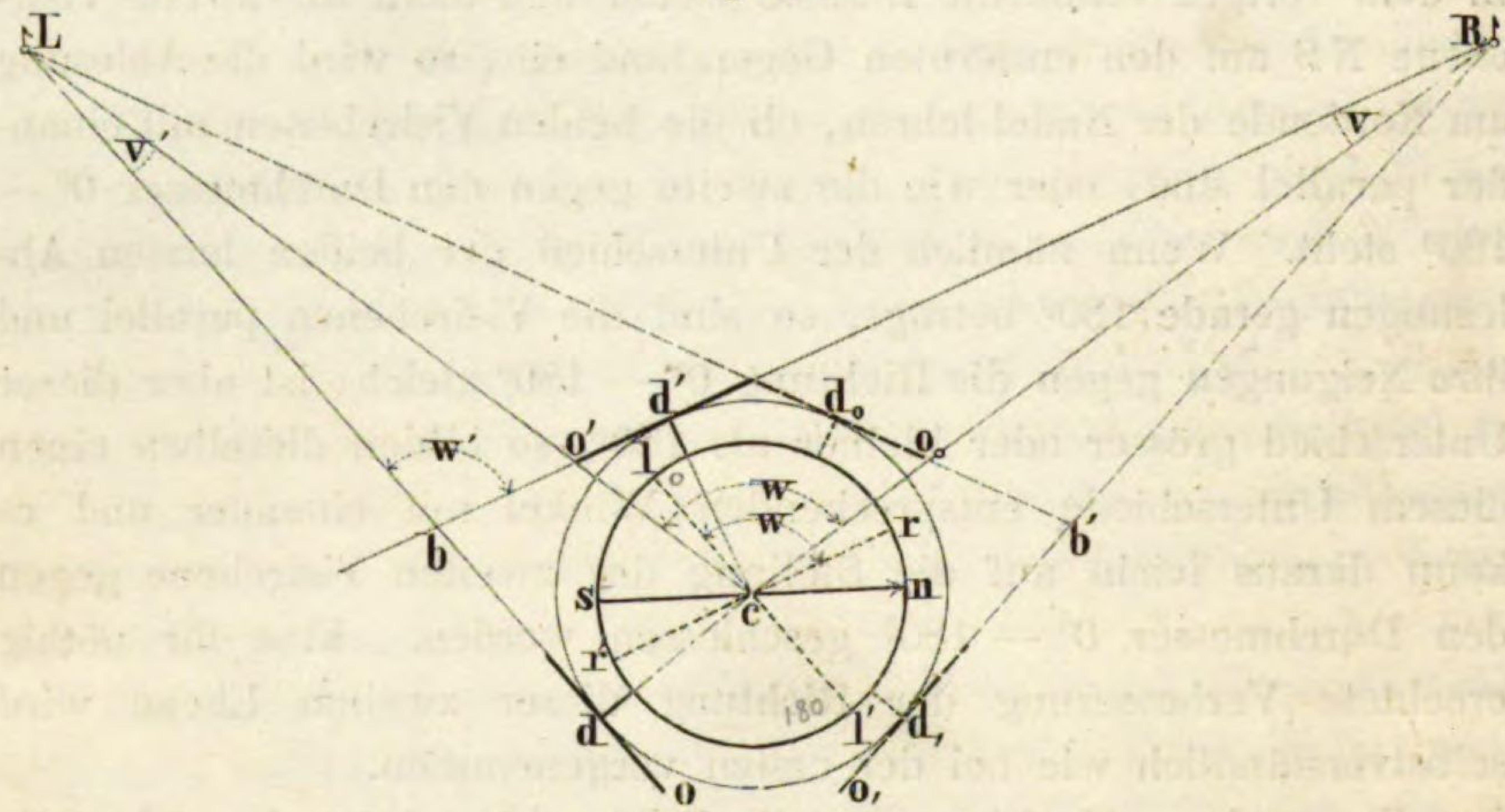
§. 122.

Excentricität der Visirlinie.

Es wurde bereits früher (§. 119) erwähnt, dass es Bussolen gibt, deren Diopter ausserhalb des Nadelgehäuses angebracht ist. Von einer solchen Bussole hat man eine richtige Vorstellung, wenn man sich an der in Fig. 116 abgebildeten die Diopterflügel f und f' weggenommen und dafür, der durch sie bestimmten Visirrichtung parallel, an der Büchse bei C ein anderes Diopter angebracht denkt.

Wir wollen annehmen, dass dieses Diopter aus einem Messingrohre bestehe, welches an dem einen Ende eine kleine runde Ocularöffnung und an dem anderen Ende ein Fadenkreuz enthält. In der beigedruckten Fig. 121 stelle od die Visirlinie des Diopters, lrr'l' den Gradring, ns die Nadel und ll' den durch den Anfangspunkt der Theilung gehenden Durchmesser $0^0 - 180^0$, womit die Visirlinie parallel seyn muss, vor.

Fig. 121.



Soll mit dieser Bussole ein Winkel LcR = w gemessen werden, so stelle man das Instrument centrisch über den Scheitel c und mache den Gradring horizontal wie früher. Hierauf richte man das Diopter (od) auf das Signal L im linken Schenkel und lese am Nordende der Nadel den Bogen ln = a' ab. Dann stelle man das Diopter in der Richtung o'd' auf das zweite Signal R ein und lese bei n den Bogen rn = a'' ab. Der Unterschied a' — a'' der beiden Ablesungen misst offenbar den Winkel lcr = dcd' = LbR = w', aber nicht unmittelbar den gesuchten Winkel w. Wollte man w' für w nehmen, so würde man einen Fehler in die Messung bringen, welcher dem Unterschiede w' — w dieser zwei Winkel gleich wäre.

Es fragt sich nun, wie man mit Hilfe von w' den Winkel w finden kann. Nach der Figur ist der Aussenwinkel Lo'R = w + v = w' + v', mithin auch

$$w = w' + v' - v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Die Winkel v und v' sind jedenfalls sehr klein, da sie von den

Winkelschenkeln $cR = l$ und $cL = l'$ und der Entfernung $cd = cd' = e$, welche die Excentricität der Visirlinie oder des Diopters heisst, abhängen, jene aber gegen diese sehr gross sind. Man kann desshalb die Sinusse von v und v' ihren Bögen proportional und somit

$$v = 206265 \, . \, \frac{e}{l} \text{ Sekunden},$$

$$v' = 206265 \, . \, \frac{e}{l'} \text{ Sekunden}$$

setzen. Diese Werthe von v und v' in obige Gleichung gesetzt, wird

$$w = w' + 206265 \, . \, e\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

$$w - w' = 206265 \, . \, e\left(\frac{1}{l'} - \frac{1}{l}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (96)$$

Die erste dieser zwei Gleichungen lehrt, wie man w aus w', der Excentricität r und den Längen der Winkelschenkel finden kann, während die zweite den Einfluss der Excentricität der Visirlinie auf die Messung eines Winkels zeigt. Aus beiden aber erkennt man, dass dieser Einfluss null wird, wenn die Winkelschenkel gleich lang sind, und dass er mit der Differenz dieser Längen so wie mit der Excentricität (e) selbst wächst. Für $e = 0',4$, $l' = 100'$ und $l = 200'$ wird $w - w' = 412,5$ Sek. $= 6,9$ Minuten.

Will man den Einfluss der Excentricität der Visirlinie auf die Winkelmessung, welcher oft sehr gross werden kann, beseitigen, so kann dieses durch eine zweite Messung des Winkels geschehen, nachdem man vorher das Diopter durchgeschlagen, d. h. in die entgegengesetzte Richtung gedreht hat, ohne an dem Stand des Gestelles das Geringste zu ändern. Unter dieser Voraussetzung liefert die zweite (nach der Anleitung zur ersten vorzunehmende) Messung den Winkel

$$w = w'' - v' + v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (97)$$

worin w'' die Differenz der beiden Ablesungen α' und α'', welche an dem Nordende der Nadel gemacht wurden, vorstellt. Addirt man diese Gleichung zu der mit (94) bezeichneten, so folgt aus beiden der gesuchte Winkel

$$w = \tfrac{1}{2}\,(w' + w'') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (98)$$

d. h. man findet mit einer Bussole, deren Visirlinie eine

Excentricität besitzt, die wahre Grösse eines Winkels aus dem arithmetischen Mittel zweier Messungen, von denen die letzte mit durchgeschlagenem Diopter vorgenommen wurde.

Es versteht sich von selbst, dass der Einfluss der Excentricität der Visirlinie, wenn diese an einem Instrumente nicht absichtlich, sondern zufällig vorhanden ist, wie z. B. an der in Fig. 116 abgebildeten Bussole der Fall seyn kann, ebenfalls nach der Gleichung (96) berechnet wird. Es ist aber auch klar, dass in einem solchen Falle, wo r ausserordentlich klein ist, die Grösse dieses Einflusses auf einen gemessenen Winkel so wenig beträgt, dass sie weit innerhalb der Grenzen der Genauigkeit einer Bussole liegt und daher wohl immer vernachlässigt werden kann.

§. 123.

Bussole von Breithaupt.

Nach der vorausgehenden Auseinandersetzung des Wesens der Feldbussole bedarf die in der beigedruckten Abbildung versinnlichte Einrichtung derselben nach Breithaupt nur einer kurzen Erläuterung.

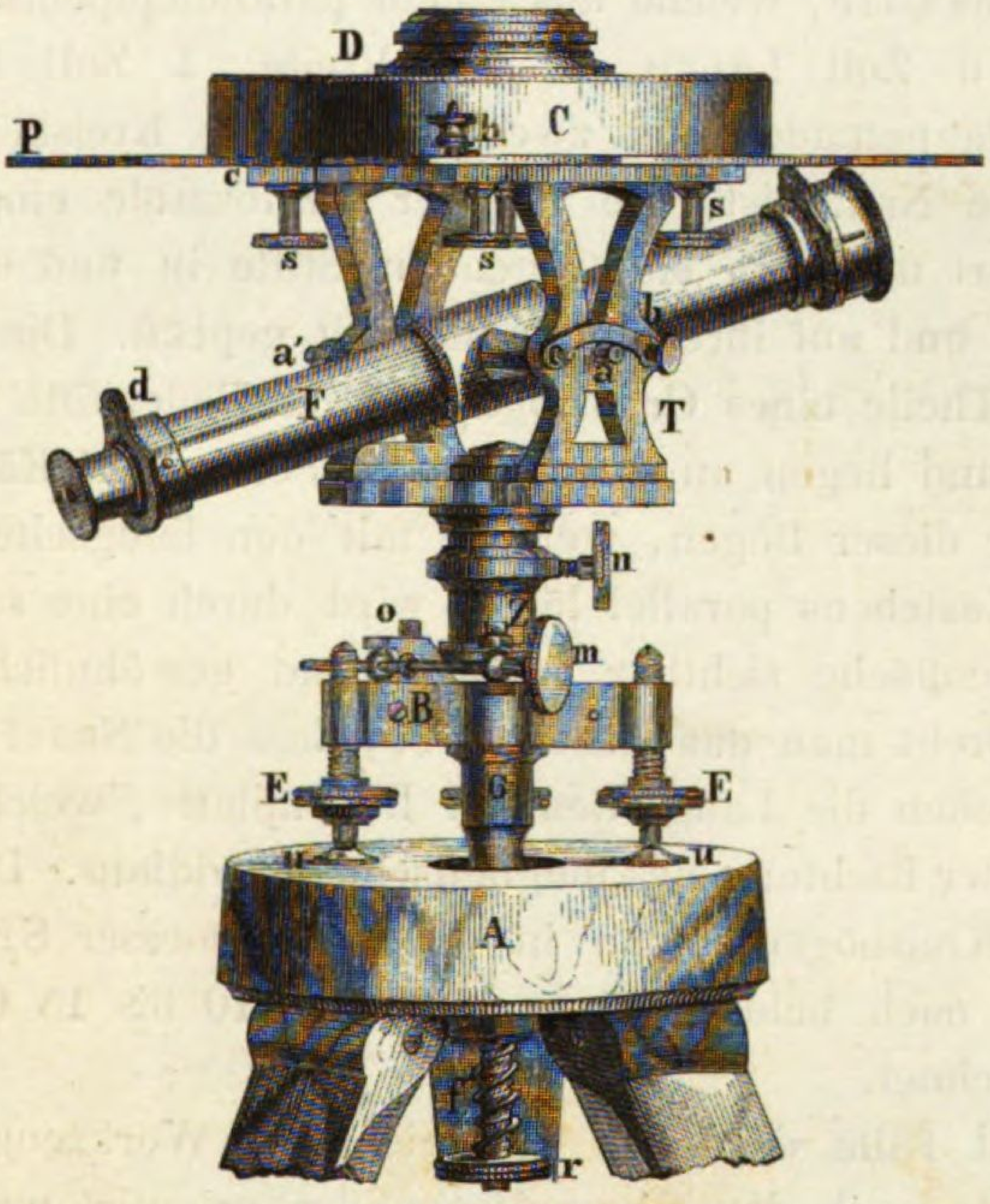
Der Compass (C) ist wie bei der Ertelschen Bussole beschaffen. Mit den 4 Schräubchen s, s wird die Gehäusplatte (P) an die Scheibe c der beiden Träger T, T so befestigt, dass sie gegen die Axe des Centralzapfens Z senkrecht steht. Die Dosenlibelle D, welche auf dem Glasdeckel ruht, dient zur Horizontalstellung des Gehäuses.

Ein Fernrohr (F) von kurzer Brennweite und ganz einfacher Construction vertritt hier die Stelle des Diopters. Seine Drehaxe (aa') ruht in den Trägern T, T, welche gestatten, es auszuheben und umzusetzen oder durchzuschlagen. Die Visirlinie bewegt sich bei der Drehung des Rohrs um die horizontale Axe aa' in einer Vertikalebene, welche durch die Axe des Centralzapfens und den Durchmesser $0^0 — 180^0$ des Gradrings bestimmt ist. Durch die Schliessen b, b wird die Drehaxe in ihrer Stellung festgehalten.

Das Gestelle (A), wie das Ertelsche aus drei Beinen und einer Kopfplatte bestehend, trägt einen Dreifuss (B), welcher durch den Ansatz G und die Schraube r mit der Kopfplatte A verbunden ist. Da der Dreifuss wegen der Horizontalstellung des Gehäuses, die durch drei Fussschrauben (E, E) bewirkt wird, eine mässige Vertikalbewegung haben muss, so liegt die Schraube r nicht dicht an

der Platte A, sondern an einer zwischen beide gestellten Spiralfeder f, welche sich um G windet. Auf diese Weise wird der Dreifuss am Gestelle festgehalten, ohne dass bei seiner Bewegung eine für ihn nachtheilige Spannung entsteht. Die Horizontaldrehung geschieht um den Centralzapfen Z. Diese Drehung fordert die Lüftung der Schraube n, welche gegen den Zapfen drückt. Nachdem man durch die grobe Drehung das Fernrohr gegen den anzuvisirenden Punkt gerichtet hat, kann man es mit Hilfe der Mikrometerschraube m genau einstellen und alsdann die Drehung durch Anziehen der Schraube n hemmen.

Fig. 122.



Was den Gebrauch, die Prüfung und Berichtigung dieser Bussole betrifft, so gilt hier alles, was darüber in den §§. 120 und 121 gesagt wurde, wenn man sich darin nur „Fernrohr" statt „Diopter" gesetzt denkt und berücksichtigt, dass die Visirlinie des ersteren durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes und den optischen Mittelpunkt der Objectivlinse bestimmt wird.

Die Orientirbussole.

§. 124.

Von den meisten geometrischen Aufnahmen wird verlangt, dass sie die Lage der aufgenommenen Punkte nicht bloss unter sich, sondern auch gegen bestimmte Richtungen, z. B. die Himmelsgegenden, darstellen. Man findet desshalb auf den Plänen fast immer die Mittagslinie und die Senkrechte darauf angegeben. Andererseits ist es für die Aufstellung des Messtisches auf dem Felde oft sehr erwünscht, die Richtung des magnetischen Meridians zu kennen. Zur Angabe dieser Richtung und der Mittagslinie für eine Messtischaufnahme, welche keinen Theil einer grösseren Vermessung ausmacht und folglich nicht auf ein Dreiecknetz gegründet ist[1], bedient man sich der Orientirbussole, welche aus einem parallelepipedischen Kästchen (von etwa 6 Zoll Länge, 3 Zoll Breite, 1 Zoll Höhe), worin sich eine Magnetnadel und zwei eingetheilte Kreisbögen befinden, besteht. Die Nadel ist wie bei der Feldbussole eingerichtet und wird wie dort mit dem sie tragenden Stifte in und ausser Verbindung gesetzt und auf ihre Empfindlichkeit geprüft. Die beiden Kreisbögen sind Theile eines Gradrings, der im Nadelstifte seinen Mittelpunkt hat, und liegen an den schmalen Seiten des Kästchens. Der Durchmesser dieser Bögen, welcher mit den Langseiten der Bodenplatte des Kästchens parallel läuft, wird durch eine schwarze Linie auf der Bodenfläche sichtbar gemacht und gewöhnlich mit SN bezeichnet. Dreht man das Kästchen so, dass die Nadel die Linie SN deckt, so stehen die Langseiten der Bodenplatte, welche als Lineale dienen, in der Richtung des magnetischen Meridians. Die Nullpunkte der beiden Kreisbögen liegen in dem Durchmesser SN; von ihnen aus werden nach beiden Seiten hin etwa 10 bis 15 Grade auf die Bögen gezeichnet.

Soll mit Hilfe des eben beschriebenen Werkzeugs eine Messtischaufnahme nach den Himmelsgegenden orientirt werden, so verfahre man folgendermassen. Zunächst stelle man den Messtisch über einem beliebigen Punkt P des Feldes so auf, dass der Punkt p der Aufnahme, welcher das Bild von P ist, lothrecht über P liegt, und dass nach der Horizontalstellung des Blattes eine Seite pq des Plans mit

[1] Wenn einer Messtischaufnahme ein Dreiecknetz zu Grunde liegt, so ist die Lage aller aufgenommenen Punkte gegen die Mittagslinie aus diesem Netze bekannt, wie später gezeigt wird.

der auf dem Felde gegebenen Seite PQ, wovon jene wiederum das Bild ist, in eine Vertikalebene fällt. Durch diese nach §. 111 zu vollziehende Arbeit wird die gezeichnete Figur mit der natürlichen, welche sie verjüngt darstellt, parallel gemacht: die Bildseiten haben folglich gegen die Himmelsgegenden dieselbe Lage wie die entsprechenden Seiten des natürlichen Grundrisses. Dreht man hierauf die auf den Plan gestellte Orientirbussole so lange seitwärts, bis die Nadel einspielt, d. h. die Linie SN deckt, und zieht an einer Langseite der Bodenplatte eine feine Linie, so bezeichnet diese den magnetischen Meridian. Ist nun für den gegebenen Ort und zur Zeit der Beobachtung die Abweichung der Nadel* bekannt, so trägt man die Grösse derselben an die eben gezogene Linie, womit die gestellte Aufgabe in so ferne gelöst ist, als der neue Winkelschenkel, den man dadurch erhält, die Mittagslinie bezeichnet.

Schliesslich ist nur noch zu bemerken, dass man denselben Zweck, welcher eben durch die Orientirbussole erreicht wurde, auch durch die Feldbussole erfüllen kann: entweder indem man das Gehäuse von dem Gestelle abschraubt und die mit der Linie SN oder dem Durchmesser 0^0 — 180^0 des Gradrings parallel laufenden Seiten der Bodenplatte gerade so wie die Langseiten des Kästchens der Orientirbussole benützt; oder aber indem man die Neigung einer Seite der aufgenommenen Figur gegen den magnetischen Meridian auf bekannte Weise misst, mit Hilfe der für Ort und Zeit gegebenen Abweichung der Magnetnadel auf die Mittagslinie bezieht, und diesen Neigungswinkel an jene Seite richtig anträgt.

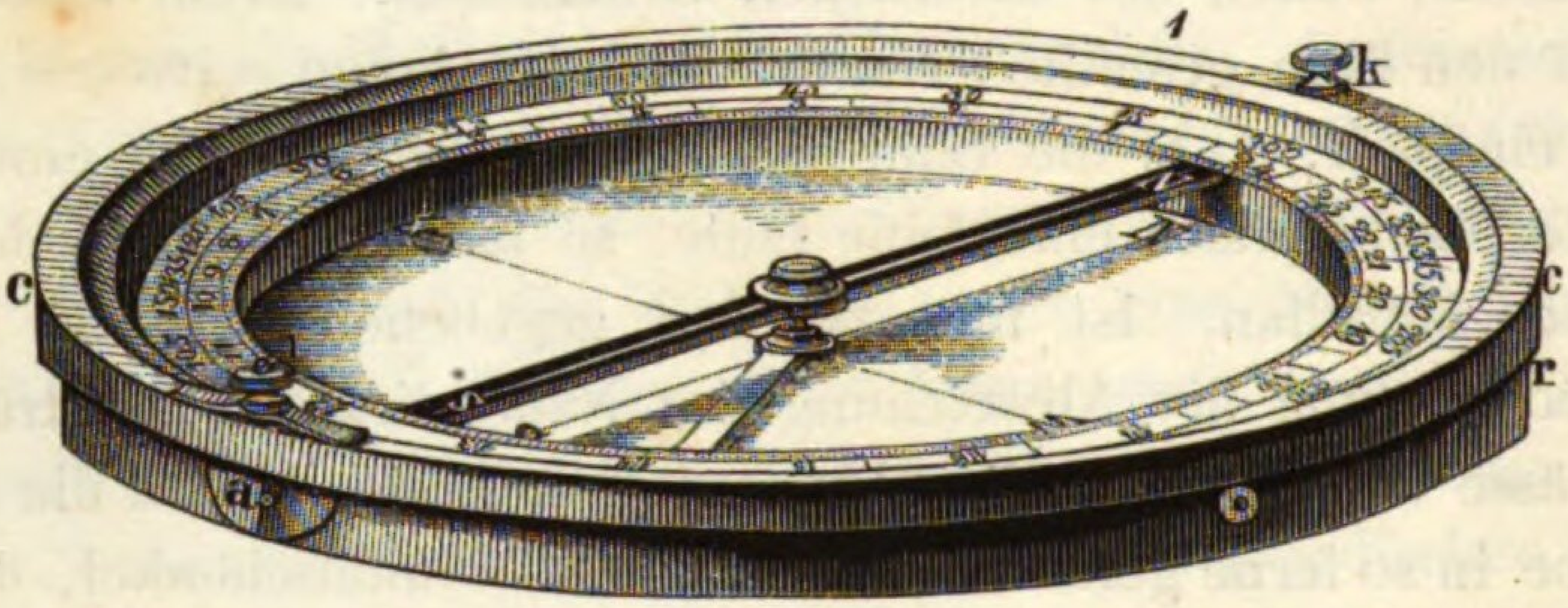
Der Hängecompass.

§. 125.

Was für den Feldmesser die in §. 119 beschriebene Bussole, ist für den Markscheider der Hängecompass, nämlich ein Mittel, wagrechte Winkel zweier beliebiger Richtungen und dergleichen Neigungswinkel einzelner Linien gegen die Magnet- oder die Mittagslinie zu messen. Während aber jener seine Bussole auf einem versetzbaren Gestelle befestigen kann, muss dieser seinen Compass an eine ausgespannte Schnur hängen, welche den Winkelschenkel, dessen Lage bestimmt werden soll, vorstellt. Diese Forderung bringt die Beschaffenheit der Bergwerke mit sich, welche nicht an allen Punkten das Aufstellen von Stativen gestattet. Da, wie eben

bemerkt, bei Messungen mit dem Hängecompass die Winkelschenkel durch ausgespannte Schnüre angegeben werden, so bedarf dieses Werkzeug selbstverständlich keines Diopters, wesshalb es nur aus zwei Theilen besteht: dem Compass und dem Hängezeug.

Fig. 123.



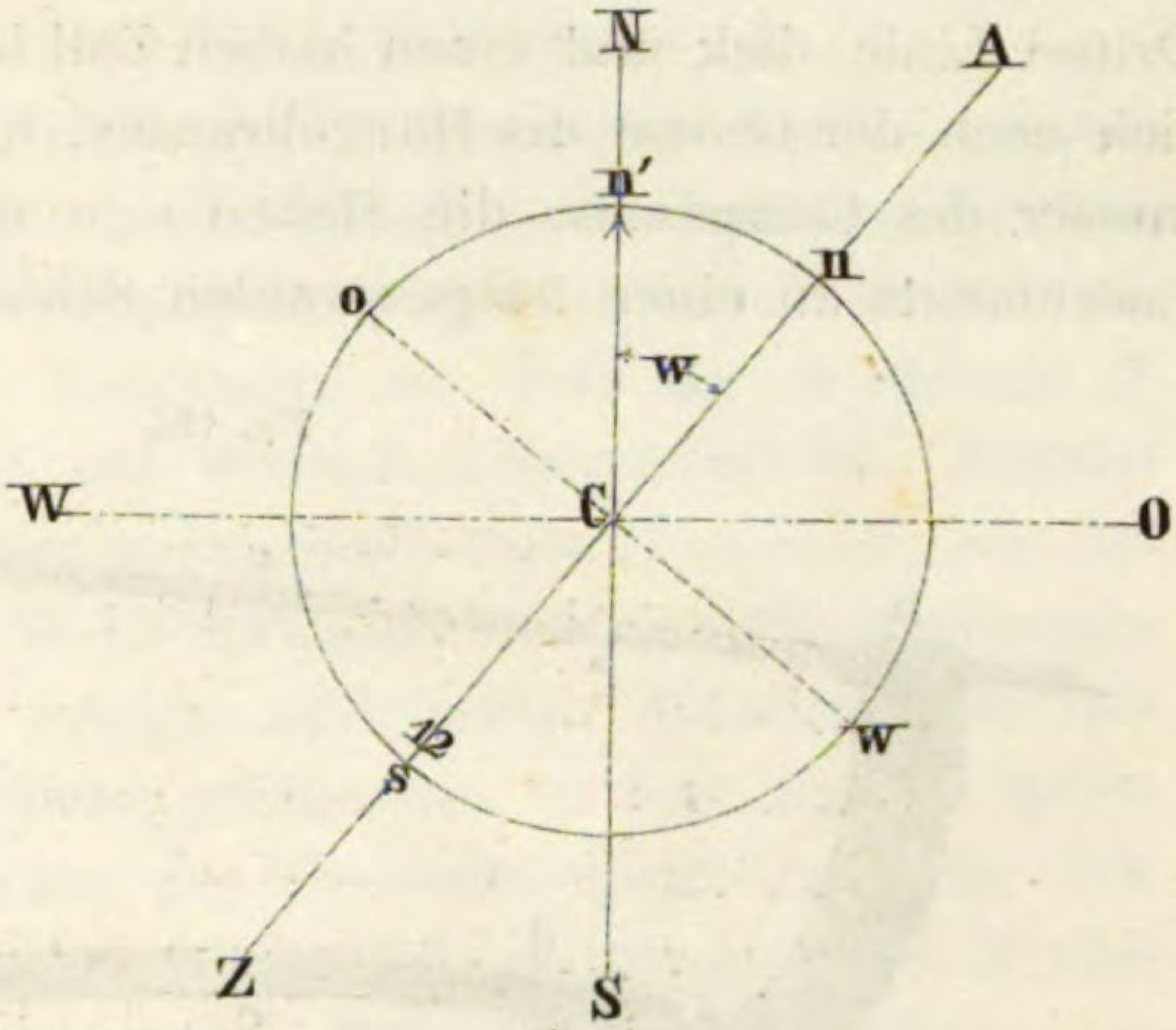
Der Compass ist, wie Fig. 123 zeigt, von dem der Feldbussole nicht wesentlich verschieden; nur die Eintheilung des Rings ist theilweise eine andere. Die meisten Bergleute sind nämlich von alter Zeit her gewohnt, die Winkel, welche gegebene Richtungen mit der Magnetlinie einschliessen, nicht nach Graden, sondern nach „Stunden" anzugeben, von denen eine der 24ste Theil eines Kreises oder ein Winkel von 15 Graden ist. Eine Stunde wird je nach Herkommen oder Verordnung entweder in Viertel, Achtel, Sechszehntel u. s. w. oder in 15 ganze und 30 halbe Grade eingetheilt. Die letztere Eintheilung ist jetzt die vorherrschende und verdient um so mehr den Vorzug, als sie mit der gewöhnlichen Kreiseintheilung zusammentrifft. Wir werden vorzugsweise nur diese berücksichtigen.

Vergleicht man die in der voranstehenden Figur abgebildete Eintheilung des Grubencompasses mit jener der Feldbussole, so ergeben sich ausser dem eben besprochenen Unterschiede noch zwei andere, von denen der eine in der Verwechselung der Bezeichnungen Ost und West, und der zweite in der entgegengesetzten, von rechts nach links laufenden Bezifferung liegt. Diese Verschiedenheiten erklären sich aber durch den Gebrauch des Grubencompasses.

Gesetzt nämlich, es sey der Horizontalwinkel, welchen in Fig. 124 die Linie AC mit der Magnetlinie SN einschliesst, d. i. der Streichwinkel ACN = w zu bestimmen: so wird der Durchmesser SN des Theilringes, welcher mit Stunde 0 (0^h) und Stunde 12 (12^h) bezeichnet ist, in die gegebene Richtung CA gestellt und am Nordende

(n′) der Nadel, welche in die Magnetlinie SN fällt, abgelesen. Wäre nun der Kreis wie das Zifferblatt einer Uhr von links nach rechts beziffert, so würde die Ablesung für den Winkel ACN den Bogen nwsn′ liefern, und man müsste diese Ablesung von 24 abziehen, um den gesuchten Bogen nn′ in Stunden zu erhalten.

Fig. 124.



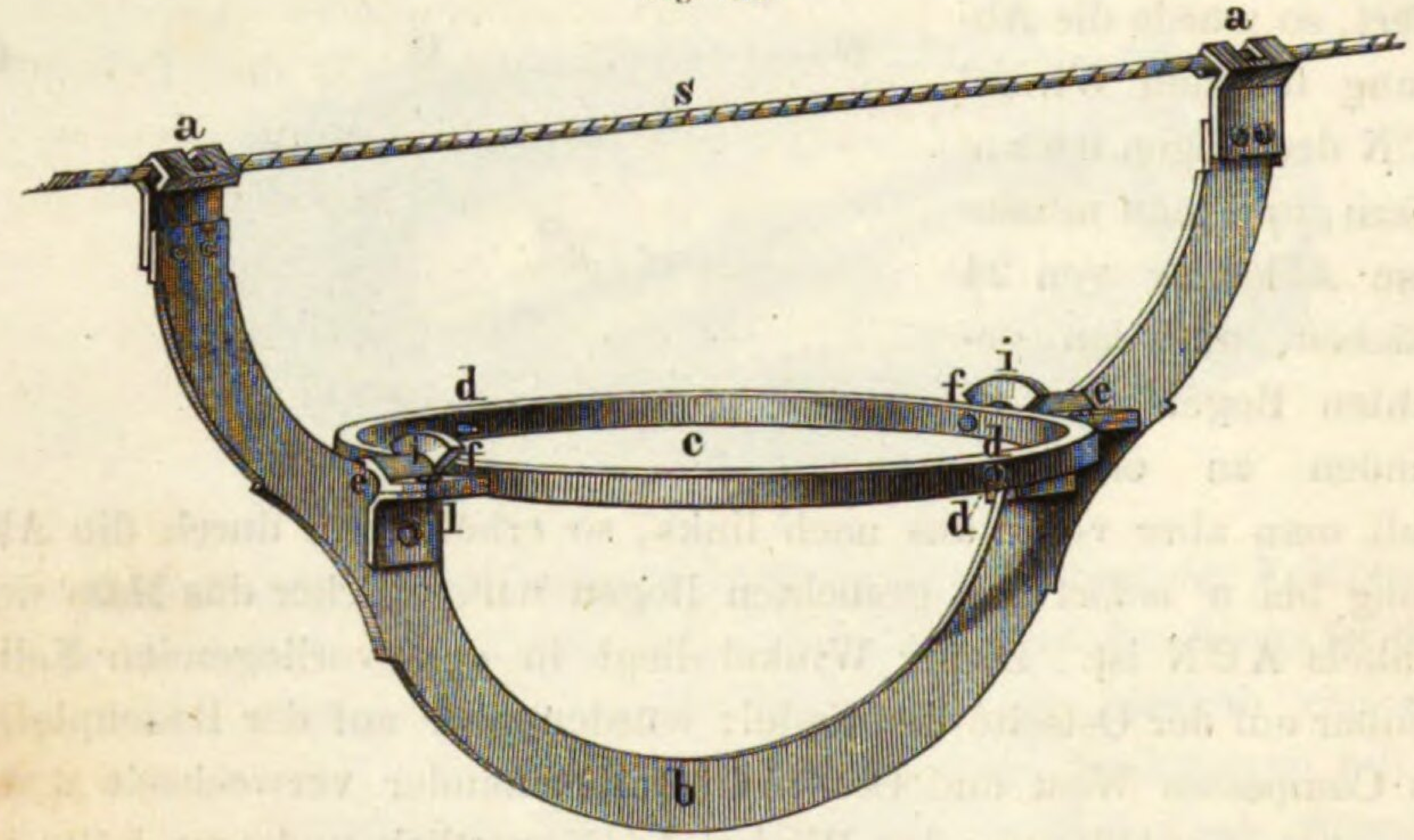
Zählt man aber von n aus nach links, so erhält man durch die Ablesung bei n′ sofort den gesuchten Bogen nn′, welcher das Mass des Winkels ACN ist. Dieser Winkel liegt in dem vorliegenden Falle offenbar auf der Ostseite der Nadel; würden aber auf der Bodenplatte des Compasses West und Ost nicht mit einander verwechselt seyn, so ergäbe die Ablesung den Winkel ACN westlich und man hätte in der Aufzeichnung östlich dafür zu setzen. Um nun den Irrthümern, die sich hieraus ergeben können, ein für allemal vorzubeugen, bezeichnet man die Himmelsgegenden so, wie oben und in der Fig. 124 angegeben.

Wenn, wie in Fig. 123 angenommen, die Kreistheilung von 0^h bis 24^h geht und ein für allemal festgesetzt wird, dass die Zählung von rechts nach links läuft, so kann man die Bezeichnung der Lage der Winkel gegen die Magnetlinie ganz weglassen, da dieselbe schon durch die Grösse der Ablesung bestimmt ist, in so ferne die Stunden von 0 bis 12 östlichen und die übrigen westlichen Lagen angehören. Wo aber der Kreis in zweimal 12 Stunden eingetheilt wird, welche von demselben Nullpunkte ausgehen und in entgegengesetzten Richtungen fortschreiten, ist die Bestimmung der östlichen oder westlichen Lage des Winkels unumgänglich nöthig.

Das Hängezeug, welches in Fig. 125 des Raumes wegen in kleinerem Massstabe dargestellt ist als der zugehörige Compass (Fig. 123), besteht aus zwei rechtwinklich verbundenen Stücken, dem Hängebogen (b) und dem Hängekranz (c). Beide sind aus hart

geschlagenem Messing gearbeitet. Der Hängebogen ist etwa ein Drittel Linie dick und einen halben Zoll breit; seine Oeffnung richtet sich nach der Grösse des Hängekranzes, und diese nach dem Durchmesser des Compasses; die Haken a, a dienen zum Aufhängen des Instruments an einer festgespannten Schnur. Der Hängekranz wird

Fig. 125.



ungefähr doppelt so dick und halb so breit gemacht als der Hängebogen; er ist winkelrecht abgedreht und hat an den Enden eines Durchmessers zwei cylindrische Zapfen (e, e) mit scheibenförmigen Ansätzen (i, i), um welche er sich in den am Hängebogen festgeschraubten Lagern (l, l) drehen kann. In einem zweiten auf dem ersten senkrecht stehenden Durchmesser liegen zwei Körner d, d, welche den in der Richtung OW oder $6^h - 18^h$ mit entsprechenden Vertiefungen (o, o) versehenen Compass so aufnehmen, dass eine Drehung desselben um die Axe dd oder die Ostwestlinie möglich ist. Durch diese Bewegung und jene um die Axe ee oder die Südnordlinie des Hängerings kann der Compass leicht horizontal gestellt werden. Der Drehung des Hängekranzes sind übrigens durch die Ansätze i, i der Zapfen ziemlich enge Grenzen gesteckt; denn wenn die Anschläge f, f der Scheiben i, i auf das Lager l, l zu liegen kommen, so hört die Bewegung auf. An älteren Hängeinstrumenten ist der Kranz gar nicht beweglich, sondern sofort rechtwinklich mit dem Hängebogen zusammengeschraubt, was unseres Erachtens gerade so gut ist als die neuere Einrichtung.

§. 126.

Gebrauch des Längecompasses.

Soll mit dem eben beschriebenen Hängecompass der Horizontalwinkel (r c l) zweier Richtungen in einem Bergwerke bestimmt werden, so spanne man zunächst die Schnur nach dem rechten Schenkel aus und hänge an dieselbe das Instrument so, dass der Nordpunkt N des Compasses vom Scheitel des Winkels abgewendet ist. Hierauf sehe man zu, ob der Stundenring wagrecht liegt, was man, wie bei der Feldbussole, durch die Nadel erkennen kann; sanfte Drehungen um die Axen d d oder e e werden allenfallsige Abweichungen beseitigen. Ist die Nadel zur Ruhe gekommen, so lese man an ihrem Nordende (n) ab und bemerke das Ergebniss dieser Ablesung (a′). Dasselbe Verfahren wiederhole man am linken Schenkel. Die hierbei erhaltene Ablesung a″ bestimmt den Streichwinkel des linken, so wie a′ den Streichwinkel des rechten Schenkels: der Unterschied a′ — a″ ist der gesuchte Winkel in dem Falle, dass das Streichen beider Schenkel zugleich östlich oder zugleich westlich ist; liegt aber der rechte Schenkel östlich und der linke westlich, so muss man zu der negativen Differenz a′ — a″ noch 360^0 oder 24^h addiren, um den verlangten Winkel zu finden. Das Bestimmen dieses Winkels aus den Ablesungen ist also dasselbe, welches wir bei der Feldbussole schon kennen gelernt haben; nur bezeichnet hier a′ die Ablesung für den rechten und dort für den linken Schenkel. Dieses Voranstellen des rechten Schenkels ist aber bei Messungen mit dem Hängecompass desshalb nöthig, weil seine Bezifferung den entgegengesetzten Lauf von jener der Feldbussole hat.

§. 127.

Prüfung und Berichtigung.

Nachdem man den Compass für sich wie früher untersucht hat, ob der Stundenring richtig getheilt, das Gehäuse eisenfrei, die Nadel empfindlich und nicht excentrisch ist: prüft man ihn in seiner Verbindung mit dem Hängezeug weiter noch auf folgende Eigenschaften:

1) ob die Magnetnadel horizontal schwebt;

2) ob der Stundenring des Compasses immer eine wagrechte Lage annimmt; und

3) ob die Südnord- oder zwölfte Stundenlinie des Compasses in der lothrechten Ebene der Schnur liegt.

Zu 1. Ob die Magnetnadel ruhend eine wagrechte Lage annimmt, erfährt man dadurch, dass man das Instrument an eine von Ost nach West gespannte Schnur hängt und beobachtet, wie die Nadelenden gegen die Ebene des Stundenrings liegen. Zeigt sich, dass die Nadelspitzen in dieser Ebene liegen, so kann man noch nicht mit Sicherheit annehmen, dass die Nadel selbst wagrecht liegt, weil es möglich wäre, dass der Stundenring in der Richtung der Nadel dieselbe Neigung gegen den Horizont hätte wie diese. Man muss desshalb, um hierüber klar zu werden, das Instrument umhängen (d. h. die Plätze der Haken vertauschen) und die Nadel abermals beobachten. Liegt sie diesesmal wieder in der Ebene des Stundenrings, so hat sie offenbar eine wagrechte Lage und ist nichts an ihr zu verbessern; bildet aber ihr Rücken mit der Ringebene einen Winkel, so zeigt dieser den doppelten Fehler in der Lage der Nadel an: die eine Hälfte dieses Winkels wird alsdann an der Nadel, die andere an dem Hängekranz verbessert. Der Beweis dieser Behauptung ist so einfach, dass wir ihn übergehen zu dürfen glauben. Die Berichtigung der Nadel geschieht durch Beschwerung der Hälfte, welche sich erhebt, oder durch Leichtermachen derjenigen Hälfte, welche sich senkt; und was den Hängekranz betrifft, so muss man seine Stellung gegen den Bogen durch die Anschläge f, f der Zapfenansätze i, i verbessern. Zeigt sich gleich bei dem ersten Aufhängen, dass die Ebenen der Nadel und des Stundenrings nicht zusammenfallen, so liegt der Fehler entweder in der Nadel, oder in dem Ring, oder in beiden zugleich. Man verbessere daher zunächst die Nadel durch Ankleben von etwas Wachs so, dass sie in die Ebene des Rings einspielt, hänge hierauf das Instrument um und verfahre weiter wie vorhin.

Zu 2. Daraus, dass der Compass nach dem oben beschriebenen Verfahren in der Richtung seiner Drehaxe dd horizontal gestellt worden, folgt noch nicht, dass sein Stundenring in einer wagrechten Ebene liegt. Man muss desshalb, nachdem die Nadel untersucht worden, die Schnur in die Magnetlinie spannen und zusehen, ob nach eingetretener Ruhe die Nadelenden in der Ebene des Rings liegen. Fallen sie in diese Ebene, so ist dieselbe wagrecht; ausserdem aber ist entweder die Masse des Compassgehäuses zu beiden Seiten der Drehaxe dd nicht gleich vertheilt, oder diese Axe geht nicht genau durch den Mittelpunkt des Kreises, oder aber die Reibung

der Axe ist zu gross. In dem ersten Falle müsste das Gehäuse auf der schwereren Seite etwas abgeschliffen werden, in dem zweiten hätte man eines von den Löchern (o, o) der Büchse zu versetzen, und in dem dritten wäre die Reibung an den Körnern d, d zu vermindern. Welcher dieser drei Fälle stattfindet, oder, wenn sie gleichzeitig auftreten, welcher von ihnen vorwiegt, findet man durch einfache Versuche bald heraus. Wir bemerken hiezu bloss, dass es für die Untersuchung der Axenlage genügt, mit einem Zirkel nachzumessen, ob der Hängekranz genau in vier gleiche Theile getheilt ist und zuzusehen, ob die Axen durch diese Theilpunkte gehen. Ist dieses der Fall und stellt sich der Stundenring immer in gleicher Weise gegen die Nadel, wenn man den Compass um seine Axe d d ein wenig dreht, so kann der Fehler nur in der ungleichen Vertheilung der Büchsenmasse liegen. Steht aber der Stundenring, nach einer kurzen Bewegung des Compasses, bald höher bald tiefer als ein und dasselbe Ende der Nadel, so ist die Reibung an der Axe d d zu gross.

Zu 3. Die Untersuchung, ob die zwölfte Stundenlinie (oder der Durchmesser $0^h - 12^h = 0^0 - 180$) in der durch die Schnur gelegtgedachten lothrechten Ebene liegt, setzt, wenn sie mit Zuverlässigkeit gemacht werden soll, die Kenntniss der Mittagslinie und der magnetischen Abweichung an dem Orte der Untersuchung voraus. Sind diese bekannt, so spanne man eine Schnur in die Mittagslinie und lese nach eingetretener Ruhe den Stand der Nadel am Nordende ab. Findet man hierdurch dieselbe Abweichung, welche nach den magnetischen Beobachtungen für die Zeit und den Ort der Messung gilt, so ist der Stundenring richtig eingesetzt; ausserdem aber muss er so lange versetzt werden, bis die beobachtete magnetische Abweichung mit der gegebenen übereinstimmt.

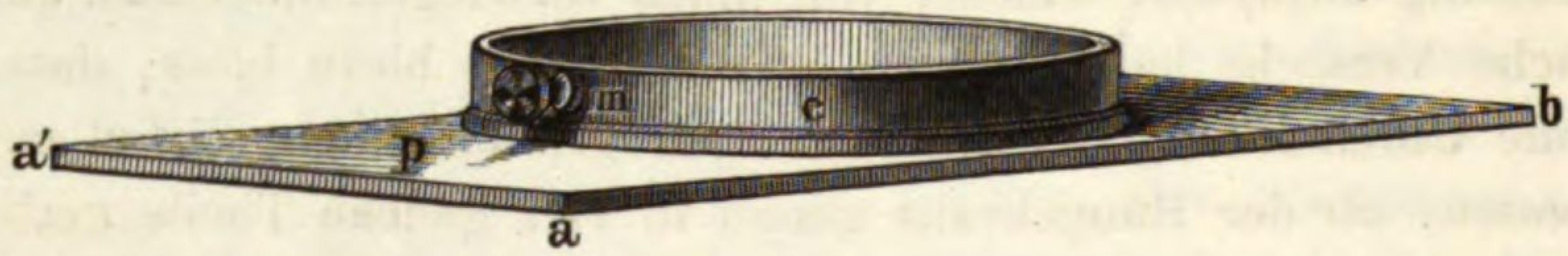
Das Zulegezeug.

§. 128.

Unter dieser Bezeichnung verstehen die Markscheider eine Vorrichtung zum Eintragen von Neigungswinkeln gegen die Magnetlinie in Pläne, oder zur Abnahme solcher Winkel aus Zeichnungen. Dieses Werkzeug, welches auch Auftraginstrument heisst, besteht nach Fig. 126 aus einer rechteckigen Messingplatte (p) von 6 bis 8″ Länge, 4 bis 5″ Breite, 1 bis $1\frac{1}{2}$‴ Dicke, und aus einem

in der Mitte befindlichen und senkrecht darauf stehenden Kranze (c'), welcher weit und hoch genug ist, den Compass des Hängezeugs (Fig. 123) in sich aufzunehmen. Dieser Compass wird so eingesetzt, dass die zwölfte Stundenlinie (0^h — 12^h) oder der Durchmesser

Fig. 126.



0^0 — 180^0 mit den Langseiten (a b, a' b') der rechteckigen Zulegeplatte, welche wie ein Lineal zu gebrauchen ist, parallel läuft. Um dieses mit der nöthigen Genauigkeit zu bewirken, dreht man den Compass in dem Zulegekranze so lange, bis zwei bestimmte an beiden Theilen befindliche Marken genau aufeinander treffen, und macht man ihn dann entweder mit einer Bremsschraube (n) oder durch irgend ein anderes Mittel fest.

Will man mit Hilfe des Zulegezeugs einen aufgenommenen Winkel (l c r) seiner Grösse und Lage nach bildlich darstellen, so braucht man nur auf dem horizontal gestellten Zeichnungsbrette die Kante der Zulegeplatte an den gegebenen Winkelscheitel (c) anzulegen und das Werkzeug um diesen Punkt so lange zu drehen, bis die Nadel dieselbe Stellung wie bei der Aufnahme des ersten Schenkels hat, also die gleiche Ablesung gibt. Zieht man alsdann längs der Kante eine feine Linie, so ist diese der eine Schenkel; den zweiten findet man in ähnlicher Weise, und aus beiden ergibt sich der ganze Winkel seiner Grösse nach. Will man die Neigung seiner Schenkel gegen die Magnetlinie darstellen, so drehe man die an c liegende Platte so lange, bis die Nadel in der zwölften Stundenlinie einspielt und ziehe an der Kante abermals eine Linie: diese ist nun der Magnetlinie parallel und bestimmt deren Lage gegen die Winkelschenkel.

Soll der Streichwinkel einer auf einem Plane gegebenen Richtung gefunden werden, so lege man diesen Plan horizontal und orientire ihn nach dem magnetischen Meridian, indem man die Zulegeplatte an die mit SN bezeichnete Magnetlinie des Plans anlegt und diesen so lange dreht, bis die Nadel mit der zwölften Stundenlinie zusammenfällt. Hieraur bringe man die Kante der Zulegeplatte an die

gegebene Richtung und lese an dem Nordende der Nadel den gesuchten Winkel seiner Grösse und Lage nach ab.

Das Zulegezeug muss folgende Eigenschaften besitzen:

1) sollen die Längenkanten der Zulegeplatte gerade und parallele Linien seyn, und

2) müssen diese Kanten der zwölften Stundenlinie des Compasses parallel laufen.

Ob die erste dieser Eigenschaften vorhanden ist, erfährt man auf folgende Weise: Man befestige auf einem wagrecht stehenden ebenen Brette zwei feine Nadeln senkrecht und in etwas kleinerer Entfernung als die Zulegeplatte lang ist. Hieran lege man die eine Kante der Platte und drehe das Brett so weit, bis das Nordende der Nadel auf einen Theilstrich des Stundenrings genau einspielt. Alsdann bringe man die zweite Kante an die beiden Nadeln und lese nach eingetretener Ruhe der Nadel wieder an deren Nordende ab. Ist diese Ablesung von der ersten genau um 180^0 oder 12^h verschieden, so sind die Kanten der Zulegeplatte parallel, ausserdem aber nicht, und es zeigt die Abweichung des Unterschiedes beider Ablesungen von 180^0 oder 12^h den Neigungswinkel der zwei Langkanten der Platte an.

Wenn man zur Prüfung des Zulegezeugs auf die zweite der oben angeführten Eigenschaften nicht das in Nr. 3 des vorigen Paragraphen beschriebene Verfahren, welches die Kenntniss der Mittagslinie und der eben stattfindenden magnetischen Abweichung voraussetzt, anwenden will, wobei man die Kante der Zulegeplatte in die Mittagslinie zu stellen hätte: so stelle man auf dem Felde den Messtisch horizontal auf; richte mit der geprüften und richtig gestellten Kippregel eine ausgespannte Schnur genau in ihre Visirebene, oder umgekehrt diese in jene; messe das Streichen der Schnur mit dem Hängecompass; lege hierauf den Compass in das Zulegezeug und schiebe dieses vorsichtig an die Kante des unverrückt stehen gebliebenen Lineals der Kippregel. Zeigt hiebei die Nadel denselben Streichwinkel für die Linealkante an, so ist dieses offenbar ein Beweis dafür, dass diese und folglich auch die anliegende Kante der Zulegeplatte mit der zwölften Stundenlinie, von welcher die Zählung der Winkel ausgeht, parallel ist; weichen aber die Ablesungen am Hängecompass und in dem Zulegezeug von einander ab, so gibt der Unterschied dieser Ablesungen den Neigungswinkel des Durchmessers

$0^h - 12^h$ oder $0^0 - 180^0$ gegen die Kante der Zulegeplatte an, vorausgesetzt, dass das Hängezeug wie die Kippregel berichtigt war.

Wenn man durch die eben beschriebenen Untersuchungen findet, dass die Kanten der Zulegeplatte entweder unter sich oder mit der zwölften Stundenlinie nicht parallel sind, so kann der Mechaniker solche Fehler leicht verbessern; wollte oder könnte man aber diese Verbesserungen nicht vornehmen lassen, so liesse sich auch mit dem fehlerhaften Zulegezeug unter folgenden Bedingungen richtig arbeiten. Erstens würde man hiebei immer nur ein und dieselbe Kante der Zulegeplatte benützen; zweitens brächte man beim Auftragen oder Abnehmen von Streichwinkeln den Neigungswinkel dieser Kante gegen die zwölfte Stundenlinie in der rechten Weise in Anrechnung; und drittens nähme man beim Auf- oder Abtragen von Winkeln, welche keine Streichwinkel sind, gar keine Rücksicht auf den vorhandenen Fehler, da dessen Einfluss auf jene Winkel nach §. 120 durch das bei dem Auf- oder Abtragen zu beobachtende Verfahren vernichtet wird.

2. Die Theodolithen.

§. 129.

Mit dem Worte Theodolith, dessen Ableitung nicht mit Bestimmtheit anzugeben ist,[1] bezeichnet man jedes Winkelmessinstrument mit zwei eingetheilten Kreisen, welche senkrecht gegen einander und bei der Messung beziehlich horizontal und vertikal stehen. Die Formen der Theodolithen sind sehr verschieden; ihrem Wesen nach zerfallen sie aber nur in zwei Gattungen: in einfache Theodolithe oder Theodolithe schlechtweg, und in Repetitionstheodolithe oder Wiederholungskreise. Wir wollen zunächst von diesen zwei Gattungen der Theodolithe eine allgemeine Anschauung geben und die Bedingungen erläutern, welche an jeder zu erfüllen sind, und hierauf die Einrichtung und den Gebrauch mehrerer Theodolithe im Einzelnen kennen lernen. Die Zeichnungen, welche wir den allgemeinen Erörterungen beifügen, deuten nur die wesentlichen Theile der in Rede stehenden Instrumente in ihrer gegenseitigen Stellung

[1] Einige glauben, dass das Wort Theodolith zusammengesetzt sey: aus θέα das Anschauen, ὁδός der Weg und λίθος der Stein. Um diese Ableitung zu begreifen, muss man wissen, dass in früherer Zeit die Unterlagen, auf welche man die Theodolithe stellte, immer aus Stein bestanden.

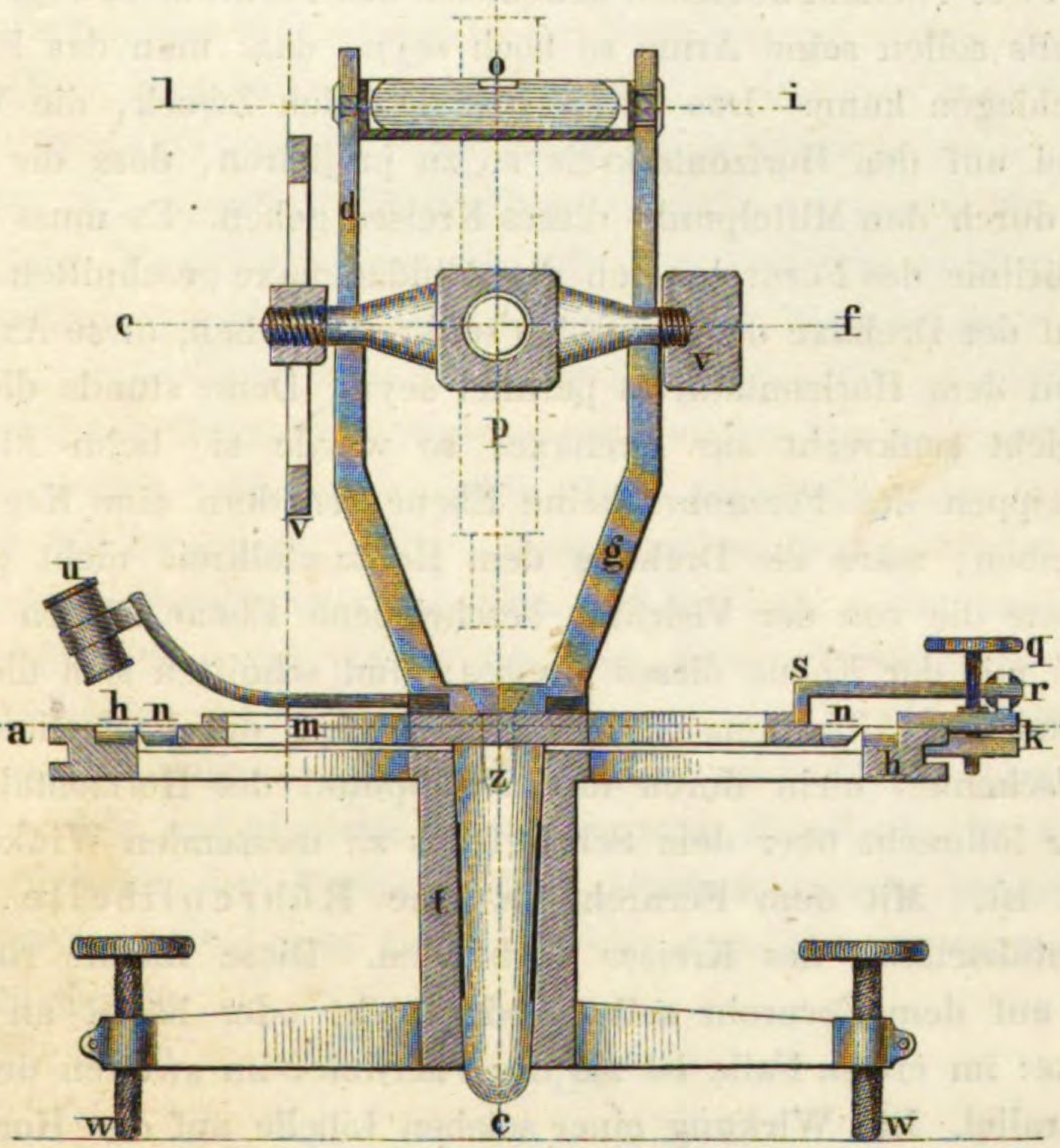
an und sollen bloss dazu dienen, den durch den Text zu erweckenden Vorstellungen mehr Bestimmtheit zu verleihen. Sie sind gewissermassen die Skelette der später zu beschreibenden Individuen.

§. 130.

Der einfache Theodolith

hat im Allgemeinen folgende Einrichtung. Ein Kreis von Messing (h), der auf seiner Oberfläche mit einem Silberstreifen belegt und nach dem Gradmasse eingetheilt ist, steht durch Speichen mit einem massiven Untergestelle (t) in fester Verbindung. Dieses Gestelle ist gewöhnlich ein Dreifuss, welcher auf Stellschrauben (w) ruht, durch

Fig. 127.



deren Drehung seine Lage und folglich auch die des Kreises verändert wird. Mit diesen Schrauben kann der Kreis horizontal gestellt werden, und von dieser Lage hat er den Namen Horizontalkreis. Mit diesem Kreis liegt ein zweiter (m) in einer Ebene

(ak). Dieser ist um eine durch den Mittelpunkt des Horizontalkreises gehende uud auf ihm senkrecht stehende Axe (cz) drehbar; sein Rand schliesst sich genau an den feststehenden Horizontalkreis an. Durch Speichen steht er mit seiner massiven Axe (z) in fester Verbindung, und an den Enden eines Durchmessers trägt er zwei Nonien von Silber (n). Da er zur Zählung der Grade dient, um welche alle mit ihm fest verbundenen Stücke von einem Winkelschenkel zum anderen gedreht worden sind, so heisst er der Alhidadenkreis.[1] Senkrecht darauf steht ein fester Träger (g) für das Fernrohr (p). Dieser Träger geht entweder von der Mitte des Alhidadenkreises aus und spaltet sich oben in zwei Arme zur Aufnahme der Drehaxe (ef) des Fernrohrs, oder er besteht sofort von unten an aus zwei Theilen, zwischen denen sich das Fernrohr bewegen kann. Jedenfalls sollen seine Arme so hoch seyn, dass man das Fernrohr durchschlagen kann. Das Fernrohr hat den Zweck, die Winkelschenkel auf den Horizontalkreis so zu projiciren, dass die Projectionen durch den Mittelpunkt dieses Kreises gehen. Es muss folglich die Visirlinie des Fernrohrs von der Alhidadenaxe geschnitten werden und auf der Drehaxe des Fernrohrs senkrecht stehen, diese Axe selbst aber mit dem Horizontalkreis parallel seyn. Denn stünde die Visirlinie nicht senkrecht zur Drehaxe, so würde sie beim Auf- und Niederkippen des Fernrohrs keine Ebene, sondern eine Kegelfläche beschreiben; wäre die Drehaxe dem Horizontalkreis nicht parallel, so bildete die von der Visirlinie beschriebene Ebene keinen rechten Winkel mit der Ebene dieses Kreises; und schnitten sich die Visirlinie und die Alhidadenaxe nicht, so gingen die Projectionen der Winkelschenkel nicht durch den Mittelpunkt des Horizontalkreises, welcher lothrecht über dem Scheitel des zu messenden Winkels aufgestellt ist. Mit dem Fernrohr ist eine Röhrenlibelle (o) zur Horizontalstellung des Kreises verbunden. Diese Libelle ruht entweder auf dem Fernrohr selbst, oder steht oder hängt an dessen Drehaxe: im ersten Falle ist sie der Visirlinie, im zweiten der Drehaxe parallel. Die Wirkung einer solchen Libelle auf den Horizontalkreis ist leicht zu begreifen. Steht sie z. B. auf der Drehaxe und wird sie durch die Stellschrauben des Dreifusses zum Einspielen gebracht, so ist der Kreis nach der Richtung ihrer Axe horizontal,

[1] Das Wort Alhidade ist nämlich nach Montucla gleichbedeutend mit Zähler.

weil er der Drehaxe parallel ist; dreht man diese Axe und mit ihr die Libelle um einen rechten Winkel und bringt letztere wieder zum Einspielen, so ist der Kreis auch nach dieser zweiten Richtung und folglich im Ganzen horizontal, vorausgesetzt, dass an der wagrechten Lage der ersten Richtung nichts geändert wurde, wovon man sich durch Zurückführen des Fernrohrs und der Libelle in die erste Stellung überzeugt. Ein mit der Drehaxe des Fernrohrs senkrecht verbundener getheilter Kreis, der Vertikalkreis (v), steht lothrecht, sobald die Drehaxe wagrecht ist. Dieser Kreis macht alle Bewegungen des Fernrohrs mit; zur Messung derselben dienen zwei feststehende Nonien, welche in der Regel an den Enden eines mit dem Horizontalkreis parallelen Durchmessers liegen. Sollte nur ein Nonius angebracht seyn, so befindet er sich gewöhnlich an dem unteren Ende eines lothrechten Durchmessers des Vertikalkreises. Es versteht sich von selbst, dass man diesen Kreis eben so gut wie den Horizontalkreis unbeweglich machen und in ihm einen Alhidadenkreis anbringen könnte: bei einfachen Theodolithen zieht man jedoch die eben beschriebene Einrichtung vor. Da mit dem Vertikalkreis eines solchen Instruments gewöhnlich nur Höhen- und Tiefenwinkel gemessen werden, so beziffert man die Eintheilung desselben in der Regel so, dass von den beiden Nullpunkten aus, welche der horizontalen Lage des Fernrohrs entsprechen, nach zwei entgegengesetzten Richtungen bis zu 90^0 fortgezählt wird. Diese Zahlen liegen folglich an den Enden eines Durchmessers, welcher auf dem ersten, der durch 0^0 geht, senkrecht steht, und entsprechen den grösstmöglichen Höhen- und Tiefenwinkeln. Als wichtige Nebenbestandtheile des Theodolithen sind noch zu erwähnen: erstens die Klemm- und Mikrometerschrauben, durch welche auf ähnliche Weise wie beim Messtische die grobe und feine Drehung des Vertikal- und Alhidadenkreises bewirkt wird; und zweitens die Lupen (u, u), welche zum Ablesen an den beiden Kreisen dienen.

§. 131.

Der Repetitionstheodolith unterscheidet sich von dem einfachen Theodolithen dadurch, dass er bei einmaliger Aufstellung und zweimaliger Ablesung ein beliebig grosses Vielfaches eines gegebenen Winkels zu messen gestattet, aus dem man durch Division leicht den einfachen Winkel finden kann.

Die Absicht, welche man bei Anwendung dieses Verfahrens hat, ist die Verminderung des Einflusses der Beobachtungsfehler auf den gemessenen Winkel; und diese Absicht wird, wie Theorie und Erfahrung lehren, unter gewissen Bedingungen in befriedigender Weise erreicht. Das Verfahren, die Winkel durch Repetition zu messen, wurde im Jahre 1752 zuerst von Tobias Mayer d. Ä. angegeben und einige Jahre später von Borda in etwas veränderter Gestalt unter dem Namen der doppelten Repetition oder Multiplication in die astronomische Praxis eingeführt. Zum besseren Verständniss des Folgenden müssen wir die Methode der einfachen Repetition, welche sich allein in der Anwendung erhalten hat, erörtern.

Fig. 128.

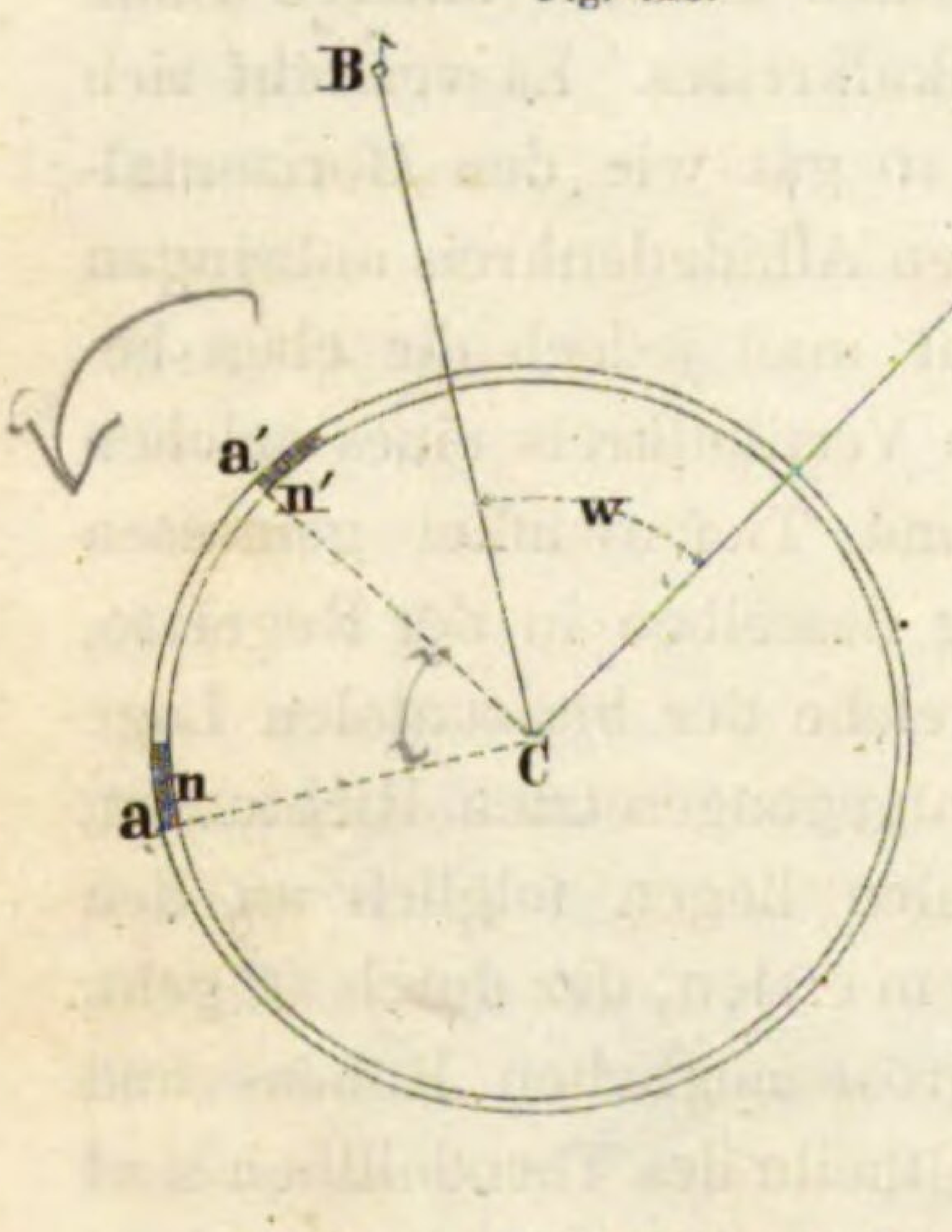
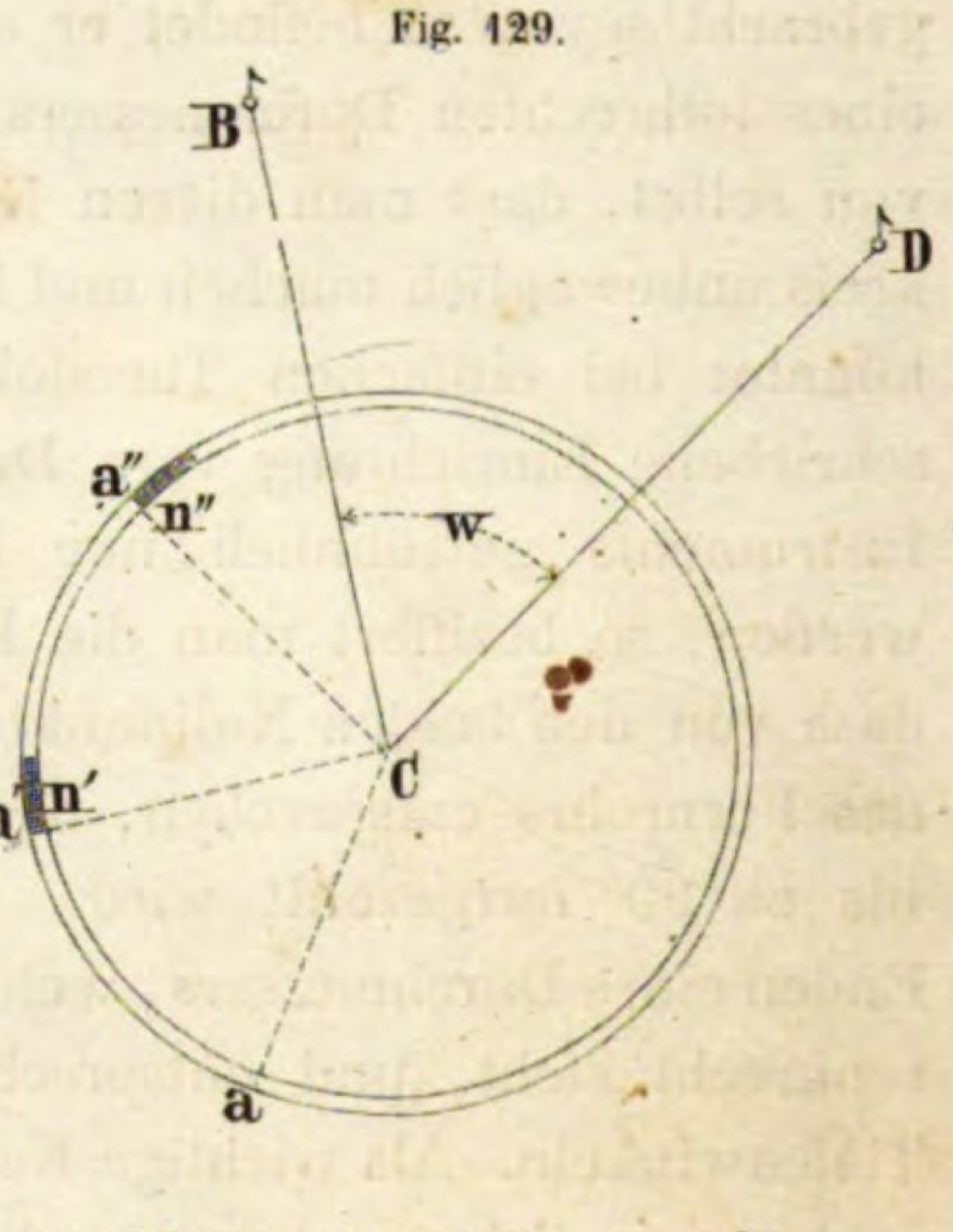


Fig. 129.



Soll der Winkel BCD durch Repetition gemessen werden, so stelle man den Theodolithen centrisch über dem Scheitel C auf und bringe den Horizontalkreis (h) in die wagrechte Lage. Hierauf richte man das Fernrohr auf das linke Signal B ein und lese am Nonius (n) des Alhidadenkreises den Bogen a ab. Ohne den Horizontalkreis zu verrücken, führe man nun das Fernrohr nach dem Signal D und stelle das Fadenkreuz genau ein. Dadurch ist der Nonius von a nach a′ gegangen. Würde man den Bogen a′ ablesen, so gäbe der Unterschied a — a′ den einfachen Winkel BCD mit den nicht zu vermeidenden Beobachtungsfehlern. Man liest aber a′ nicht ab, sondern führt jetzt, indem man den Alhidadenkreis an dem Horizontalkreis festklemmt, diesen und jenen so weit von rechts nach

links, bis das Fernrohr genau wieder auf das Signal B gerichtet ist. Dadurch kommt der Punkt a′ des Horizontalkreises dahin, wo vorher a war, und die Fig. 128 geht in Fig. 129 über. Die Fortsetzung des Verfahrens besteht darin, dass man den Horizontalkreis wieder feststellt und den gelösten Alhidadenkreis von links nach rechts führt, bis das Fadenkreuz des Fernrohrs das Signal D schneidet. In Folge dieser Drehung kommt der Nonius an den Punkt a″ des Horizontalkreises. Will man hiermit die Repetition beschliessen, so liest man in a″ ab und dividirt den Bogen a — a″, welcher offenbar den doppelten Winkel BCD vorstellt, durch 2, um den einfachen Winkel BCD zu erhalten. Auf diese Weise kann man das 10, 20, 30, überhaupt das n fache eines Winkels messen und hieraus durch Division mit 10, 20, 30, . . . n den einfachen Winkel finden. Wird der n fache Winkel grösser als 360⁰, so muss zu der letzten Ablesung, welche wir a_n heissen wollen, so viel mal 360⁰ addirt werden, als der Nonius der Alhidade den Nullpunkt des Horizontalkreises überschritten hat. Ist dieses bei n maliger Repetition m mal geschehen, so ist, wie leicht einzusehen, der gesuchte Winkel

$$w = \frac{360\,m + a_n - a}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (99)$$

Nach den vorausgehenden Erklärungen begreift man, dass der wesentliche Unterschied zwischen einem einfachen und einem repetirenden Theodolithen darin liegt, dass bei diesem auch der Horizontalkreis um eine lothrechte Axe drehbar ist. Diese Drehbarkeit des Horizontalkreises wird nach Fig. 138 in folgender Weise bewirkt. In der Centralbüchse (t) des Dreifusses (δ) dreht sich ein hohler Zapfen (η) mit grösster Genauigkeit um seine Mittellinie. An diesem Zapfen ist der Horizontalkreis (h) in senkrechter Richtung befestigt. Die grobe Drehung dieses Zapfens und Kreises wird durch eine Klemme aufgehoben, welche mit der Centralbüchse in Verbindung steht; durch eine Mikrometerschraube ist alsdann noch eine feine Drehung möglich. In der Höhlung des Zapfens für den Horizontalkreis steckt der massive Zapfen (ζ) des Alhidadenkreises (h′) so, dass die Axen beider Zapfen ganz genau zusammenfallen. Der Alhidadenkreis wird hier wie bei dem einfachen Theodolithen an dem Horizontalkreis gebremst und durch eine Mikrometerschraube fein gedreht. An der Alhidade der Wiederholungskreise sind in der Regel vier Nonien angebracht, welche um 90⁰ von einander abstehen.

Die Absicht, in welcher dieses geschieht, ist die Verminderung des Einflusses allenfallsiger Excentricitäts- und Theilungsfehler auf die Messung, indem man annehmen darf, dass das arithmetische Mittel aus vier Ablesungen der Wahrheit näher kommt als jenes aus zweien.

Einfacher Theodolith von Breithaupt.

§. 132.

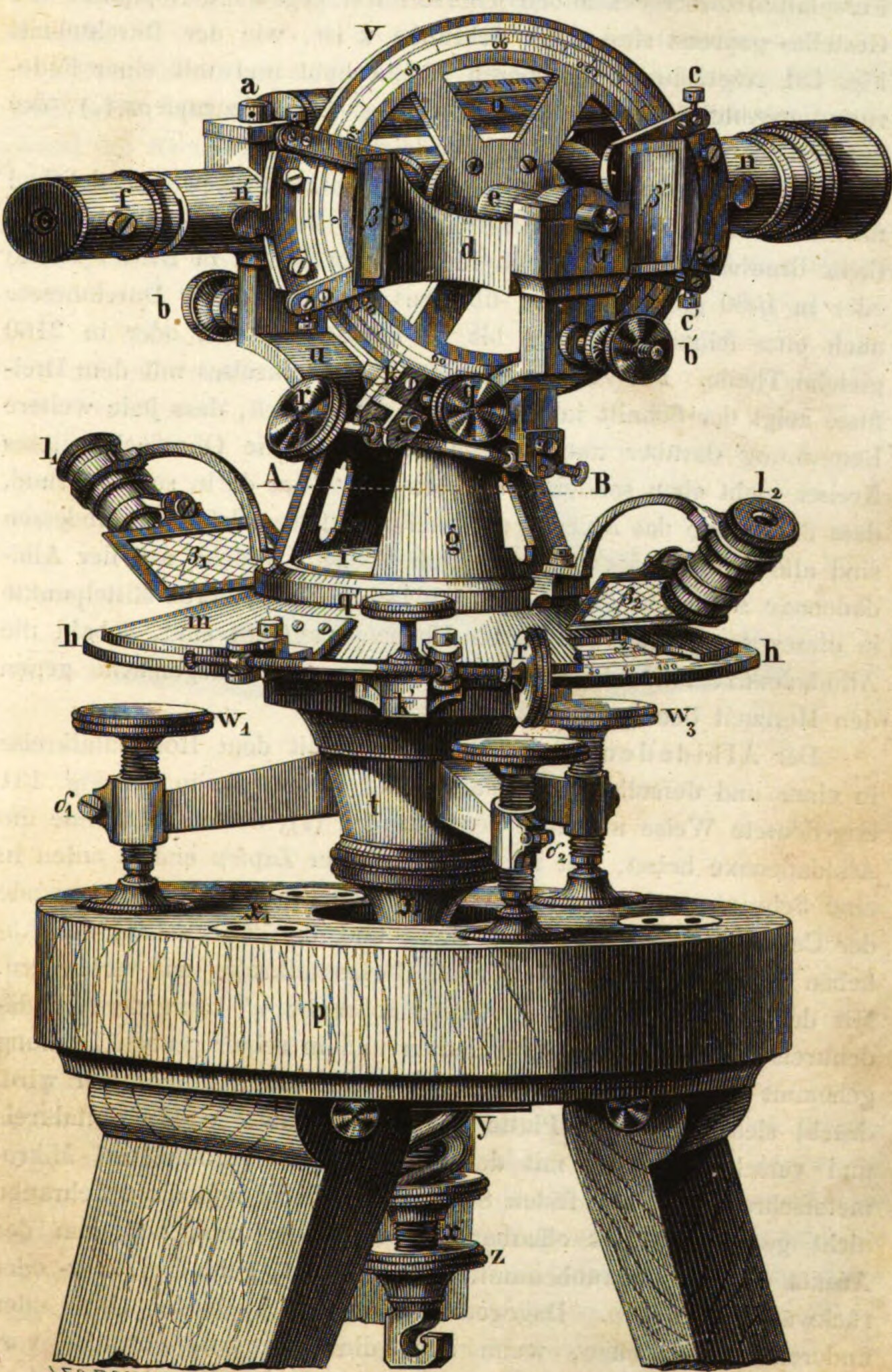
Einrichtung.

Da es des Raumes wegen nicht möglich ist, in diesem Werke mehrere einfache Theodolithe abzubilden und zu beschreiben, so wird man darin, dass wir den folgenden Erörterungen ein Breithaupt'sches Instrument zu Grunde legen, kein stillschweigendes ungünstiges Urtheil über andere Theodolithe, sondern nur das Bestreben suchen, allen guten Werkstätten für mathematische Instrumente gerecht zu werden. Ein einfacher Theodolith von Ertel in München ist in dem folgenden vierten Abschnitte unter der Bezeichnung „Universalinstrument“ beschrieben, da derselbe zugleich Distanzmesser und Nivellirinstrument ist.

Fig. 130 stellt die Ansicht eines einfachen Theodolithen mittlerer Grösse und Fig. 131 den lothrechten Durchschnitt des Dreifusses dieses Instruments mit dem Horizontal- und Alhidadenkreise vor. In beiden Figuren bezeichnen gleiche Buchstaben gleiche Theile.

Der Dreifuss kann mit seinen an den Enden der Arme befindlichen Stellschrauben (w_1, w_2, w_3) auf jede feste ebene Unterlage gestellt werden; hier ist er aber durch eine Schraube (x) mit einem Reichenbach'schen dreibeinigen Gestelle (p) fest verbunden, damit sich während der Messung sein Stand durch die Drehung der Alhidade mit dem Fernrohre nicht verändere. Sehr grosse und schwere Theodolithe bedürfen dieser Verbindung nicht; wo sie aber angebracht ist, darf sie die Wirkung der Stellschrauben des Dreifusses nicht hindern; sie darf also nicht zu starr seyn, sondern muss etwas federn. Desshalb ist die Schraube x mit einer Spirale (y) umwunden, die sich mit ihrem unteren Ende auf die Schraubenmutter x' und oben an eine kleine den Schaft x umgebende ausgehöhlte Messingplatte stützt, welche durch das Vorwärtsdrehen der Mutter x' an die Unterfläche des Gestellkopfes (p) gedrückt wird. Weil die Spirale y federt, so kann sich die Schraube x mit dem Dreifuss (t) um so viel erheben als die Stellschrauben des letzteren erfordern, während die

Fig. 130


v
a
c
f
n
n
e
d
b
c'
b'
u
r
q
A
B
l_1
l_2
g
i
β_1
β_2
m
q
h
h
r
k
w_1
w_3
σ_1
t
σ_2
p
y
z
LEO BOCK IN MÜNCHEN

Fussplatten dieser Schrauben jederzeit fest gegen die Kopfplatte des Gestelles gepresst sind. Die Schraube x ist, wie der Durchschnitt Fig. 131 zeigt, in ihrem oberen Theile hohl und mit einer Federung ausgefüllt, um die Bewegung des Alhidadenzapfens (ε), der auf die Scheibe bei v drückt, zu erleichtern.

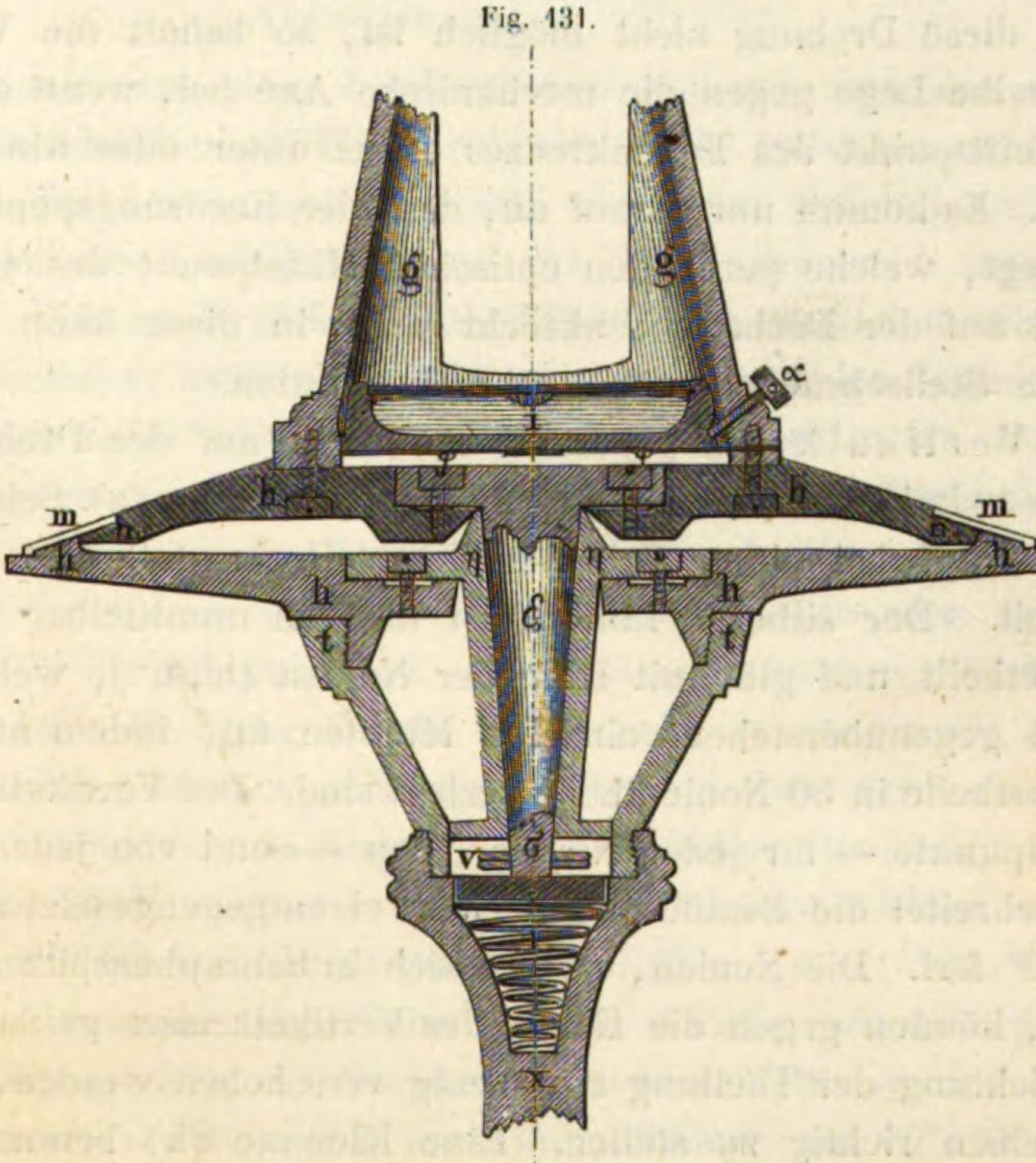
Der Horizontalkreis (h, h) hat an einfachen Theodolithen mittlerer Grösse 7 bis 8 Zoll Durchmesser. Bei $7\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser theilt Breithaupt den silbernen Limbus gewöhnlich in Drittel-Grade oder in 1080 gleiche Theile; übrigens gestattet dieser Durchmesser auch eine feinere Theilung bis zu Sechstel-Graden oder in 2160 gleiche Theile. Die Verbindung des Horizontalkreises mit dem Dreifusse zeigt der Schnitt in Fig. 131 so ausführlich, dass jede weitere Bemerkung darüber unnütz erscheint. Dass die Oberfläche dieses Kreises nicht eben sondern kegelförmig ist, hat darin seinen Grund, dass diese Lage das Ablesen der Theilung etwas erleichtert. Indessen sind alle Schnitte des Limbus durch Ebenen, welche auf der Alhidadenaxe senkrecht stehen, concentrische Kreise, deren Mittelpunkte in dieser Axe liegen und deren Ebenen wagrecht sind, sobald die Alhidadenaxe lothrecht steht. Die Neigung der Kegelfläche gegen den Horizont beträgt 15 bis 20 Grade.

Der Alhidadenkreis (h', h') liegt mit dem Horizontalkreise in einer und derselben Kegelfläche und ist auf die in der Fig. 131 angedeutete Weise mit dem Centralzapfen (ε), dessen Mittellinie die Alhidadenaxe heisst, fest verbunden. Dieser Zapfen endigt unten in eine Schraube mit einer Mutter (v), welche von dem Unterrande der Centralbüchse (η) etwas absteht und den Zweck hat, das Abheben des Alhidadenkreises vom Horizontalkreise zu verhindern. Mit der Klemme k' und der Bremsschraube q' kann der Alhidadenkreis an dem Limbus festgehalten und in seiner groben Drehung gehemmt werden. Denn indem die Schraube q' angezogen wird, drückt sich die untere Platte der Klemme an den Horizontalkreis und verschafft so der mit der oberen Platte verbundenen Mikrometerschraube r' einen festen Stützpunkt. Wird nun diese Schraube nicht gedreht, so ist offenbar der Alhidadenkreis, auf dem der Ansatz mit der Schraubenmutter befestigt ist, gehindert, vor- oder rückwärts zu gehen. Dagegen wird er sich nach der einen oder anderen Seite drehen, wenn man die Mikrometerschraube vor- oder rückwärts bewegt. Durch diese wird also die feine Drehung

des Alhidadenkreises und aller mit ihm fest verbundenen Theile bewirkt.

Die beiden Nonien (n_1, n_2) liegen in der Oberfläche der Alhidade und stehen sich gerade gegenüber. Sie sind von Silber und haben, wenn der Kreis in Drittelgrade getheilt ist, eine Angabe von einer halben Minute, und wenn er in Sechstelgrade getheilt ist, von zehn Sekunden. In dem ersten Falle ist also die Länge von 39 und in dem zweiten Falle die Länge von 59 Limbustheilen auf dem Nonius

Fig. 131.



in beziehlich 40 und 60 gleiche Theile getheilt. Von dem Limbus sieht man bei fast allen Breithaupt'schen Theodolithen nur wenig mehr als ein Stück von der Länge der Nonien, weil derselbe an allen übrigen Stellen von einem vorspringenden Rande der Alhidade desswegen zugedeckt wird, um ihn vor jeder Beschädigung durch Stoss, Feuchtigkeit, Staub, Schmutz u. dgl. zu schützen.

Das Fernrohr (ef) ruht mit seiner stählernen Drehaxe (e) in zwei mit Kappen zugedeckten Lagern auf den Armen (u, u) einer

hohlen, der Länge nach durchbrochenen Säule (g), welche auf dem Alhidadenkreise festgeschraubt ist. Die Höhe dieser Säule und ihre Durchbrechung gestatten, das 14 Zoll lange Fernrohr an der Ocularseite durchzuschlagen. Das Objectiv des Fernrohrs ist achromatisch und hat 14 Linien Oeffnung; das astronomische Ocular gewährt eine 25malige Vergrösserung. Das Fadenkreuz kann durch zwei Stellschräubchen (f, f) nur seitwärts, aber nicht auf und ab bewegt werden. Diese Bewegung reicht indessen immer aus, so lange sich das Fernrohr, wie hier, nicht um seine optische Axe drehen lässt. Denn da diese Drehung nicht möglich ist, so behält die Visirlinie stets dieselbe Lage gegen die mechanische Axe bei, wenn auch der Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes etwas unter oder über dieser Axe liegt. Es kommt nur darauf an, dass der Kreuzungspunkt in der Ebene liegt, welche purch den optischen Mittelpunkt des Objectivs geht und auf der Drehaxe senkrecht steht: in diese kann er aber durch die Stellschräubchen f, f gebracht werden.

Der Vertikalkreis (v) steht senkrecht auf der Drehaxe des Fernrohrs zwischen diesem und einem seiner Axenlager (u). Sein Durchmesser beträgt bei einem 7 bis 8zölligen Horizontalkreise gewöhnlich 5 Zoll. Der silberne Limbus ist alsdann unmittelbar in halbe Grade getheilt und gibt mit Hilfe der Nonien (n', n''), welche sich diametral gegenüberstehen, einzelne Minuten an, indem auf ihnen 29 Limbustheile in 30 Nonientheile zerlegt sind. Der Vertikalkreis hat zwei Nullpunkte — für jeden Nonius einen — und von jedem dieser Punkte schreitet die Bezifferung nach zwei entgegengesetzten Seiten bis zu 90° fort. Die Nonien, welche sich in Schraubenspitzen (c, c') bewegen, können gegen die Ebene des Vertikalkreises geklappt und in der Richtung der Theilung ein wenig verschoben werden, um sie mit derselben richtig zu stellen. Eine Klemme (k) hemmt, wenn die Bremsschraube (q) angezogen wird, die grobe Drehung des Vertikalkreises und des Fernrohrs; durch die Mikrometerschraube r aber werden beide fein gedreht. Die Einrichtung dieses Bestandtheils ist dieselbe wie bei dem gleichnamigen Theile an dem Horizontalkreise.

Eine Röhrenlibelle (o) auf dem Fernrohre dient zur Horizontalstellung nicht allein des Fernrohrs, sondern auch des Limbus. Es erscheint daher die Dosenlibelle (i), welche auf dem Alhidadenkreise in der hohlen Tragsäule (g) steht, nicht als eine nothwendige, sondern bloss als eine angenehme Beigabe, durch welche

man sich während der Messung fortwährend von dem ungeänderten horizontalen Stande des Instruments überzeugen kann. Jede dieser Libellen hat zwei Stellschräubchen zur Berichtigung: die Röhrenlibelle wird durch a und a′ parallel zur Fernrohraxe und die Dosenlibelle durch α und α' senkrecht zur Alhidadenaxe gestellt; jene kann sich auf einer unterhalb a befindlichen krummen Fläche, und diese um zwei ihren Stellschräubchen gegenüberliegende wagrechte Axen drehen.

§. 133.

Aufstellung und Gebrauch.

Soll mit dem eben beschriebenen und als fehlerfrei vorausgesetzten Theodolithen ein Horizontalwinkel gemessen werden, so ist zunächst das Instrument centrisch über dem Scheitel aufzustellen, was durch einen an den Haken der Stativschraube x angehängten Senkel leicht zu bewirken ist. Dabei gibt man dem Stativ eine solche Stellung, dass es gehörig feststeht und der Horizontalkreis dem Augenmasse nach wagrecht liegt. Hierauf stellt man durch eine entsprechende grobe und feine Drehung den Vertikalkreis auf die Nullpunkte seiner Nonien ein. Dadurch kommt, wenn kein Collimationsfehler vorhanden, die Libellenaxe in eine senkrechte Lage gegen die Alhidadenaxe. Nun bringe man durch Drehung der Alhidade das Fernrohr sammt der Libelle in die Richtung zweier Stellschrauben, etwa w_1 und w_3, und bewege diese Schrauben einzeln oder in Verbindung so lange, bis die Luftblase der Libelle einspielt. Wenn die Libellenaxe, wie vorausgesetzt wurde, wirklich senkrecht steht zur Alhidadenaxe, so muss die Luftblase auch dann noch einspielen, wenn man das Rohr mit der Libelle um 180° gegen die erste Stellung dreht.[1] Nachdem jetzt der Kreis in der Richtung w_1 w_3 wagrecht ist, drehe man die Alhidade um 90°, so dass die Libelle nunmehr über die dritte Stellschraube w_2 zu stehen kommt, und bringe die Blase durch diese Schraube wieder zum Einspielen. Hat sich durch diese Horizontalstellung an der ersten nach w_1 w_3 nichts geändert, so muss der Kreis nach allen Richtungen wagrecht seyn. Um sich hievon zu überzeugen, führt man das Rohr zunächst in seine erste Richtung zurück, und wenn die Libelle hier einspielt,

[1] Sollte dieses Einspielen nicht stattfinden, so müsste nach §. 134 Nr. 4 der halbe Ausschlag durch die Fussschrauben des Dreifusses und die andere Hälfte durch die Mikrometerschraube q des Vertikalkreises weggeschafft werden.

so kann man es in verschiedene andere Richtungen bringen, wo das Einspielen ebenfalls stattfinden muss. Sollten sich hiebei kleine Ausschläge der Luftblase ergeben, so müsste das eben beschriebene Verfahren von da ab wiederholt werden, wo die Libelle in der Richtung $w_1 w_3$ wagrecht gestellt wurde. Nach der Horizontalstellung kann man selbstverständlich die Bremsschraube q am Vertikalkreise, welche bisher fest angezogen war, öffnen und das Fernrohr beliebig bewegen, ohne dass dadurch die wagrechte Lage des Horizontalkreises oder die lothrechte Stellung des Vertikalkreises im geringsten verändert würde.

Nunmehr kann die Winkelmessung beginnen. Es ist gut, sich anzugewöhnen, zuerst auf den linken Schenkel einzustellen. Man führt durch grobe Drehung der Alhidade und des Vertikalkreises das Fernrohr auf das Signal, welches in diesem Schenkel steht, hemmt die groben Drehungen durch die Bremsschrauben q und q′, und stellt mit Hilfe der Mikrometerschrauben r und r′ den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes genau auf das Signal ein. Ist dieses eine Stange, so muss man dieselbe so weit als möglich unten anvisiren, um den Einfluss des schiefen Standes, den sie haben kann, auf das Resultat der Messung möglichst zu verringern. Nach dieser Einstellung wird auf beiden Nonien abgelesen und das Ergebniss aufgeschrieben. Hierauf löse man die Alhidade und den Vertikalkreis, führe das Fernrohr auf das zweite Signal, wiederhole für dieses das eben beschriebene Verfahren, und ziehe schliesslich von je zwei zusammengehörigen Ablesungen die erste von der letzten ab. Wenn das Instrument ganz fehlerfrei gebaut und gehörig berichtigt ist, so werden die beiden Nonien für den gemessenen Winkel eine und dieselbe Grösse liefern. Da jedoch die Voraussetzung eines ganz fehlerfreien Baues nicht gemacht werden darf, so werden die Resultate der Messung in der Regel einen kleinen Unterschied zeigen, wesshalb das Mittel aus beiden zu nehmen ist.

Es erscheint vielleicht nicht überflüssig, hier einige Schemata für die Aufzeichnung der Ablesungen mitzutheilen, und die Bemerkung beizufügen, dass, wenn zwischen der ersten und zweiten Einstellung ein Nonius den Nullpunkt der Kreistheilung überschreitet, zu der zweiten Ablesung 360^0 addirt werden müssen, um aus der Differenz zwischen dieser und der ersten Ablesung den richtigen Winkel zu erhalten.

Standpunkt: Signal S.

Signal.	Nonius I.	Nonius II.	Differenz.
L	102° 40′ 20″	282° 40′ 20″	180°
R	165° 13′ 50″	345° 13′ 50″	180°
Winkel LSR =	62° 33′ 30″;	62° 33′ 30″	

Standpunkt: Signal O.

Signal.	Nonius I.	Nonius II.	Differenz.
N	159° 47′ 30″	339° 47′ 40″	180° 0′ 10″
P	362° 28′ 50″	(82° 28′ 50″)	180° 0′ 0″
		442° 28′ 50″	
Winkel NOP =	102° 41′ 20″;	102° 41′ 10″	

Mittel: 102° 41′ 15″.

Hat man den Höhenwinkel einer Linie zu bestimmen, welche durch die Drehaxe des Fernrohrs geht, so stelle man das Instrument horizontal, visire nach dem entfernten Punkt, welcher mit der Drehaxe die geneigte Linie bestimmt, und lese an den Nonien des Vertikalkreises ab. Ist das Instrument fehlerfrei, so werden beide Ablesungen gleich seyn. Hat aber der Vertikalkreis Excentricitätsfehler, so sind die beiden Ablesungen etwas verschieden. Man darf jedoch hier das Mittel aus diesen Ablesungen so lange nicht als den richtigen Winkel ansehen, als man sich nicht überzeugt hat, dass die Nullpunkte der beiden Nonien in einem Durchmesser ihres Theilkreises liegen. Darum ist es besser, nach der ersten Messung eine zweite in der Art zu machen, dass man das Fernrohr durchschlägt, die Alhidade um 180° dreht, das Fadenkreuz wieder genau einstellt und nun abermals auf beiden Nonien abliest. Ist genau gearbeitet worden, so muss jetzt das arithmetische Mittel aus den Ablesungen am ersten Nonius dem Mittel vom zweiten gleich seyn. Sollten auch diese mittleren Werthe noch etwas verschieden seyn, so wird das Mittel aus allen vier Ablesungen der Wahrheit am nächsten kommen.

§. 134.

Prüfung und Berichtigung.

Die Untersuchungen eines Theodolithen zerfallen in solche, welche ein für allemal vorgenommen werden, und in solche, welche von Zeit zu Zeit zu wiederholen sind. Zu den ersteren gehört die Prüfung der Kreise und Nonien auf die Richtigkeit ihrer Theilung, die

senkrechte Lage ihrer Ebenen gegen die Alhidadenaxen und das Zusammenfallen ihrer Mittelpunkte; zu den letzteren aber:

1) die Untersuchung, ob die Libelle richtig ist, oder, wenn zwei Libellen vorhanden, ob beide richtig sind;

2) ob die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht steht zu dessen Drehaxe;

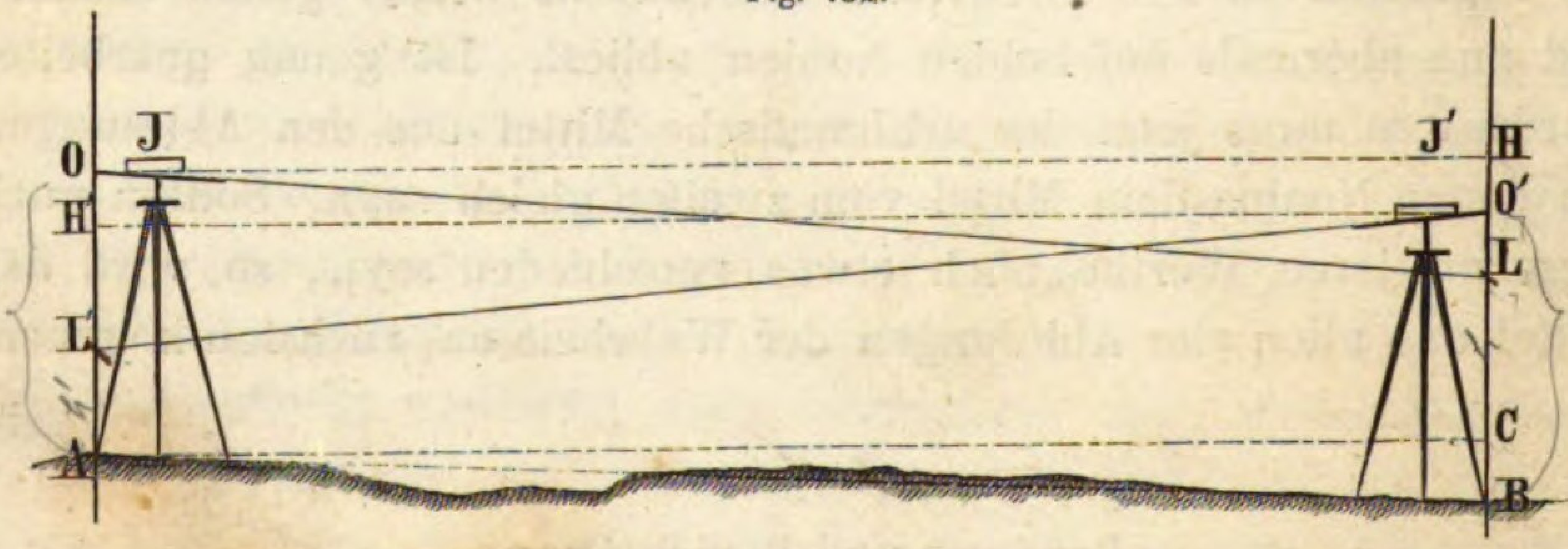
3) ob diese Drehaxe rechtwinklich ist gegen die Alhidadenaxe; und

4) ob die Nonien des Vertikalkreises auf Null stehen, wenn die Visirlinie des Fernrohrs mit der Alhidadenaxe einen rechten Winkel bildet.

Wir werden zunächst diese vier Untersuchungen besprechen und erst in §. 136 auf die übrigen zurückkommen.

Zu 1. Je nachdem eine Röhrenlibelle auf dem Fernrohre steht oder mit dessen Drehaxe verbunden ist, hat man zu untersuchen, ob die Libellenaxe mit der optischen oder mit der Drehaxe des Fernrohrs parallel ist; denn nur bei dieser gegenseitigen Stellung lässt sich der Theodolith auf die im vorigen Paragraphen angegebene Weise horizontal stellen. In dem vorliegenden Falle ist die Libelle mit dem Fernrohre fest verbunden, und dieses selbst hat kein Lager, welches gestattet, der Fernrohraxe nach dem Umsetzen der Drehaxe genau die erste Lage zu ertheilen. Es lässt sich also zur Prüfung der Libelle die in §. 39 Nr. 2 beschriebene einfache Verfahrungsweise hier nicht anwenden, wesshalb wir zur folgenden umständlicheren Methode greifen müssen.

Fig. 132.



Man bezeichne auf einem abschüssigen Boden zwei etwa 100 Schritte von einander entfernte Punkte A und B durch Grundpfähle. Ueber A stelle man den Theodolithen so auf, dass man, wenn das Fernrohr nach B gerichtet ist, den lothrechten Abstand des Oculars

O von A leicht messen kann, und in B lasse man eine von ihrem Fusspunkt an fein getheilte Latte (L) lothrecht so halten, dass ihre Theilung gegen A gewendet ist. Man richte nun das Ocular des Fernrohrs so, dass man auf der Latte deutlich lesen kann und bringe durch eine feine Horizontaldrehung das Fadenkreuz in die Mittellinie der Latte. Hierauf stelle man die Libelle horizontal und lese auf der Latte ab. Wir nehmen an, die Visirlinie decke den Punkt L und es sey $BL = h$. Ohne an dem bei A stehenden Instrumente das Geringste zu ändern, messe man mit der von B hierher gebrachten Latte die Instrumentenhöhe $AO = i$, und nun versetze man den Theodolithen nach B, die Latte aber werde auf A lothrecht gehalten. In B wird dasselbe Verfahren wiederholt, welches eben in A vollendet wurde; seine Ergebnisse seyen die Grössen $AL' = h'$ und $BO' = i'$.

Aus der Messung in A ergibt sich das Gefälle von A bis B oder wenn AC, OH und O'H' wagrechte Linien sind, der lothrechte Abstand $BC = BH - HC$, und aus jener in B die Steigung von B bis A oder wieder der Abstand $BC = BO' - O'C$. Es findet folglich die Gleichung statt:

$$BH - HC = BO' - O'C.$$

Nun ist aber, wenn y die Grösse $(HL = H'L')$ bezeichnet, um welche die Visirlinie $(OL, O'L')$ des Fernrohrs auf die Entfernung OH fehl zeigt, $BH = BL + HL = h + y$; $HC = AO = i$; $BO' = i'$ und $O'C = AH' = AL' + H'L' = h' + y$; daher auch, wenn man diese Werthe in obige Gleichung setzt und daraus y sucht:

$$y = \frac{i + i'}{2} - \frac{h + h'}{2} \quad \ldots\ldots \quad (100)$$

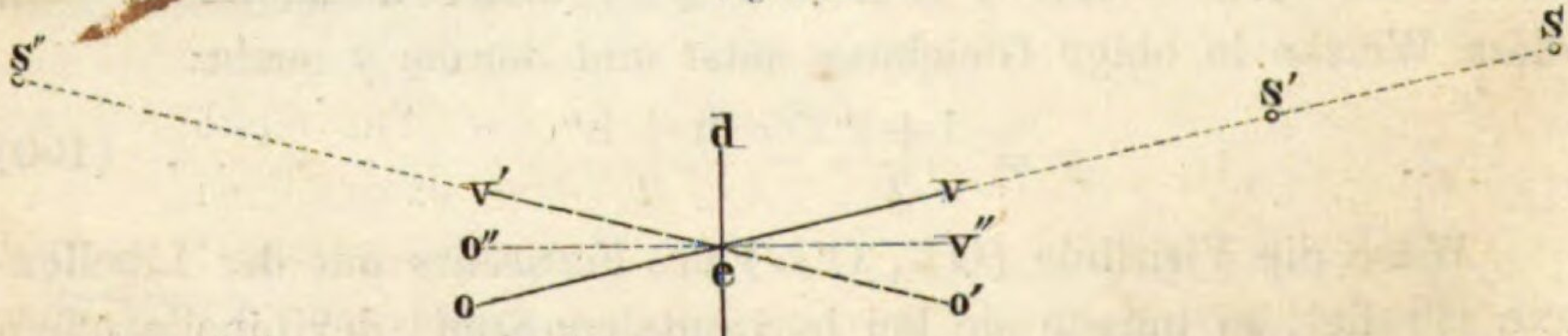
Wäre die Visirlinie $(OL, O'L')$ des Fernrohrs mit der Libellenaxe parallel, so müsste sie bei horizontalem Stand der Libelle offenbar mit der durch die Mitte des Oculars (O, O') gelegt gedachten Horizontalen $(OH, O'H')$ zusammenfallen und y null machen. Umgekehrt also schliessen wir: wenn die arithmetischen Mittel aus den Instrumenten- und Lattenhöhen einander nicht gleich sind, so ist auch die Libellenaxe der Visirlinie des Fernrohrs nicht parallel.

Aufgabe der Berichtigung ist es nun, die Libelle gegen das Fernrohr so zu stellen, dass diese Mittel einander gleich werden. Zu dem Ende berechne man aus den gemessenen Grössen i, i', h, h'

die Abweichung y, füge dieselbe zu der bei L' abgelesenen Zahl und verbessere die Libelle auf dem in B noch unverrückt stehenden Instrumente so lange, bis bei einspielender Luftblase das Fadenkreuz auf die Zahl h' + y zeigt. Die Berichtigung erfordert, dass man erst die Schraube a ein wenig lüftet und dann die Schraube a', der ein federnder Ring entgegenwirkt, vor- oder rückwärts dreht. Damit eine Drehung um die unterhalb a liegende krumme Auflagsfläche möglich wird, ist der Ansatz der Libellenfassung an der Stelle, wo a durchgeht, etwas weiter gebohrt als die Schraubenspindel erfordert.

Zu 2. Die Visirlinie des Fernrohrs muss zu dessen Drehaxe desshalb senkrecht stehen, weil sie nur in diesem Falle eine Ebene beschreibt. Ob diese Stellung stattfindet, erfährt man dadurch, dass man den Theodolithen an einer beliebigen Stelle eines Feldes oder einer Wiese horizontal stellt und in Entfernungen von ungefähr 200 und 100 Fuss zwei Stäbe S und S' so aussteckt, dass sie in ihrer lothrechten Stellung von dem Fadenkreuze des Fernrohrs geschnitten werden; hierauf aber das Fernrohr durchschlägt und auf der entgegengesetzten Seite des Instruments abermals einen Stab S'' in die neue Visirlinie stellt. Zeigt sich nach dieser Absteckung, dass die drei Stäbe in gerader Linie liegen, so ist die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht zur Drehaxe; ausserdem aber nicht. Denn stellt in Fig. 133 die Linie de die Drehaxe

Fig. 133.



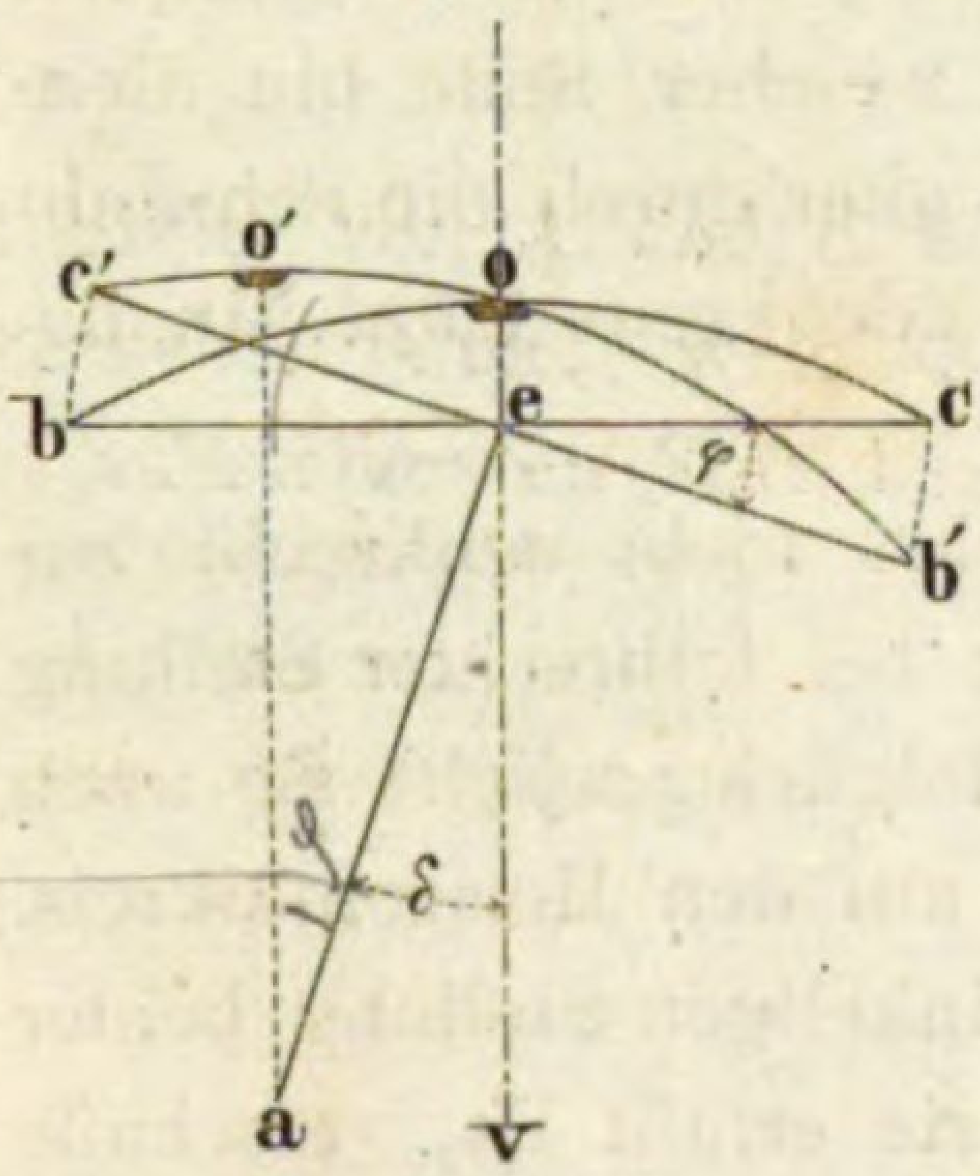
und ov die Visirlinie des Fernrohrs vor, so liegen die Stäbe S und S' in der Linie ov. Wäre diese senkrecht zu de, so müsste nach der Drehung des Fernrohrs um diese Axe die neue Visirlinie o'v' mit der alten ov zusammenfallen und folglich auch S'' in der Richtung vo oder in SS' liegen; wenn aber ov schief gegen de steht, so können die Richtungen ov, o'v' und folglich auch die durch sie bestimmten Geraden SS' und eS'' nicht zusammenfallen. Aus der gegenseitigen Stellung der Stäbe und des Instruments erkennt man

leicht, auf welcher Seite die Drehaxe den spitzen oder stumpfen Winkel mit der Visirlinie bildet, und nach welcher Seite hin diese zu verstellen ist. Diese Verstellung geschieht aber durch die Schräubchen f, $f_{,}$ welche auf den Ring, der das Fadenkreuz trägt, in bekannter Weise wirken.

Zu 3. Wenn die Drehaxe des Fernrohrs nicht senkrecht zur Alhidadenaxe ist, so beschreibt die Visirlinie bei lothrechter Stellung der Alhidadenaxe keine Vertikalebene, und folglich projicirt sie auch den anvisirten Winkelschenkel nicht richtig auf den Horizontalkreis. Darum muss auf der Forderung der rechtwinkeligen Stellung beider Axen bestanden werden. Um zu sehen, ob sie erfüllt ist, verschaffe man sich eine lange lothrechte Linie durch einen Senkel oder eine Mauerkante und stelle in beträchtlicher Entfernung davon das Instrument horizontal. Hierauf richte man das Fadenkreuz auf eine beliebige Stelle des Lothes und sehe zu, ob dieses von dem Kreuzungspunkt beim Auf- und Niederkippen des Rohrs fortwährend gedeckt wird oder nicht. *Findet diese Deckung statt, so ist die dritte Forderung erfüllt, geht aber das Fadenkreuz vom Lothe weg, so steht die Drehaxe auf der Alhidadenaxe nicht senkrecht.* Der auf diese Weise aufgefundene Fehler lässt sich durch Hebung oder Senkung des zweiten Zapfenlagers u, das in Fig. 130 nicht sichtbar ist, wegschaffen. Die Wirkung der hiefür angebrachten Stellschräubchen kann man an einem gegebenen Instrumente sofort sich selber klar machen, wesshalb wir darüber nichts weiter beifügen.

Wäre die Röhrenlibelle, statt mit dem Fernrohre verbunden zu seyn, auf der Drehaxe selber angebracht und dieser parallel gestellt, so liesse sich die in Rede stehende Untersuchung einfacher machen. Man dürfte nämlich nur, nachdem man das Instrument dem Augenmasse nach hinreichend horizontal gestellt hat, die Libelle längs zweier Fussschrauben stellen, zum Einspielen bringen und hierauf mit der Alhidade in die entgegengesetzte Richtung drehen. *Spielt auch hier die Luftblase ein, so ist die Drehaxe senkrecht zur Alhidadenaxe; weicht sie aber ab, so zeigt der Ausschlag den doppelten Fehler in dem rechtwinklichen Stand beider Axen an.* Denn stellt ae in Fig. 134 die Alhidadenaxe, bc die Drehaxe des Fernrohrs, und bea $= 90^0 - \delta$ oder cea $= 90^0 + \delta$ den Winkel vor, welchen beide Axen einschliessen: so wird,

Fig. 134.



wenn vorerst bc horizontal ist und die Luftblase der Libelle in o einspielt, nach einer halben Drehung der Alhidade um ihre Axe ae die Drehaxe die Lage c'b' annehmen, wobei denn $b'ea = 90^0 - \delta$ und $c'ea = 90^0 + \delta$ ist, während die Luftblase nach o' geht und durch ihren Ausschlag den Neigungswinkel φ der Drehaxe gegen den Horizont misst. Da nun der Winkel $cea = cev + vec = 90^0 + \delta = ceb' + b'ea = \varphi + 90^0 - \delta$ ist, so folgt hieraus, was zu beweisen war, nämlich,

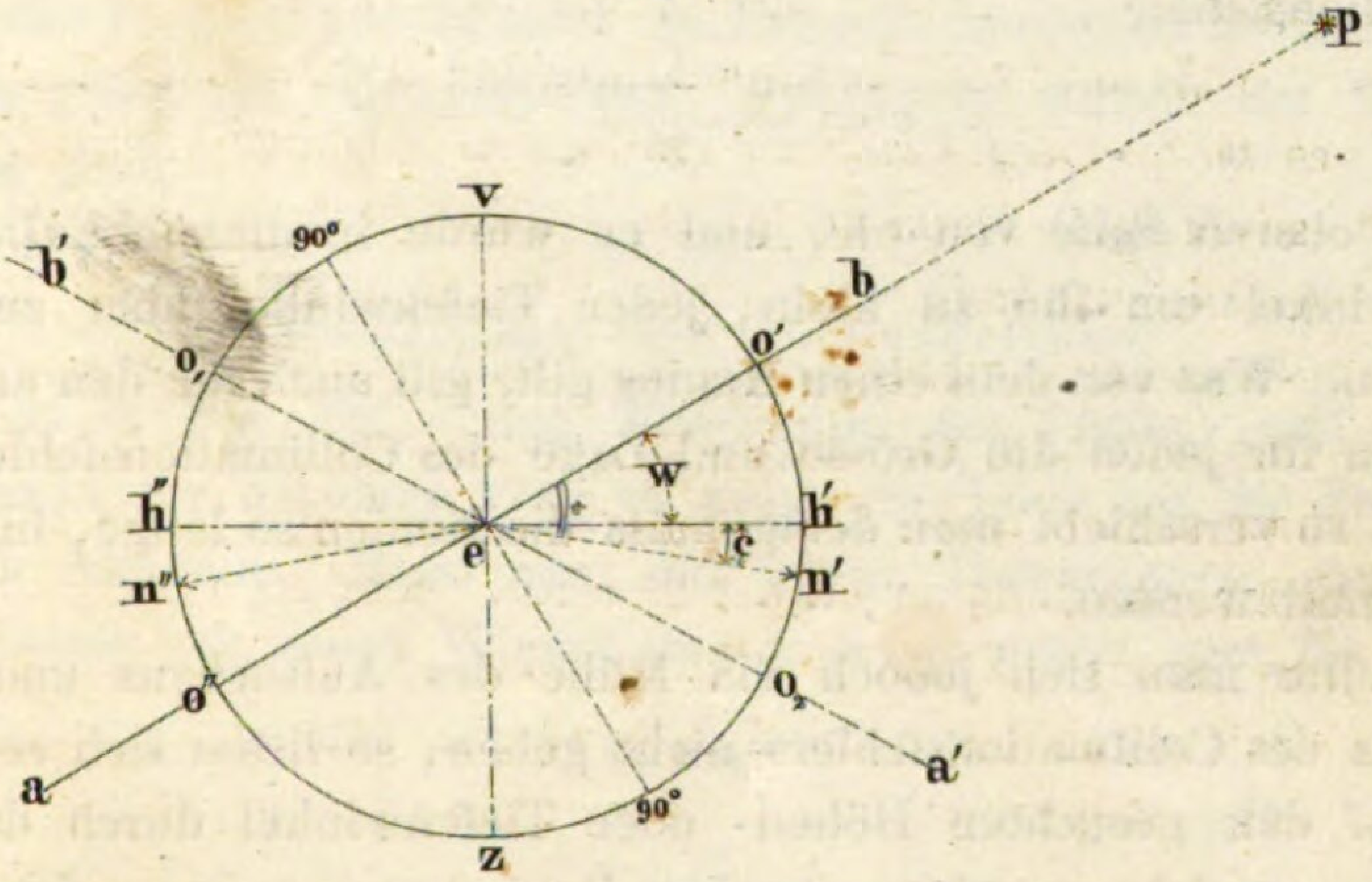
$$\varphi = 2\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (101)$$

Die eine Hälfte des angezeigten Fehlers ist an der Alhidadenaxe, d. h. an den Fussschrauben des Dreifusses, womit die Drehaxe parallel gestellt wurde, und die andere Hälfte an dem Zapfenlager der Drehaxe zu verbessern.

Zu 4. Die vierte Forderung ist nöthig, weil von ihrer Erfüllung die richtige Messung der Höhen- und Tiefenwinkel abhängt, wie man sich leicht selbst klar machen kann. Um an unserem Instrumente zu untersuchen, wie weit es dieser Forderung genügt, braucht man nur die Visirlinie des Fernrohrs senkrecht auf die Alhidadenaxe zu stellen und hierauf den Stand der Nonien abzulesen. Die senkrechte Stellung der Visirlinie erhält man aber dadurch, dass man das Fernrohr in die Richtung zweier Fussschrauben stellt, durch diese die vorher schon berichtigte Libelle zum Einspielen bringt, hierauf das Fernrohr sammt der Libelle um 180⁰ dreht und den Ausschlag der Luftblase, welcher sich nach dieser Drehung zeigt, halb an den Fussschrauben und halb an der Mikrometerschraube q des Vertikalkreises verbessert. Die Begründung dieses Verfahrens ist dieselbe, welche wir eben für die Senkrechtstellung der Dreh- und Alhidadenaxe kennen gelernt haben. Hat man es dahin gebracht, dass die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs einspielt, so ist dessen Visirlinie zur Alhidadenaxe senkrecht. Der kleine Bogen, um welchen ein Nullpunkt des Vertikalkreises von den Nullpunkten des nächststehenden Nonius abweicht, heisst der Collimationsfehler dieses Nonius. Um diesen Collimationsfehler würde ein gemessener

Höhen- oder Tiefenwinkel zu gross oder zu klein werden, je nachdem der Fehler positiv oder negativ ist. Liesse sich dieser Fehler nicht wegschaffen, so müsste er seiner Grösse und Lage nach angemerkt und bei jeder Messung gehörig in Rechnung gebracht werden. Hier aber lässt er sich durch die Schräubchen c und c', in deren Spitzen der Nonius läuft, beseitigen. Indem man nämlich c zurück und c' um eben so viel vorwärts dreht, bewegt sich der Nonius von c' nach c, und umgekehrt. Man kann also, nachdem die winkelrechte Stellung der Visirlinie gegen die Alhidadenaxe vorhanden ist, die betreffenden Nullpunkte leicht so aneinander bringen, dass ihre Theilstriche in eine gerade Linie fallen.

Fig. 135.



Stünde die Röhrenlibelle nicht auf dem Fernrohr, sondern auf der Drehaxe desselben, so liesse sich der Collimationsfehler wie folgt finden. Man stelle das Instrument horizontal, richte das Fadenkreuz des Fernrohrs auf einen weit entfernten, gut beleuchteten Punkt P, und lese an dem zu untersuchenden Nonius n' ab. Diese Ablesung entspricht dem Bogen o'n' und ist, wenn h'h'' horizontal gedacht wird, in dem vorliegenden Falle gleich dem gesuchten Höhenwinkel o'eh' (w) plus dem Collimationsfehler h'en' (c). Nennen wir sie a', so gilt die Gleichung:

$$a' = w + c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

Gibt man hierauf der Alhidade eine halbe Drehung um ihre vertikale Axe (ve), so kommt das Fernrohr ab in die Lage a'b', der Nonius n' nach n'', der Nullpunkt o' nach o_1 und o'' nach o_2.

Schlägt man nun das Fernrohr durch, so dass a′ wieder nach a und b′ nach b, folglich auch o_1 wieder nach o′ und o_2 nach o″ kommt, stellt hierauf genau auf den Punkt P ein und liest an dem in n″ stehen gebliebenen Nonius ab, so gibt diese Ablesung a″ den Bogen o″n″, welcher um den Collimationsfehler c zu klein ist, so dass die zweite Gleichung:

$$a'' = w - c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (\beta)$$

stattfindet. Zieht man dieselbe von der ersten ab, so kommt

$$c = \frac{a' - a''}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (102)$$

Um diese Grösse würde der Nonius n′ die Höhenwinkel zu gross und die Tiefenwinkel zu klein liefern. Wäre $a'' > a'$, so läge der Collimationsfehler

$$c = \frac{a'' - a'}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (103)$$

auf der oberen Seite von eh′, und es würde in diesem Falle jeder Höhenwinkel um ihn zu klein, jeder Tiefenwinkel aber zu gross gefunden. Was von dem einen Nonius gilt, gilt auch für den anderen. Hat man für jeden die Grösse und Lage des Collimationsfehlers bestimmt, so verschiebt man demgemäss die Nonien so lange, bis diese Fehler null werden.

Wollte man sich jedoch die Mühe des Aufsuchens und Wegschaffens des Collimationsfehlers nicht geben, so liesse sich sein Einfluss auf den gesuchten Höhen- oder Tiefenwinkel durch dasselbe Verfahren, welches so eben zu seiner Bestimmung angewendet wurde, beseitigen; denn wenn man die Gleichungen (α) und (β) addirt, so folgt daraus

$$w = \frac{a' + a''}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (104)$$

d. h. der gesuchte Höhenwinkel ist gleich dem arithmetischen Mittel aus den Ablesungen a′ und a″, welche den Collimationsfehler noch in sich tragen. Dabei kann dieser Fehler positiv oder negativ seyn. Hat man gleichzeitig mit dem ersten auch den zweiten Nonius abgelesen und dafür a_1 und a_2 erhalten, so gibt das Mittel aus diesen Ablesungen noch einen zweiten Werth von w. Stimmt dieser nicht genau mit dem ersten, so nimmt man aus beiden wiederum das Mittel, welches dann gewiss der Wahrheit sehr nahe kommt.

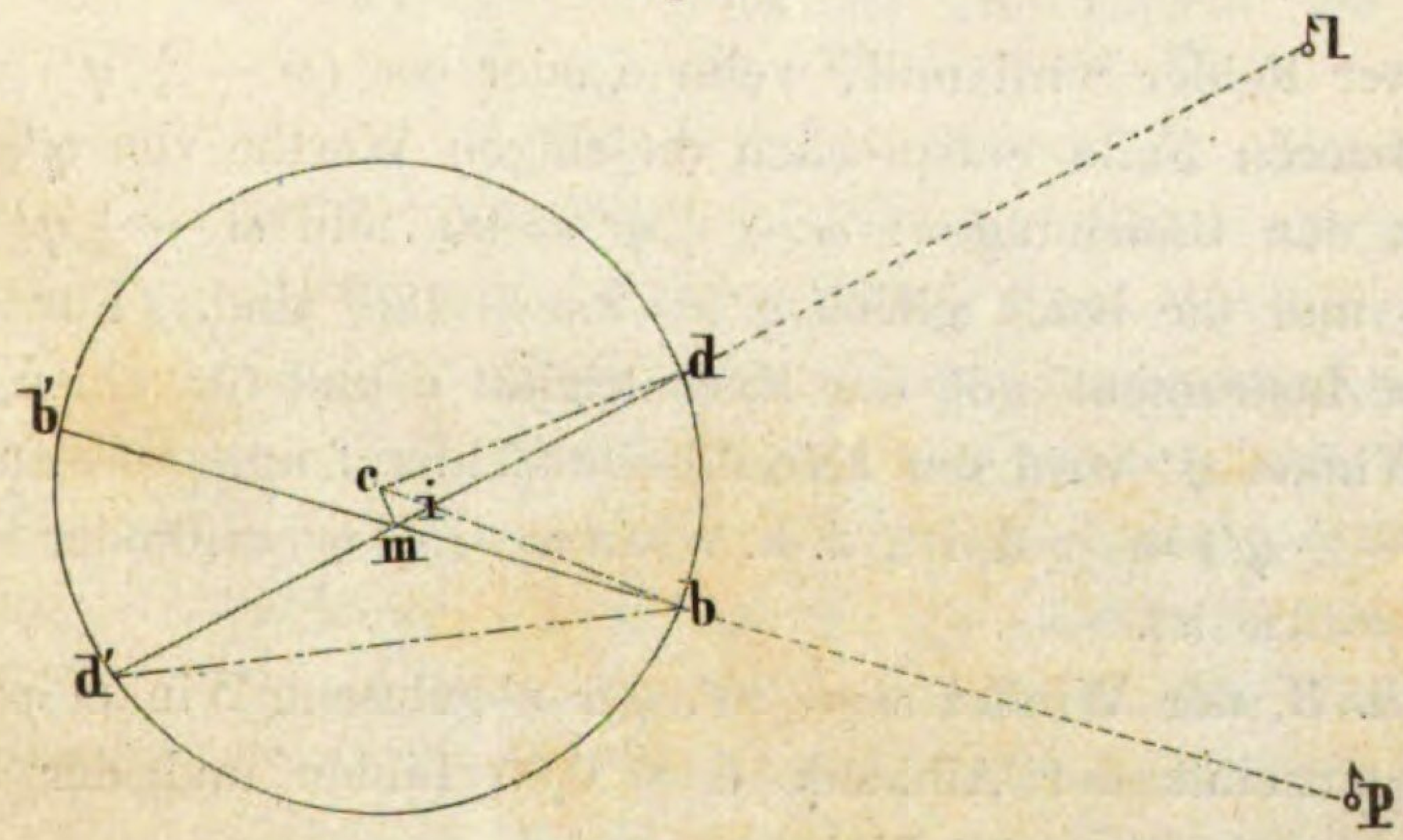
Es verdient überhaupt bemerkt zu werden, dass es jederzeit besser ist, ein Messverfahren anzuwenden, wobei der Einfluss eines Fehlers am Instrumente vernichtet wird, als diesen Fehler selbst wegzuschaffen oder in Rechnung zu bringen. Diese Bemerkung kommt uns sehr zu statten bei den Untersuchungen, welche sich auf das Zusammenfallen der Alhidadenaxe mit dem Mittelpunkt des Horizontalkreises oder die Concentricität der Alhidade, und auf die Vereinigung der Alhidadenaxe und der Visirlinie in eine Ebene oder die Concentricität des Fernrohrs beziehen. Obgleich aber durch geeignete Beobachtungsmethoden die nachtheiligen Wirkungen der Excentricität der Alhidade und des Fernrohrs beseitigt werden können, so ist es doch nicht überflüssig, vorher die Grösse dieser Wirkungen zu berechnen, weil nur dadurch die Einsicht gewonnen werden kann, dass die genannten Excentricitäten gefährliche Feinde der Winkelmessung sind.

§. 135.

Excentricitäts- und Theilungsfehler.

Stellt in Fig. 136 c den Mittelpunkt des Limbus und m den Mittelpunkt der Alhidade vor, so heisst die Linie cm die Excentricität der Alhidade. Misst man mit einem Theodolithen, der diese Excentricität hat, einen Winkel $lmp = \varphi$, so erhält man für diesen

Fig. 136.



Winkel aus den Ablesungen bei b und d den Bogen bd, welcher seinen Mittelpunkt in c hat und daher nicht das Mass des Winkels φ sondern des Winkels $dcb = \varphi'$ ist. Der Unterschied $\varphi - \varphi'$ ist der Fehler f, welchen die Excentricität der Alhidade in dem gemessenen

Winkel veranlasst und den wir zu bestimmen haben. Zu dem Ende bezeichne

e die Excentricität (cm) der Alhidade,

ω den Neigungswinkel (dcm) der Linien cm und cd,

r den Halbmesser (cd, cb) des Limbus,

d den Winkel cdm und

b den Winkel cbm.

Man findet leicht, dass $\varphi + b = \varphi' + d$ und folglich

$$f = \varphi - \varphi' = d - b$$

ist. Da cm selbst bei weniger guten Instrumenten nur eine sehr kleine Grösse ist und wohl nie mehr als $^1/_{10}$ Linie beträgt, so kann man $mb = md = cd = r$ setzen und mit Hilfe der Dreiecke cdm und cmb die Gleichungen bilden:

$$\sin d = \frac{e}{r} \sin \omega \quad \text{und} \quad \sin b = \frac{e}{r} \sin (\omega - \varphi').$$

Wegen Kleinheit der Winkel d und b ist

$$d = 206265 \frac{e}{r} \sin \omega \text{ Sek.}, \; b = 206265 \,.\, \frac{e}{r} \sin (\omega - \varphi') \text{ Sek.}$$

und daher der Excentricitätsfehler des gemessenen Winkels φ gleich

$$f = 206265 \,.\, \frac{e}{r} (\sin \omega - \sin [\omega - \varphi']) \text{ oder}$$

$$f = 412530 \,.\, \frac{e}{r} \sin \tfrac{1}{2} \varphi' \cos (\omega - \tfrac{1}{2} \varphi') \text{ Sek.} \quad . \; . \; . \; . \quad (105)$$

Dieser Fehler wird null, wenn e oder $\cos (\omega - \frac{1}{2} \varphi') = 0$ ist. Dem letzteren Falle entsprechen diejenigen Werthe von φ', welche sich aus den Gleichungen: $\omega - \frac{1}{2} \varphi' = 90^0$ und $\omega - \frac{1}{2} \varphi' = 270^0$ ergeben und die beide gleich $\varphi' = 2\omega - 180^0$ sind. Für ein bestimmtes Instrument mit der Excentricität e und für einen abgelesenen Winkel φ' wird der Excentricitätsfehler f am grössten, wenn $\cos (\omega - \frac{1}{2} \varphi') = \pm 1$ ist, d. h. wenn $\omega - \frac{1}{2} \varphi' = 0$ oder $= 180^0$, oder $\varphi' = 2\omega$ ist.

Ist z. B. der Winkel $\omega = 30^0$, der abgelesene Winkel $\varphi' = 60^0$, die Excentricität der Alhidade $e = 0{,}05$ Linien und der Limbushalbmesser $r = 5'' = 50$ Linien, so wird

$$f = 412530 \,.\, 0{,}001 \,.\, 0{,}5 = 206'',26 = 3'26''.$$

Dieser bedeutende Fehler, welcher aus einer Exentricität der Alhidade von $^1/_{20}$ Linie entspringt, fällt aus der Messung des Winkels φ hinweg, so bald man nicht bloss an dem einen Nonius bei b

und d, sondern auch an dem anderen bei b′ und d′ abliest und aus den Bögen bd und b′d′, die jene Ablesungen liefern, das Mittel nimmt, welches dem gesuchten Winkel φ genau gleich ist. Denn zieht man in Fig. 136 die Linie bd′; so ist φ = Winkel bd′d + Winkel b′bd′ = $\frac{1}{2}$ (bd) + $\frac{1}{2}$ (b′d′) = $\frac{1}{2}$ (bd + b′d′), w. z. b. w.

Der Einfluss einer Excentricität des Fernrohrs wird nach der Formel (96), welche in §. 122 für die Excentricität der Visirlinie der Feldbussole aufgestellt wurde, berechnet oder nach dem Verfahren, welches daselbst auseinander gesetzt ist, vernichtet. Da es schwierig ist, die Grössen e und ω, welche zur Berechnung der Excentricitätsfehler nöthig sind, an einem Theodolithen auszumitteln, so unterlässt man bei Winkelmessungen mit diesem Instrumente diese Rechnung und benützt dafür die Mittel, welche die vorhergehende Betrachtung und der §. 122 an die Hand geben, um den Einfluss der Excentricität des Fernrohrs und der Alhidade zu beseitigen, d. h. man misst jeden Horizontalwinkel mit zwei entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs, liest bei jeder Lage des Rohrs die beiden Nonien ab und nimmt aus den vier Bögen, die man so erhält, das arithmetische Mittel für den gesuchten Winkel.

Was die Untersuchung der Kreistheilungen betrifft, so ist diese, wenn sie mit Strenge geführt werden soll, eben so schwierig als umständlich; für einfache Theodolithen mag jedoch das folgende minder genaue Verfahren genügen. Sind n — 1 Theile des Limbus n Theilen des Nonius gleich, so muss, wenn man den Nullpunkt des Nonius auf einen Theilstrich des Limbus genau einstellt, auch der (n + 1)te Theilstrich des Nonius mit einem Strich des Limbus genau zusammentreffen. Führt man nun den Nonius in dem ganzen Kreise so herum, dass der Nullpunkt des ersteren von Strich zu Strich des letzteren weiter gerückt wird, und zeigt sich hierbei, dass auch der (n + 1)te Theilstrich des Nonius gleichzeitig einen Theilstrich des Limbus deckt, so kann man sich mit der Theilung des Horizontalkreises vollständig begnügen. Zeigte sich aber an einer Stelle eine Abweichung, so müsste diese Stelle bemerkt und bei späteren Messungen in der Art berücksichtigt werden, dass der daselbst stattfindende Fehler entweder in gar keine oder in beide Ablesungen kommt, damit er sich bei der Berechnung des Winkels aufhebt. Wollte man dieses nicht, so müsste die Grösse des Fehlers

bestimmt und wenn bei Messungen diese Stelle einseitig benützt wird, gehörig in Rechnung gebracht werden. Man darf aber den sich kundgebenden Fehler nicht sofort als von der Theilung allein herrührend ansehen, sondern muss ihn als die Gesammtwirkung der Theilungs- und Excentricitätsfehler betrachten. Eine genaue Ausscheidung der einzelnen Antheile ist fast unmöglich, nützt aber eigentlich auch nichts, da doch nur die Summe aller Einflüsse bekannt zu seyn braucht.

Ob der Nonius in gleiche Theile getheilt ist, kann man, nachdem die vorhergehende Untersuchung den Beweis geliefert hat, dass der erste und $(n + 1)$te Theilstrich genau um $n - 1$ Theile des Limbus von einander abstehen, in folgender Weise mit einer für die meisten Messungen hinreichenden Schärfe erforschen. Bekanntlich hat der Nonius vor dem ersten und $(n + 1)$ten Theilstriche noch eine Uebertheilung. Man kann nun den äussersten Strich dieser Theilung vor dem Nullpunkte als den Nullpunkt des Nonius ansehen, diesen Strich auf einen des Limbus genau einstellen und untersuchen, ob der $(n + 1)$te Strich, von jenem äussersten an gezählt, mit einem Theilstrich des Limbus zusammentrifft oder nicht. Eben so kann man mit dem zweiten, dritten, vierten und letzten Theilstrich der Uebertheilung vor dem Nullpunkt und dem jedem von ihnen entsprechenden $(n + 1)$ten Strich der Theilung verfahren. Wendet man dieses Verfahren auch auf die Uebertheilung hinter dem eigentlichen $(n + 1)$ten Theilstrich an, so hat man nicht nur beide Uebertheilungen, sondern auch von dem Nonius die zwei Enden in einer Länge untersucht, welche der Summe der Uebertheilungen gleich kommt. Das noch übrig bleibende Mittelstück des Nonius lässt sich wohl nur dadurch prüfen, dass man nach und nach jeden Strich desselben genau einstellt und zusieht, ob die zu beiden Seiten gleichweit von ihm abliegenden Noniusstriche gleiche Differenzen mit den entsprechenden Limbustheilen bilden; eine Untersuchung, welche allerdings ein sehr geübtes Augenmass und eine gute Lupe erfordert. Genauere, aber (der Natur der Sache nach) auch weit umständlichere Methoden zur Untersuchung der Theilungen findet man in der ersten und siebenten Abtheilung der „Astronomischen Beobachtungen in Königsberg“ von F. W. Bessel.

Die Horizontalstellung des Limbus durch das in §. 133 beschriebene Verfahren beruht auf der Voraussetzung, dass der Limbus senkrecht

steht zur Alhidadenaxe; denn durch jenes Verfahren wird eigentlich nur die Alhidadenaxe lothrecht gestellt. Die genannte Voraussetzung kann auch von dem Mechaniker vollständig erfüllt werden und trifft gewiss bei allen Theodolithen aus guten Werkstätten ein. Wenn man sich aber gleichwohl veranlasst fühlte, sein Instrument auch in dieser Hinsicht zu prüfen, so könnte es dadurch geschehen, dass man erst die Schraubenmutter (v) am unteren Ende des Alhidadenzapfens löst, hierauf die bekannte Horizontalstellung vornimmt, dann die Alhidade mit allem, was sie trägt, vorsichtig aushebt, und schliesslich eine vorher berichtigte feine Röhrenlibelle in mehreren Richtungen auf den Horizontalkreis legt. Zeigt hiebei die Luftblase keinen Ausschlag, so steht der Kreisrand zur Alhidadenaxe senkrecht; ausserdem fände in jeder Richtung eine dem Ausschlag entsprechende Abweichung von der winkelrechten Lage statt; der stärkste Ausschlag entspräche der grössten Abweichung. Nach dieser Prüfung mit der Libelle muss man sich auch überzeugen, dass die wiedereingesetzte Alhidadenaxe noch lothrecht steht, wenn man sicher seyn will, dass die schiefe Stellung des Horizontalkreises nicht erst durch das Ausheben der Alhidade bewirkt wurde. Uebrigens hat wie in der Lehre von den Messungen gezeigt wird, eine geringe Abweichung der Alhidadenaxe von der senkrechten Lage gegen den Limbus auf die Messung der Winkel fast gar keinen Einfluss, wenn nur die Alhidadenaxe lothrecht und die Drehaxe des Fernrohrs wagrecht ist.

Repetitionstheodolith von Ertel.

§. 136.

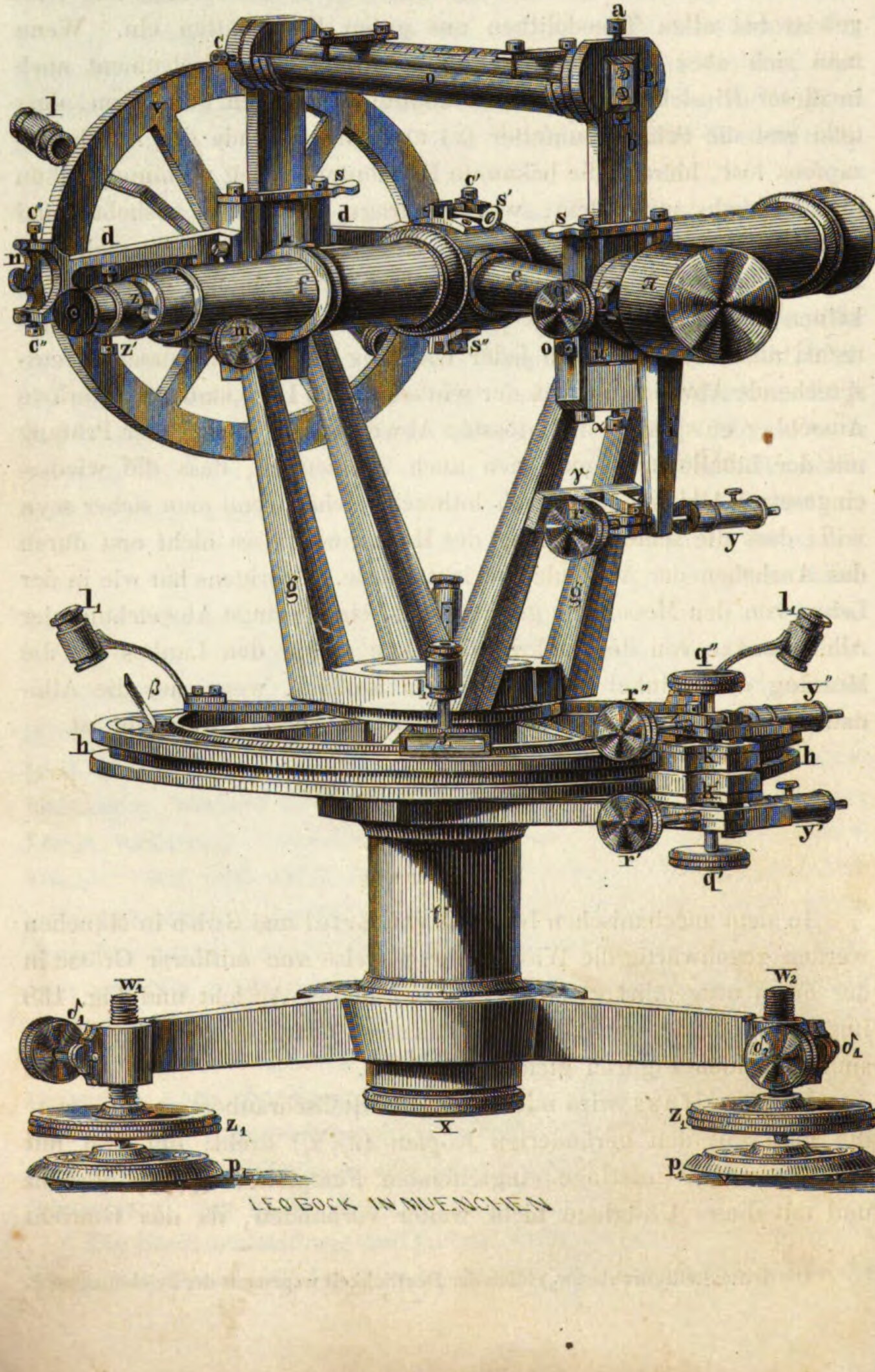
Einrichtung.

In dem mechanischen Institute von Ertel und Sohn in München werden gegenwärtig die Wiederholungskreise von mittlerer Grösse in der Form ausgeführt, welche Fig. 137 in der Ansicht und Fig. 138 im Durchschnitte nach der Alhidadenaxe darstellt. Gleiche Theile sind in beiden Figuren gleich bezeichnet.

Der Dreifuss wird mit seinen drei Stellschrauben (w_1, w_2, w_3) [1] die man mit den geränderten Köpfen (z_1, z_1) dreht, auf drei mit Spitzen in die Unterlage eingreifenden Fussplatten (p_1, p_1) gestellt und mit dieser Unterlage nicht weiter verbunden, da das Gewicht

[1] Die dritte Stellschraube (w_3) blieb der Deutlichkeit wegen aus der Zeichnung weg.

Fig. 137.

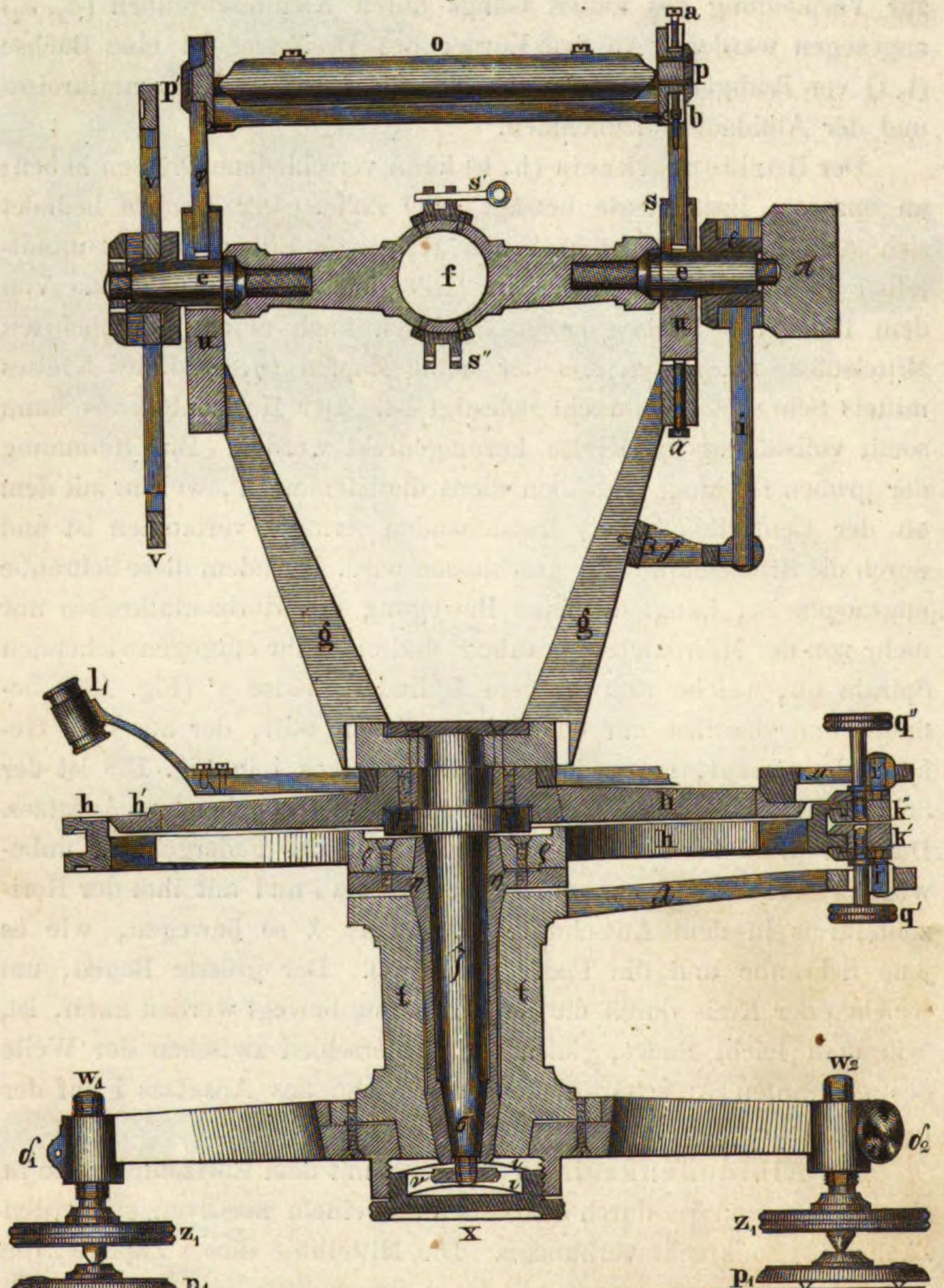


des ganzen Instruments hinreicht, jede Drehung bei vorsichtiger Behandlung des Kreises während der Messung zu verhindern. Die Muttern (δ_1, δ_1) der Stellschrauben sind aufgeschlitzt und können zur Vermeidung des todten Gangs durch Klemmschrauben (δ_2, δ_2) angezogen werden. An den Körper des Dreïfusses ist eine Büchse (t, t) von Rothguss angeschraubt, um die Axen des Horizontalkreises und der Alhidade aufzunehmen.

Der Horizontalkreis (h, h) kann verschiedene Grössen haben; an unserem Instrumente beträgt er 7 Zolle. Der Limbus befindet sich auf einem eingelegten ebenen Ring von Silber und ist unmittelbar in Sechstelgrade oder in 2160 gleiche Theile getheilt. Von dem Rand des Kreises laufen Speichen nach einem durchbohrten Mittelstücke (ϱ, ϱ), an das der hohle Zapfen (η, η) dieses Kreises mittels Schrauben senkrecht befestigt ist. Der Horizontalkreis kann somit vollständig im Kreise herumgedreht werden. Zur Hemmung der groben Drehung desselben dient die Klemme k', welche mit dem an der Centralbüchse (t) feststehenden Arme λ verbunden ist und durch die Bremsschraube q' geschlossen wird. Nachdem diese Schraube angezogen ist, hängt die feine Bewegung des Horizontalkreises nur mehr von der Mikrometerschraube r' und einer ihr entgegenwirkenden Spirale ab, welche sich in dem Cylindergehäuse y' (Fig. 137) befindet und daselbst um einen beweglichen Stift, der aus dem Gehäuse hervorragt, gewunden ist. Das Viereck i in Fig. 138 ist der Schnitt eines an der unteren Klemmplatte feststehenden Ansatzes. Da die Mutter der Mikrometerschraube und das Federgehäuse unbeweglich feststehen, so muss sich der Ansatz i und mit ihm der Horizontalkreis in dem Ausschnitte des Armes λ so bewegen, wie es jene Schraube und die Feder verlangen. Der grösste Bogen, um welchen der Kreis durch die feine Drehung bewegt werden kann, ist, wie man leicht findet, gleich dem Unterschied zwischen der Weite des genannten Ausschnittes und der Dicke des Ansatzes i auf der untern Klemmplatte.

Der Alhidadenkreis (h', h') liegt mit dem Horizontalkreise in einer Ebene und ist durch Schrauben mit einem massiven stählernen Zapfen (ζ) senkrecht verbunden. Die Mittellinie dieses Zapfens, die Alhidadenaxe, muss genau mit jener des hohlen Zapfens des Horizontalkreises zusammenfallen, und beide sollen mit hinreichender Schärfe auf der Ebene beider Kreise senkrecht stehen. Wenn beide Axen

Fig. 138.



nicht eine einzige gerade Linie bilden, so heisst ihr Abstand von einander, in der Alhidadenebene gemessen, die Excentricität der Alhidade. Der massive Centralzapfen endigt, wie Fig. 138 zeigt, unterhalb des Dreifusses in eine Schraube σ, an der eine Mutter (ν) festsitzt. Der Zweck dieses Abschlusses ist, das unabsichtliche Ausheben des Alhidadenkreises zu verhindern. Damit sich der Zapfen dieses Kreises nicht zu fest in den Hohlzapfen des Limbus und dieser wiederum nicht mehr als nöthig in die Centralbüchse des Dreifusses einsenkt, so ruhen beide auf federnden Ringen (ι, ι), welche auf der hohlen Schraube x liegen, die an dem Dreifuss angebracht ist. In gleicher Weise wie der Horizontalkreis mit dem Dreifusse ist jener mit dem Alhidadenkreise durch eine Klemme (k'') und eine Mikrometerschraube (r'') verbunden. Zieht man die Bremsschraube q'' an, so drückt sich die Klemme fest an den Rand des Horizontalkreises und der Alhidade ist nur noch jene feine Bewegung möglich, welche ihr die Mikrometerschraube in Verbindung mit der Spirale und dem beweglichen Stifte in dem Cylindergehäuse (y'') gestatten. Diese Bewegung geht vor- oder rückwärts, je nachdem man die Schraube r'' dreht, und durch sie wird das Fadenkreuz des Fernrohrs im horizontalen Sinne genau eingestellt.

Die vier Nonien (n_1, n_1), welche die Alhidade trägt, sind wie der Limbus von Silber und stehen 90° von einander ab. Ihre Angabe beträgt 10 Sekunden, da 60 Noniustheile 59 Limbustheilen à 10 Minuten gleich sind, und ihre Bezifferung läuft wie die des Kreises von links nach rechts. Da 6 Theile des Nonius einer Angabe von 6mal 10 Sekunden oder einer Minute und 12 Theile zwei Minuten entsprechen, so ist wegen Mangels an Raum nur jeder zwölfte Theilstrich, von 0 an gerechnet, beziffert, die Zahl 2 bedeutet also 12 Theile oder 2 Minuten, die Zahl 4 entspricht 24 Theilen oder 4 Minuten, u. s. w. f. bis zur Zahl 10, welche dem 60sten Theilstriche, von 0 an gezählt, zugehört und also 10 Minuten bezeichnet. Die Vielfachen von 6, welche nacheinander 1, 2, 3 . . . 9 Minuten entsprechen, sind durch einen Punkt oberhalb der betreffenden Theilstriche kenntlich gemacht. Auf diese Weise ist das Abzählen der Noniustheile sehr erleichtert, indem man immer nur noch von 1 bis 5 zu zählen hat. Für jeden Nonius ist eine Lupe (l_1) und ein Blendrähmchen (β_1) vorhanden.

Das Fernrohr (f) wird von zwei Armen (g, g) getragen,

welche sich über dem Alhidadenkreise erheben und auf dessen Mittelstück festgeschraubt sind. Die Drehaxe (e, e) des Rohrs ist von Rothmetall und ihre Zapfen sind von Stahl, die Lager von Messing. Da diese Axe zur Alhidadenaxe genau senkrecht stehen muss, so kann das rechte Lager (u) durch vier Stellschräubchen (α, α) gehoben, gesenkt und wieder festgemacht werden. Die Arme g, g sind so hoch, dass man das Fernrohr nach der Ocularseite durchschlagen kann. Die Länge des Rohrs beträgt 14 Zoll und die Oeffnung des Objectivs 13 Linien; das astronomische Ocular gewährt eine 25malige Vergrösserung. Die Ocularröhre wird durch das Getriebe m in der Objectivröhre verschoben und das Fadenkreuz durch die vier Stellschräubchen z', z' und den Ring z nach §. 65 berichtigt.

Der Vertikalkreis (v) ist ausserhalb eines der Lager u auf Drehaxe des Fernrohrs befestigt. Sein Mittelpunkt liegt in dieser Axe und seine Ebene steht senkrecht darauf. Damit er das Gleichgewicht in Bezug auf die Alhidadenaxe nicht stört, ist der Drehzapfen am zweiten Lager mit einem Gegengewichte π beschwert. Der Durchmesser des Vertikalkreises beträgt bei 7zölligen Wiederholungskreisen gewöhnlich $5^1/_2$ Zoll. Bei dieser Grösse wird der silberne Limbus in Sechstelgrade und jeder der beiden diametral gegenüberstehenden Nonien so getheilt, dass man bis auf 10 Sekunden ablesen kann. Zwei Lupen (l, l) erleichtern dieses Geschäft. Die Nonien bewegen sich in den Armen ihrer Träger (d, d) zwischen Schraubenspitzen (c', c'') damit man ihre Nullpunkte richtig stellen oder die Collimationsfehler wegschaffen kann. Die grobe Drehung des Vertikalkreises oder des Fernrohrs hängt von der Bremsschraube r ab, welche, wenn sie angezogen ist, die Drehaxe e mit dem Hebel i fest verbindet und dadurch bewirkt, dass die grobe Drehung aufhört. Nach Aufhebung dieser Drehung ist eine feine mit Hilfe der Mikrometerschraube q innerhalb der Grenzen möglich, welche die Arme des festgeschraubten Trägers der Mikrometerbewegung gestatten. Die besondere Einrichtung dieser Bewegung ist der auf Seite 247 erklärten ähnlich.

Die Röhrenlibelle (o), welche zur Horizontalstellung des Instruments dient, steht hier mittels langer Füsse (φ, φ) auf zwei genau cylindrisch abgedrehten Stellen (e, e) der Drehaxe des Fernrohrs und wird in dieser Stellung durch zwei oberhalb des Zapfenlagers angebrachte Schliessen (s, s) festgehalten. Die Verbindung

der Röhre mit dem halbcylindrischen Lager o und dieses Lagers mit den Füssen ist nach §. 38 und Fig. 20 bewerkstelligt. Die zwei Stellschräuchen c, c dienen dazu, die Libellenaxe mit der Drehaxe in eine Ebene zu bringen, und die übrigen beiden Schräubchen a, b werden zur Parallelstellung beider Axen nach §. 38 und Fig. 18 gebraucht. Wenn die Libellenaxe in jeder Weise richtig gestellt ist, wird die vorher etwas gelüftete Fassung der Röhre durch zwei Plättchen p, p', welche sich an der Aussenseite der Füsse befinden, mit diesen wieder fest verbunden. Ausser der auf der Drehaxe befindlichen Röhrenlibelle o kann man auch eine zweite auf die cylindrischen Ringe f, f des Fernrohrs, mit dessen Axe parallel, aufsetzen, um die Visirlinie horizontal stellen und das Instrument zum Nivelliren benützen zu können. Eine Schliesse s' dient zum Festhalten dieser zweiten Libelle auf dem Fernrohre. Schlägt man das letztere durch, so kann man mit Hilfe der unteren Schliesse s'', welche alsdann oben ist, die Libelle auch nach oben versetzen. Dass die Libelle o beim Durchschlagen des Fernrohrs abgehoben werden muss, versteht sich von selbst.

§. 137.

Aufstellung und Gebrauch.

Die Aufstellung des wiederholenden Theodolithen ist von der des einfachen nicht wesentlich verschieden. Er wird entweder wie dieser auf ein Stativ oder unmittelbar auf eine feste ebene Unterlage von Stein oder Holz mit nahezu wagrechter Oberfläche gestellt, auf welcher der Scheitel des zu messenden Winkels nach §. 84 bezeichnet ist. Wir setzen hier einen Standpunkt der zweiten Art und ein völlig richtiges Instrument voraus. Nachdem man den Centralzapfen ζ oder die Schraube x in das Loth des Winkelscheitels gebracht hat, stelle man den Vertikalkreis auf Null ein und drehe die Alhidade so, dass das Fernrohr über die Fussschraube w_3, seine Drehaxe aber in die Richtung $w_1 w_2$ der beiden übrigen Schrauben des Dreifusses zu stehen kommt. Bringt man nun mit den Schrauben w_1 und w_2 die Libelle auf der Drehaxe und durch w_3 die Libelle auf dem Fernrohre zum Einspielen, so muss die Alhidadenaxe lothrecht und folglich der Kreis wagrecht stehen, wenn, wie hier angenommen, der Theodolith fehlerfrei gearbeitet und ganz und gar berichtigt ist. Wollte man die Libelle auf dem Fernrohre zur Horizontalstellung

nicht benützen, oder wäre sie gar nicht vorhanden, so brauchte man auch nicht den Vertikalkreis auf Null zu stellen (weil dadurch doch bloss die Fernrohraxe eine senkrechte Richtung zur Alhidadenaxe erhält), sondern würde sofort die Drehaxe in die Richtung $w_1 w_2$ und die Libelle o zum Einspielen bringen und sich hierauf durch eine halbe Umdrehung der Alhidade, wobei also die Drehaxe wieder in der Richtung $w_1 w_2$ steht, überzeugen, ob wirklich die Dreh- und Libellenaxe mit der Alhidadenaxe einen rechten Winkel bilden, was der Fall ist, wenn nach jener halben Drehung die Luftblase wieder einspielt.[1] Steht nunmehr der Kreis in der Richtung $w_1 w_2$ wagrecht, so gibt man der Drehaxe eine zu dieser Richtung senkrechte Stellung, indem man sie durch eine Viertelsdrehung der Alhidade über die Fussschraube w_3 bringt. Mit dieser Schraube wird die Libellenaxe auch in dieser Richtung wagrecht gestellt, und nachdem dieses geschehen, überzeugt man sich abermals von der winkelrechten Lage der Dreh- und Alhidadenaxe durch eine halbe Umdrehung der Alhidade, wie vorhin. Da durch die Horizontalstellung in der zweiten Richtung die wagrechte Lage der ersten etwas verändert worden seyn kann, so führt man die Alhidade nochmals um 90^0 in ihre erste Stellung zurück und sieht zu, ob die Libelle einspielt oder nicht: im ersteren Falle steht der Kreis richtig, im letzteren wiederholt man das ganze Verfahren so lange, bis sich bei ganz langsamer Drehung der Alhidade die Luftblase der Libelle nicht mehr von ihrer Stelle bewegt.

Nunmehr kann, wenn die Beleuchtung der in den Winkelschenkeln stehenden Signale günstig ist, die Messung des Winkels durch Wiederholung beginnen. Man kann hiebei den Alhidadenkreis auf Null einstellen oder nicht. Will man, dass die erste Ablesung a am Nonius I null ist, so bringe man den Nullpunkt dieses Nonius nahe an den Nullpunkt der Theilung, klemme die Alhidade am Horizontalkreise mittels der Bremsschraube q″ fest und stelle durch die Mikrometerschraube r″ unter Benützung der Lupe die Nullpunkte genau auf einander. Auf den übrigen drei Nonien muss selbstverständlich abgelesen werden, da man nicht annehmen darf, dass ihre

[1] Sollte sich hiebei ein Ausschlag der Blase ergeben, so würde er auf eine schiefe Stellung der Dreh- und Libellenaxe gegen die Alhidadenaxe deuten und müsste nach §. 138 halb an einer der Fussschrauben w_1 oder w_2 und halb an der Drehaxe verbessert werden, vorausgesetzt, dass diese mit der Libellenaxe parallel ist.

Nullpunkte beziehlich genau auf 90°, 180°, 270° stehen. Alsdann lüfte man durch die Bremsschraube q' den Horizontalkreis und drehe diesen mit der Alhidade so weit, dass das Fernrohr nach dem Signal L im linken Schenkel steht. Nun ziehe man die Schraube q' wieder an und bringe das Fadenkreuz des Fernrohrs durch die Mikrometerschrauben r' und r zur genauen Deckung mit einem bestimmten Punkte des Signales L. Nachdem dieses geschehen, löse man die Alhidade von dem feststehenden Horizontalkreis, führe sie nach dem Signale R im rechten Schenkel und stelle das Fernrohr auf eine bestimmte Stelle dieses Signals genau ein. Will man die Grösse des zu messenden Winkels schon jetzt annähernd erfahren, um darnach am Schlusse der Messung die Anzahl (m) der Ueberschreitungen des Limbus-Nullpunkts durch die verschiedenen Nonien zu beurtheilen, so lese man einen der Nonien, am besten den ersten, ab und schreibe das Ergebniss dieser Ablesung auf. Die nächste Arbeit besteht in der Lüftung der Bremsschraube q', der Drehung des Horizontalkreises sammt Alhidade, bis das Fernrohr wieder in die Richtung des linken Schenkels kommt, der Klemmung des Horizontalkreises und der Einstellung des Fadenkreuzes mit Hilfe der Schrauben r' und r. Darauf folgt wieder die Lösung der Alhidade, ihre Drehung nach rechts und das Einstellen der Visirlinie auf das Signal R. Die beiden letzten Operationen werden so oft vorgenommen, als man den Winkel repetiren will. Am Ende der letzten (n ten) Wiederholung liest man alle vier Nonien ab und bemerkt die Ablesungen in derselben Weise wie die ersten. Da man den einfachen Winkel schon annähernd kennt, so lässt sich leicht bestimmen, wie gross die Zahl m für jeden Nonius ist; und es ergibt sich somit der gesuchte Winkel nach Gleichung (99) zunächst für jeden Nonius, und hierauf, wenn man aus diesen vier Ergebnissen das Mittel nimmt, für alle Nonien.

Da durch diese Messung der Einfluss der Excentricität des Fernrohrs, wenn sie vorhanden ist, nicht beseitigt wird, so wiederholt man dieselbe in der eben beschriebenen Weise, nachdem man vorher das Fernrohr durchgeschlagen oder, wie man sich ausdrückt, von der „ersten" in die „zweite Lage" gebracht hat. Dieser Umstand wird bei der Aufschreibung, welche in nachfolgender Weise geschehen kann, ebenfalls bemerkt.

Standpunkt: Signal S.

Messung mit dem Fernrohr in der ersten Lage.

Nonius.	Anfang.			Ende.			Einfacher Winkel.			Bemerkungen.
	Grad.	Min.	Sek.	Grad.	Min.	Sek.	Grad.	Min.	Sek.	
I.	0	0	0	265	58	45	62	35	45	Wiederholungen: 10.
II.	90	0	10	355	58	53	—	—	—	Beleuchtung: gut.
III.	180	0	0	85	58	47	—	—	—	Himmel: heiter. Luft: rein.
IV.	269	59	55	175	58	40	—	—	—	Wind: schwach.

Da der einfach gemessene Winkel $62^0\,35'\,45''$ beträgt und 10 Wiederholungen gemacht wurden, so ist nach Gleichung (99) für die Nonien I und II die Zahl $m = 1$ und für die Nonien III und IV $m = 2$; daher für

Nonius der Winkel

I $$w = \frac{360^0 + 265^0\,58'\,45'' - 0^0\,0'\,0''}{10} = 62^0\,35'\,52'',5$$

II $$w = \frac{360^0 + 355^0\,58'\,53'' - 90^0\,0'\,10''}{10} = 62^0\,35'\,52'',3$$

III $$w = \frac{720^0 + 85^0\,58'\,47'' - 180^0\,0'\,0''}{10} = 62^0\,35'\,52'',7$$

IV $$w = \frac{720^0 + 175^0\,58'\,40'' - 269^0\,59'\,55''}{10} = 62^0\,35'\,52'',5$$

und für alle Nonien zusammen bei der ersten Lage des Fernrohrs der Winkel

$$w_1 = 62^0\,35'\,52'',5.$$

Ergäbe eine zehnmalige Wiederholung des Winkels bei der zweiten Lage des Rohrs

$$w_2 = 62^0\,35'\,58'',3,$$

so wäre der richtige, von jeder Excentricität befreite Winkel

$$w = \tfrac{1}{2}\,(w_1 + w_2) = 62^0\,35'\,55'',4.$$

Die Messung der Vertikalwinkel geschieht wie bei dem einfachen Theodolithen.

§. 138.

Prüfung und Berichtigung.

Am Repetitions-Theodolithen hat man, mit Ausnahme einer einzigen, dieselben Untersuchungen vorzunehmen, welche für den

einfachen bereits in den §§. 134 und 135 besprochen wurden; wir brauchen daher hier nur weniges zu bemerken.

1) Die Untersuchung der Libellen ist hier leichter als bei dem früher beschriebenen einfachen Theodolithen; denn sowohl die auf dem Fernrohre als die auf dessen Drehaxe stehende Libelle lässt sich umsetzen. Man wendet daher auf beide das in §. 39 erörterte Prüfungsverfahren an.

2) Ob die Visirlinie des Fernrohrs zu dessen Drehaxe senkrecht steht, erfährt man entweder auf die in §. 34 Nr. 2 angegebene oder auch auf die folgende Weise, welche vor jener den Vorzug hat, dass sie auf einem kleinen Raum vorgenommen werden kann, aber voraussetzt, dass man ausser dem Theodolithenfernrohr noch zwei andere mit Fadenkreuz versehene Fernrohre hat. Stellt man in jedem dieser zwei Fernrohre das Fadenkreuz genau in den Brennpunkt des Objectivs, so tritt nach Gleichung (25) das von dem Fadenkreuz kommende Licht parallel mit der optischen Axe aus dem Objectiv, und es kann folglich das Fadenkreuz selbst durch ein zweites Fernrohr gesehen werden, dessen Objectiv diese Parallelstrahlen aufnimmt. Man stelle nun die beiden Fernrohre in einiger Entfernung von einander so auf, dass das Fadenkreuz des einen das Fadenkreuz des anderen genau deckt. In diesem Falle liegen die Visirlinien beider Rohre in einer geraden Linie. Hierauf bringe man den zu untersuchenden Theodolithen so zwischen beide Fernrohre, dass die Visirlinie seines Fernrohrs mit der des ersten Hilfsfernrohrs zusammenfällt, was der Fall ist, sobald dessen Fadenkreuz von dem Fadenkreuz des Theodolithenfernrohrs gedeckt wird. Diese Operation verursacht zwar einige Mühe, indem man den Theodolithen mehrere Male höher und tiefer stellen oder seitwärts verrücken muss, aber sie erfordert doch im Ganzen nicht mehr Zeit als das früher angegebene Verfahren. Wenn nun die Visirlinie des Fernrohrs zu dessen Drehaxe senkrecht steht, so muss das Fadenkreuz des Theodolithenfernrohrs, nach dem Durchschlagen des letzteren, auch das Fadenkreuz des zweiten Hilfsfernrohrs decken. Findet diese Deckung nicht statt, so ist, wie leicht zu beweisen, die Hälfte der angezeigten Abweichung an dem Fadenkreuz des Theodolithenfernrohrs durch die Stellschräubchen z', z' und die übrige Hälfte an der Alhidade durch die Mikrometerschraube r'' zu verbessern. Wenn nach dieser ersten Verbesserung die Fadenkreuze des Hauptrohrs

und des zweiten Hilfsfernrohrs sich decken, so führt man das zu untersuchende Fernrohr nochmals in die erste Lage zurück und überzeugt sich von dem jetzigen Stande der Fadenkreuze gegen einander. Eine sich kundgebende Abweichung berichtigt man wie vorhin. Nach einigen Versuchen wird das Theodolithenfernrohr in der ersten und zweiten Lage keine Abweichung mehr zeigen und also eine zur Drehaxe senkrecht stehende Visirlinie haben.

3) Da bei dem Ertel'schen Repetitions-Theodolithen eine Libelle auf der Drehaxe des Fernrohrs steht, so gilt für die Untersuchung der Lage der Drehaxe gegen die Alhidadenaxe das zweite der in Nr. 3 des §. 134 beschriebenen Verfahren. Der von der Libelle angezeigte Fehler wird zur Hälfte durch die Stellschräubchen α, α des einen Zapfenlagers und halb durch die Fussschrauben beseitigt, indem man nach Erforderniss jenes Lager und den Alhidadenkreis ein wenig hebt oder senkt. Die Wirkungsweise der Schräubchen α, α ist so einfach, dass eine nähere Erklärung derselben überflüssig erscheint.

4) Was die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers der Nonien am Vertikalkreise betrifft, so gilt hier Alles, was darüber in Nr. 4 des §. 134 mitgetheilt wurde. Dasselbe gilt für §. 135 hinsichtlich der Untersuchung der Theilungs- und Excentricitätsfehler.

5) Die besondere Prüfung, welche dem Repetitionstheodolithen im Vergleich mit dem einfachen zukommt, bezieht sich auf die gegenseitige Stellung der Axen der Alhidade und des Horizontalkreises. Diese Axen sollen bekanntlich zusammenfallen und auf den Ebenen der Kreise senkrecht stehen. Fallen sie nicht zusammen, so sind sie entweder parallel oder nicht: in beiden Fällen findet eine Excentricität der Alhidade statt, und in letzterem Falle kommt zu dieser Excentricität noch die schiefe Lage des Limbus gegen den Alhidadenkreis. Daraus entspringt zunächst ein kleiner Fehler im Ablesen und hierauf ein zweiter grösserer dadurch, dass bei der Drehung des Horizontalkreises mit der Alhidade die Axe der letzteren, welche anfänglich lothrecht stand, in eine schiefe Stellung kommt, welche sich nothwendig auch der Drehaxe des Fernrohrs mittheilt. Sobald aber diese Axe nicht mehr horizontal ist, beschreibt auch die Visirlinie des Fernrohrs keine Vertikalebene mehr und es wird folglich der zu messende Winkel nicht richtig projicirt. Dreht man bei einer Repetitionsmessung den Horizontalkreis nach und nach um 360^0, so beschreibt offenbar die Alhidadenaxe, je nachdem sie

die Limbusaxe schneidet oder nicht, eine Kegelfläche oder ein Hyperboloid um die Limbusaxe, und die Drehaxe des Fernrohrs neigt sich nach und nach gleich viel im entgegengesetzten Sinne gegen die zwei Hälften des Horizontalkreises. Setzt man daher die Repetition so lange fort, dass dieser Kreis ein, zwei oder drei Male ganz gedreht wird, so gleichen sich die aus der schiefen Lage der Drehaxe entstehenden Fehler untereinander fast ganz aus, während der Fehler im Ablesen, der aus dem schiefen Stande des Limbus hervorgeht, so unbedeutend ist, dass er vernachlässigt werden darf.

Wenn nun auch eine geringe Abweichung der Limbus- und Alhidadenaxe von der parallelen Lage wenig schadet — und nur eine geringe nehmen wir an — so ist es doch nicht überflüssig, zu untersuchen, ob der Theodolith eine solche Abweichung hat oder nicht. Zu dem Ende stelle man die Alhidadenaxe auf die im vorigen Paragraphen angegebene Weise genau lothrecht und drehe hierauf den Horizontalkreis sammt der Alhidade um 180^0. Zeigt sich nach dieser Drehung ein Ausschlag auf der Libelle, so entspricht dieser dem doppelten Neigungswinkel der Limbus- und Alhidadenaxe in der Projection auf eine Ebene, welche durch die Drehaxe des Limbus und die Libellenaxe geht. Wiederholt man dieses Verfahren in mehreren Richtungen, so erfährt man für jede derselben die Projection des Neigungswinkels der genannten beiden Axen. Beobachtet man hiebei die Horizontalwinkel, welche die verschiedenen Richtungen der Libellenaxe mit einander bilden, so kann man hieraus und aus den bekannten Projectionen die gegenseitige Lage der Axen im Raume durch Rechnung ableiten.

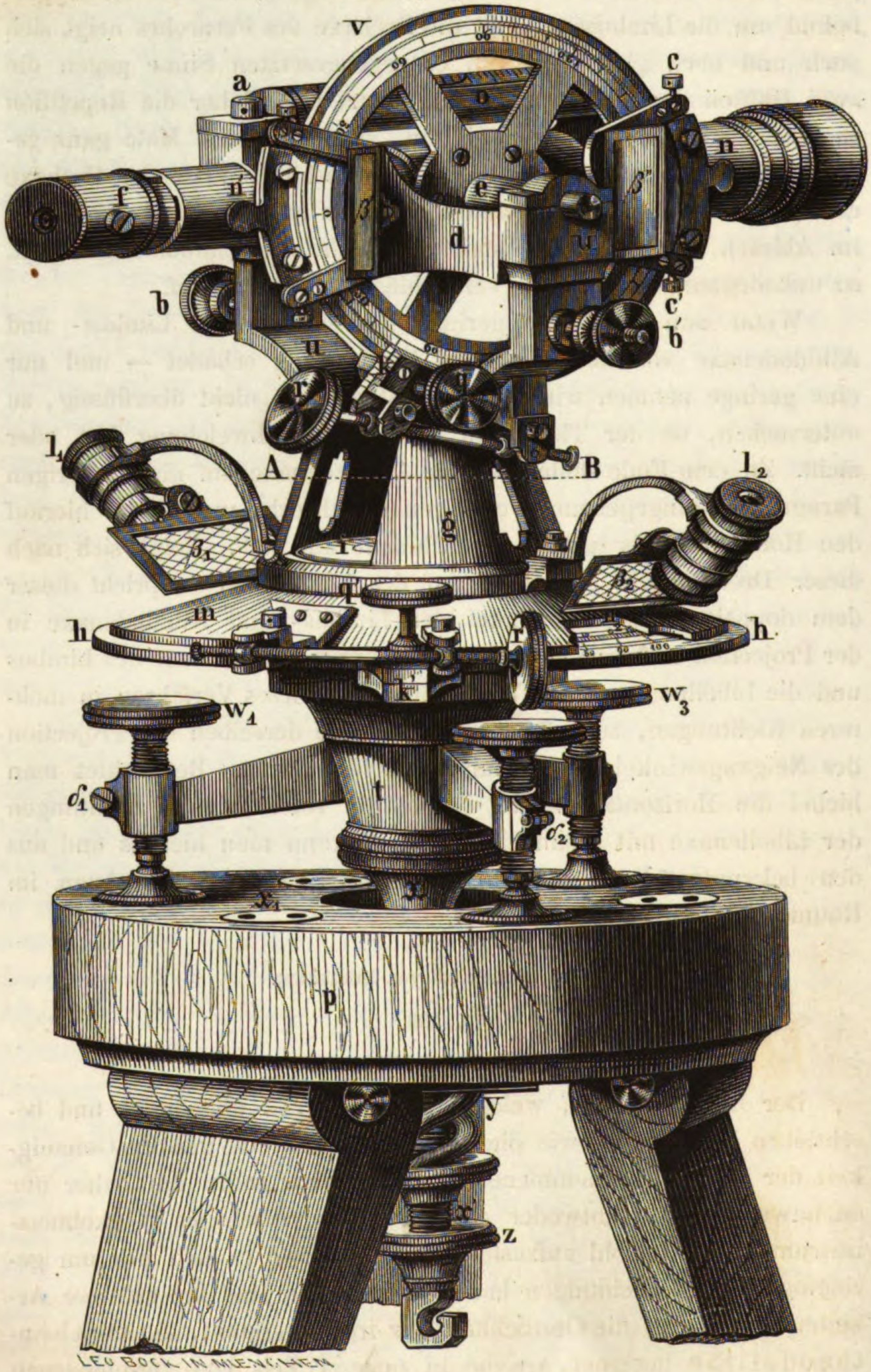
Grubentheodolith von Breithaupt.

§. 139.

Einrichtung.

Der Hängecompass, welcher auf Seite 212 abgebildet und beschrieben ist, gewährt wie die Feldbussole nur eine geringe Genauigkeit der damit aufgenommenen Winkel. Man sollte ihn daher nur da anwenden, wo entweder ein mit Stativ versehenes Winkelmessinstrument nicht wohl aufzustellen ist, oder wo es sich nur um geringfügige Markscheidungen handelt. Dagegen sind für grössere Arbeiten und wo es die Oertlichkeit nur irgend erlaubt, die Grubentheodolithe geeignet, welche in neuerer Zeit von verschiedenen

Fig. 130.

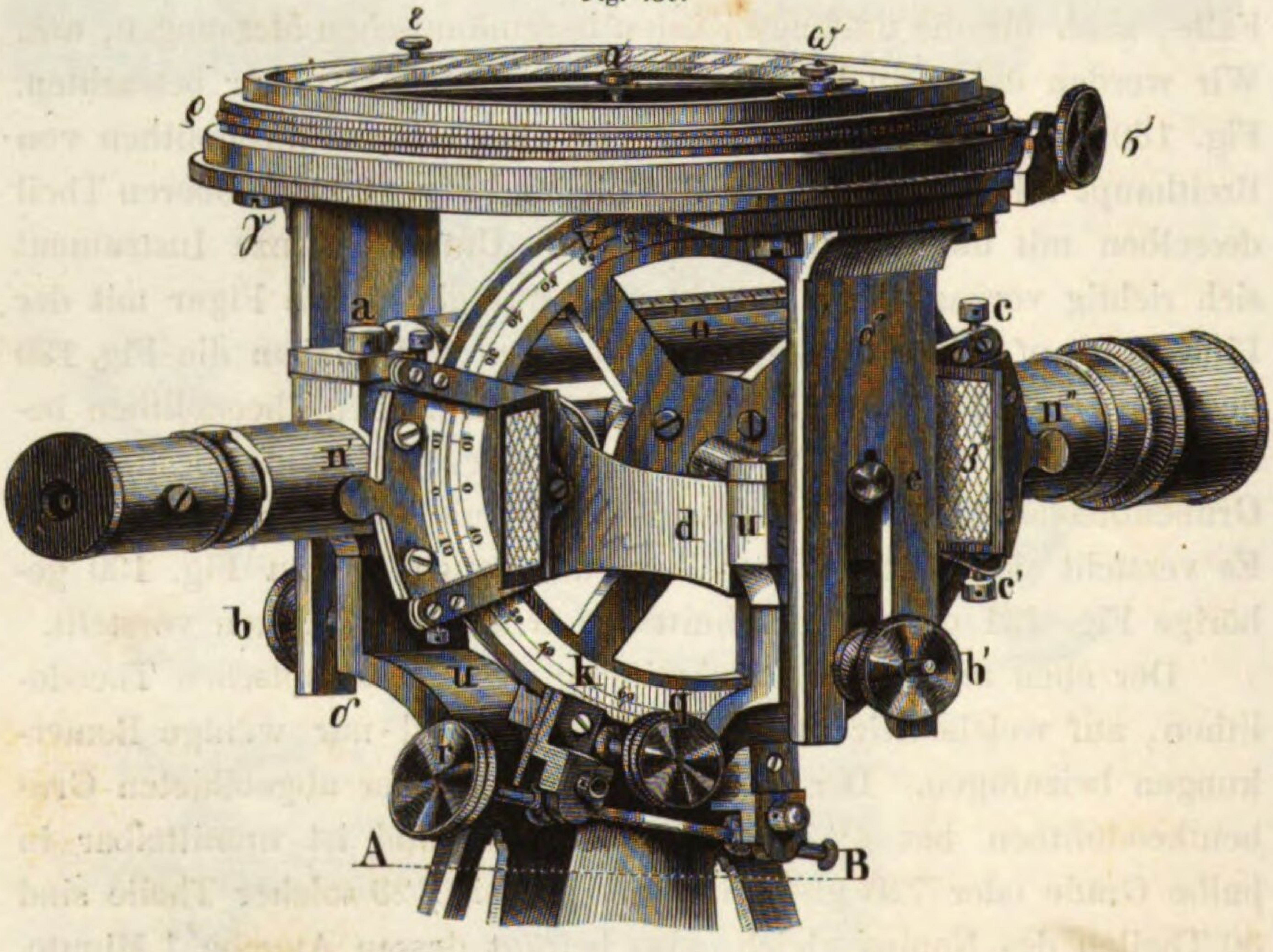


Mechanikern, namentlich von F. W. Breithaupt in Cassel, angefertigt werden. Ein solcher Theodolith unterscheidet sich von einem andern nur dadurch, dass er in der Regel mit einer Bussole verbunden und in diesem Falle keiner seiner Bestandtheile aus Eisen oder Stahl ist. Man hat die Grubentheodolithe auch schon zum Repetiren der Winkel eingerichtet; es reicht aber ein guter einfacher Theodolith für alle Fälle, auch für die umfangreichsten bergmännischen Messungen, aus. Wir werden daher auch nur einen der letzten Art näher betrachten. Fig. 130 stellt die Ansicht eines einfachen Grubentheodolithen von Breithaupt mit abgenommener Bussole und Fig. 139 den oberen Theil desselben mit aufgesetzter Bussole vor. Um das ganze Instrument sich richtig vorzustellen, braucht man nur die zweite Figur mit der Linie AB auf die erste gesetzt zu denken. Wir haben die Fig. 130 bereits in §. 132 bei der Beschreibung des einfachen Theodolithen benützt, sie ist aber nach dem für unseren Gebrauch bestimmten Grubentheodolithen der Münchener polytechnischen Schule angefertigt. Es versteht sich sonach von selbst, dass auch die zu Fig. 130 gehörige Fig. 131 den Durchschnitt des Grubentheodolithen vorstellt.

Der eben erwähnten Beschreibung des Breithauptschen Theodolithen, auf welche wir uns hier beziehen, sind nur wenige Bemerkungen beizufügen. Der Horizontalkreis des hier abgebildeten Grubentheodolithen hat 4½ Zoll Durchmesser und ist unmittelbar in halbe Grade oder 720 gleiche Theile getheilt; 29 solcher Theile sind 30 Theilen des Nonius gleich, also beträgt dessen Angabe 1 Minute. Das Fernrohr ist bloss 10 Zoll lang und die Oeffnung seines Objectivs beträgt 10 Linien. Das astronomische Ocular gibt eine zwanzigmalige Vergrösserung. Die Drehaxe des Fernrohrs, alle Zapfen, Schrauben und Federn sind hier nicht von Stahl, sondern von Messing oder Rothguss, und die Theilungen der Kreise und Nonien befinden sich nicht auf eingelegten Silberstreifen, sondern sind bloss versilbert. Die Bussole, welche mit dem Theodolithen verbunden werden kann, besteht aus zwei Theilen: dem Compass und seinem Aufsatze. Der erstere ist in Fig. 123 abgebildet und in §. 125 beschrieben; der letztere aber ist weiter nichts als eine cylindrische Schale (ϱ) von 4 Zoll Weite und ½ Zoll Tiefe, in die sich der Compass einsetzen lässt und welche mittelst zweier Füsse (δ, δ) auf die Zapfen der Drehaxe des Fernrohrs gesetzt und durch die Schrauben b, b′ an den Armen u, u der Tragsäule g festgehalten

werden kann. In der Schale befindet sich ein Schräubchen, welches dazu dient, den Compass in ihr festzuhalten, sobald er die richtige Stellung hat, d. h. sobald seine zwölfte Stundenlinie oder der Durchmesser 0^0 — 180^0 mit der Fernrohraxe parallel ist.

Fig. 139.



§. 140.

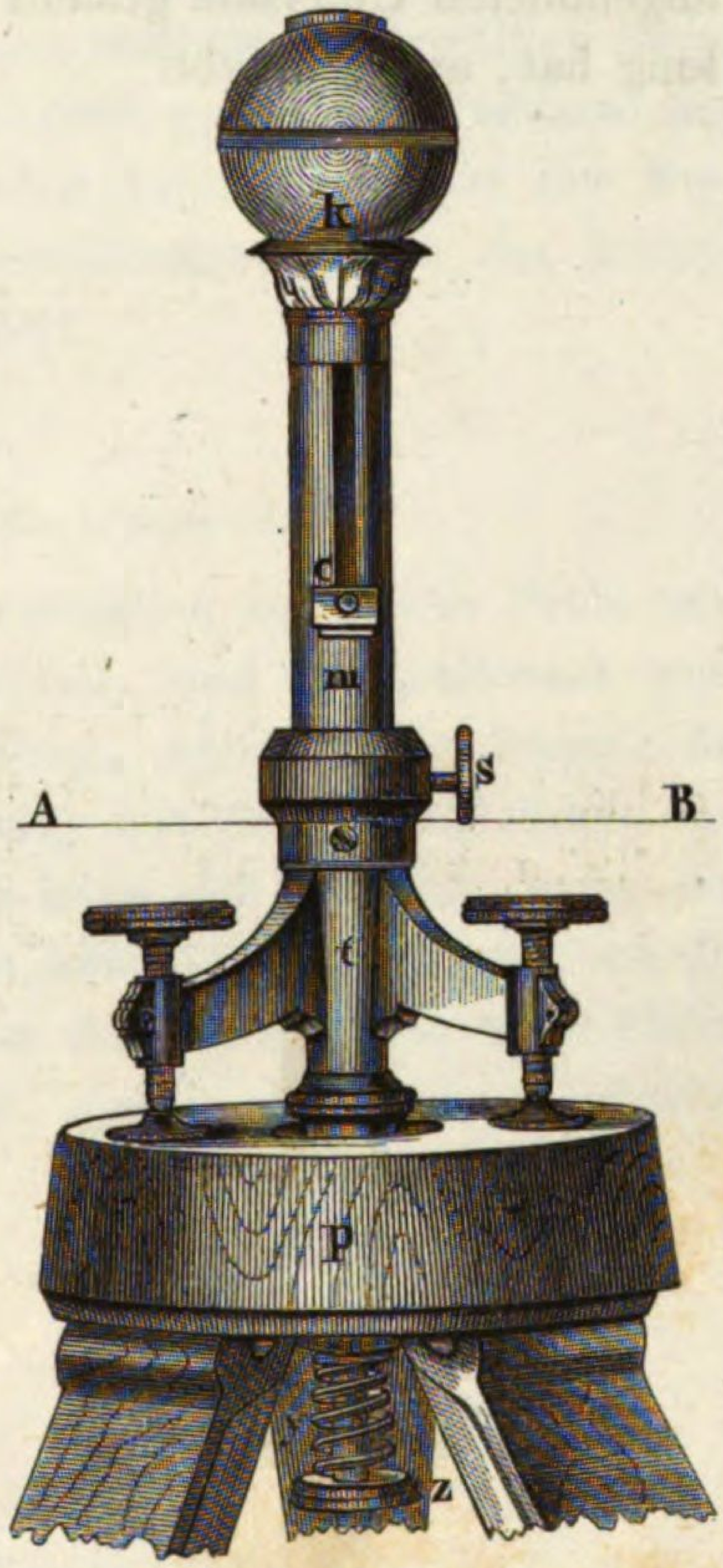
Gebrauch.

Die Aufstellung des Grubentheodolithen geschieht wie die des Feldtheodolithen, und was seinen Gebrauch betrifft, so setzt sich derselbe aus jenem des letztgenannten Instruments und der Bussole zusammen. Indem wir desshalb auf die §§. 120 und 133 verweisen, fügen wir den dort gegebenen Anleitungen noch folgende Bemerkungen bei.

1) Die Messung der Horizontal- und Vertikalwinkel in den finsteren Gruben erfordert andere Signale für die Visirrichtungen als jene sind, welche über der Erdoberfläche gebraucht werden. Es dienen dazu Lichter oder Lampen, welche man an den zu bezeichnenden Punkten lothrecht aufstellt. Manche Markscheider benützen zu dieser

Aufstellung Stative, welche genau so wie das des Theodolithen gearbeitet sind. Auf diesen Stativen kann nach Fig. 140 ein Dreifuss (t) und hierin mittels eines Zapfens eine messingene Röhre (m) befestigt werden, welche sich oben zu einer Schale erweitert, um eine Lampenkugel (k) von Milchglas und ein Wachslicht aufzunehmen, dessen Schein als Signal dient. Die Messingröhre kann durch die Schraube s in dem Dreifusse festgestellt und die Tülle, welche das Licht trägt, durch den Knopf c wie in einem gewöhnlichen Leuchter gehoben und gesenkt werden. Hat das Signal an einer Stelle seine Dienste gethan und ist von seinem Standpunkte aus ein zweiter Winkel zu messen, welcher mit dem ersten einen Schenkel gemein hat, wie es bei Vielecken der Fall ist, so lässt man die Stative stehen und verwechselt bloss den Theodolithen mit dem Grubensignale, worauf die Messung des zweiten Winkels beginnen kann. In gleicher Weise verfährt man mit den übrigen Winkeln eines ganzen Markscheidezugs.

Fig. 140.



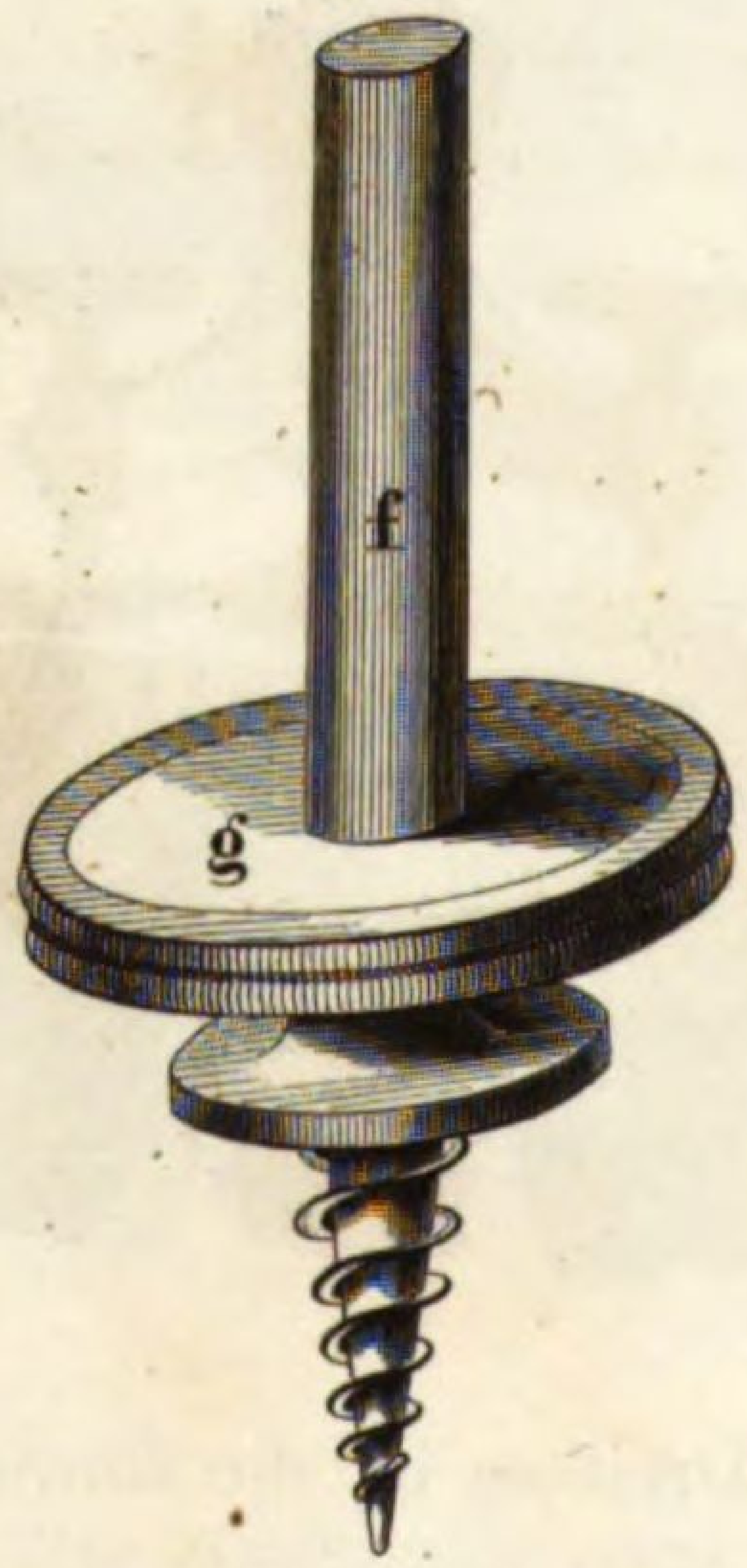
2) Einfacher als das Stativ und der Dreifuss ist die Einrichtung des Untersatzes, welche, wie in Fig. 141 bloss aus einem Metalldorn besteht, der mit einer Baumschraube in einem Balken oder Markscheidebock befestigt werden kann, und um den sich eine durch eine Schraube festzustellende Hülse dreht, welche entweder das Lampensignal oder den Theodolithen trägt, dessen Horizontalkreis begreiflicherweise in anderer Art, als Fig. 130 zeigt, wagrecht gestellt werden müsste. Am besten dürfte sich hiezu die Vorrichtung eignen, welche am Stampfer'schen Nivellirinstrumente angebracht und weiter unten (Fig. 198) abgebildet und beschrieben ist. Statt der Lampe mit Milchglas kann man auch eine nach Fig. 142

aus roth und weiss gefärbtem durchscheinenden Papier angefertigte Zielscheibe benützen, indem man hinter derselben ein Grubenlicht aufstellt. Die Hülse (k) dieser Zielscheibe wird auf den in Fig. 141 abgebildeten Untersatz gestellt und wenn sie die entsprechende Richtung hat, angeschraubt.

Fig. 142.



Fig. 141.



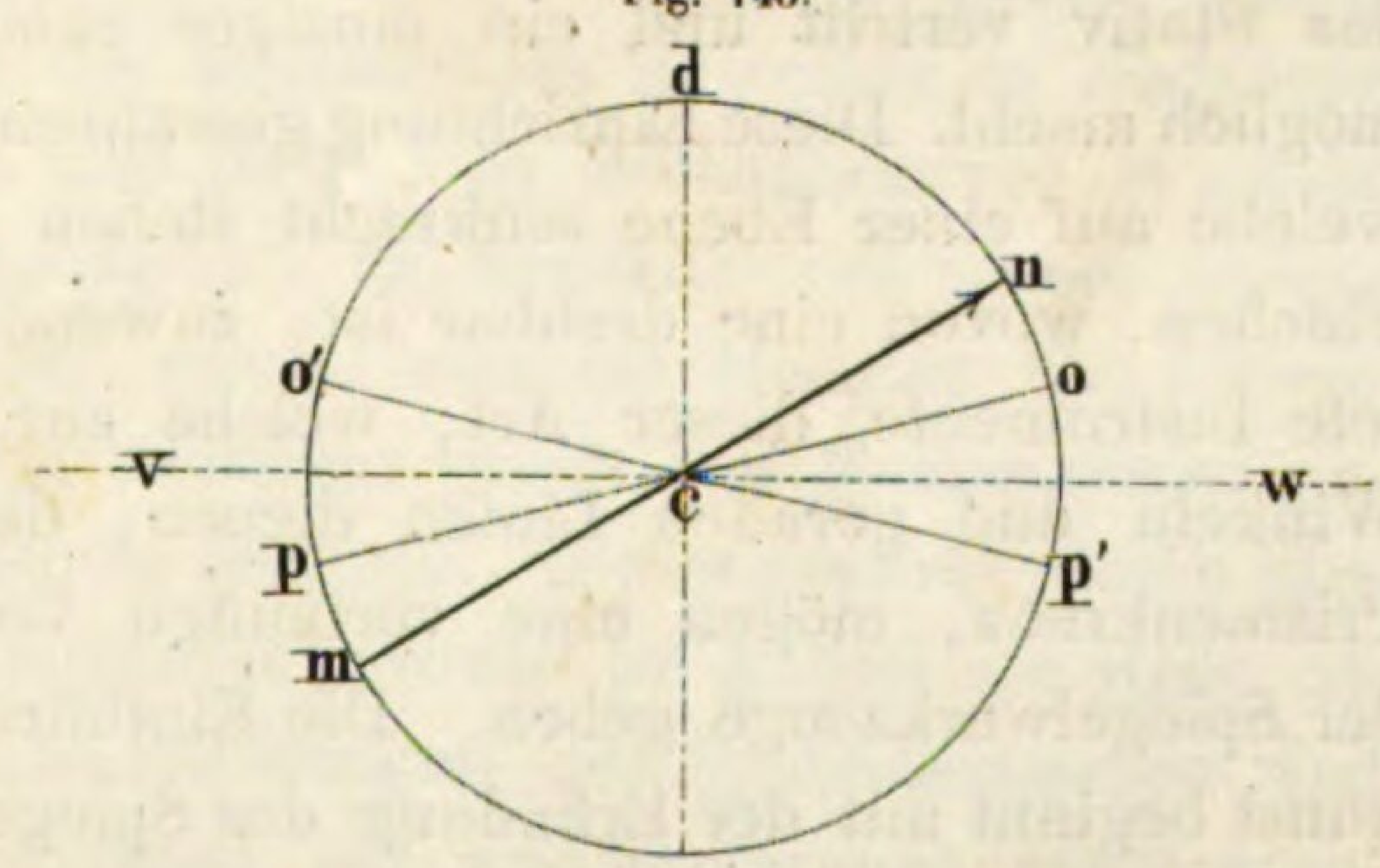
3) Es versteht sich wohl von selbst, dass man die mit dem Theodolithen verbundene Bussole zu keinen anderen Winkelmessungen benützt als zu jenen, durch welche man das Streichen einer Linie oder deren Neigungswinkel gegen die Magnetlinie erfährt. Um diese Streichwinkel mit der grössten Genauigkeit, welche die Bussole gewähren kann, zu erhalten, misst man dieselben zweimal in der ersten und eben so oft in der zweiten Lage des Fernrohrs, indem man bei jeder Lage des Rohrs nach der ersten Ablesung am Nordende der Magnetnadel die Bussole abhebt und umsetzt. Man wird sich

mit Hilfe der §§. 120 und 133 leicht selber klar machen können, dass das Umsetzeu der Bussole den fehlererzeugenden Einfluss einer excentrischen Nadel und das Durchschlagen des Fernrohrs die Einwirkung jenes Fehlers auf die Winkelmessung beseitigt, welche bei einseitiger Beobachtung aus der schiefen Stellung der zwölften Stundenlinie oder des Durchmessers $0^0 - 180^0$ gegen die Visirlinie des Fernrohrs hervorginge. Ueberdiess wird durch diese Art der Messung die Wirkung aller übrigen Unvollkommenkeiten des Instruments oder der Beobachtung vermindert.

§. 141.

Die Prüfung und Berichtigung des Grubentheodolithen wird selbstverständlich auf freiem Felde vorgenommen und geschieht am Horizontal- und Vertikalkreise ganz nach der in §. 135 gegebenen Anleitung, während die Bussole für sich nach §. 121 und ihre Verbindung mit dem Theodolithen auf folgende Weise untersucht wird. Es kann sich nämlich, wenn der Compass richtig ist, nur noch darum handeln, zu erfahren, ob die zwölfte Stundenlinie mit der Visirlinie des Fernrohrs in einer Ebene liegt, und wenn dieses nicht der Fall ist, beide in eine Ebene zu bringen.

Fig. 143.



Angenommen, es sey o p in Fig. 143 die zwölfte Stundenlinie, v w die Visirlinie des Fernrohrs, m n die Magnetnadel der Bussole und d e die Drehaxe des Fernrohrs, welche zur Visirlinie senkrecht steht: so wird der Streichwinkel der Linie v w in der ersten Lage des Fernrohrs durch den Bogen o n gemessen, während es durch den Bogen w n geschehen sollte. Schlägt man hierauf das Fernrohr durch und setzt die hiebei abgehobene Bussole in ihrer ursprünglichen Lage wieder auf, so wird, wenn das Fernrohr wieder in die Richtung v w eingestellt ist, der Punkt d in e, e in d, o in o', p in p', die Nadel aber nach m n stehen. Folglich liest man jetzt am Nordende der Nadel den Bogen o' p' n $= 180^0 +$ p' n als den Streichwinkel der

Linie v w ab. Der Bogen p′ n ist aber, wie man an der Figur sieht, gerade um so viel grösser als der richtige Bogen w n, als der vorhin abgelesene Bogen o n kleiner ist: darum gibt das arithmetische Mittel aus den Bögen o n und p′ n den gesuchten Streichwinkel n c w. Man muss desshalb zur Berichtigung der Bussole nach Oeffnung der Schraube σ den Compass in seiner Schale ϱ so weit vor- oder rückwärts drehen, bis die Nadel den eben gefundenen Streichwinkel genau anzeigt, und alsdann die Schraube wieder schliessen.

Die Spiegelinstrumente.

§. 142.

So wie es in Bergwerken oft nicht möglich ist, ein Winkelmessinstrument mit Stativ anzuwenden, so lässt sich auch in mehreren Fällen auf der Erdoberfläche kein fester Standpunkt für die Aufstellung eines Theodolithen oder einer Bussole gewinnen. Dergleichen Fälle treten z. B. ein, wenn von einem Schiffe aus der Höhenwinkel eines Sterns, oder von dem schwankenden Boden eines natürlichen Signals aus der Winkel zweier Richtungen gemessen werden soll. Unter solchen Verhältnissen kommt es darauf an, dem Messinstrumente eine Einrichtung zu geben, welche die Bestimmung des Winkels durch einmaliges Zielen, wobei die Hand des Beobachters das Stativ vertritt und ein einziger ruhiger Augenblick hinreicht, möglich macht. Diese Einrichtung gewähren zwei Spiegel oder Prismen, welche auf einer Ebene senkrecht stehen und sich ihre spiegelnden Flächen, wovon eine drehbar ist, zuwenden. Zwei bereits betrachtete Instrumente dieser Art, welche zur Absteckung von rechten Winkeln und geraden Linien dienen, der Winkelspiegel und das Prismenkreuz, mögen eine vorläufige Vorstellung von dem Wesen der Spiegelwerkzeuge geben. Die Einführung derselben in die Messkunst beginnt mit der Erfindung des Spiegelsextanten, den wir daher zunächst betrachten müssen.

Der Spiegelsextant.

§. 143.

Geschichtliches.

Als den Erfinder des nach seinen Hauptbestandtheilen benannten Spiegelsextanten sieht man gewöhnlich den ehemaligen Vicepräsidenten der Royal Society in London, John Hadley, an, weil er der erste

war, welcher einen Spiegeloctanten anfertigen liess und eine Theorie und Beschreibung desselben veröffentlichte. Während aber dieses im Jahr 1731 geschah, fand man einige Jahre später unter den nachgelassenen Papieren des inzwischen gestorbenen Hadley eine Handschrift von Newton aus früherer Zeit, welche die Zeichnung und Beschreibung eines von dem Hadley'schen Octanten nur wenig verschiedenen Instruments, mit Angabe seiner wesentlichsten Eigenschaften und seine Anwendung zur Messung von Höhenwinkeln auf dem Meere enthielt. Es ist also Newton als der eigentliche Erfinder des Spiegeloctanten und des darnach gebildeten Sextanten zu betrachten, Hadley aber als derjenige, welcher ihn zuerst ausgeführt hat. Damit ist übrigens noch sehr wohl die Annahme, welche Einige machen, vereinbar: dass dem geschickten Optiker Hadley zu der Zeit, als er seinen Octanten vorlegte, die Handschrift Newtons noch nicht bekannt war.

Wesentlich verbessert wurden die Sextanten durch den bekannten englischen Künstler Ramsden, welcher nicht bloss der Bewegung der Alhidade und des drehbaren Spiegels einen gleichmässigen und sicheren Gang verlieh, sondern, was die Hauptsache ist, den Limbus und Nonius durch seine neue Theilmaschine viel feiner und genauer theilte, als es früher möglich war. Der Spiegelsextant, anfangs ausschliesslich zu Messungen auf der See verwendet, wurde erst durch die Bemühungen des Mechanikers Brander in Augsburg und der Astronomen Zach und Brühl zu Messungen von Winkeln auf dem Lande tauglich gemacht. Es handelte sich dabei hauptsächlich darum, den Horizont, dessen man bei Messung von Höhenwinkeln bedarf und der dem Seefahrer durch den Meeresspiegel geboten ist, in geeigneter Weise zu ersetzen. Dieses geschah durch Einführung von besonderen Horizonten, wovon im §. 146 die Rede ist. Ausführliche theoretische Untersuchungen des Spiegelsextanten sind von Bohnenberger („Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung"), von Encke („Berliner astron. Jahrbücher") und von Grunert („Beiträge zur Mathemathik") vorhanden.

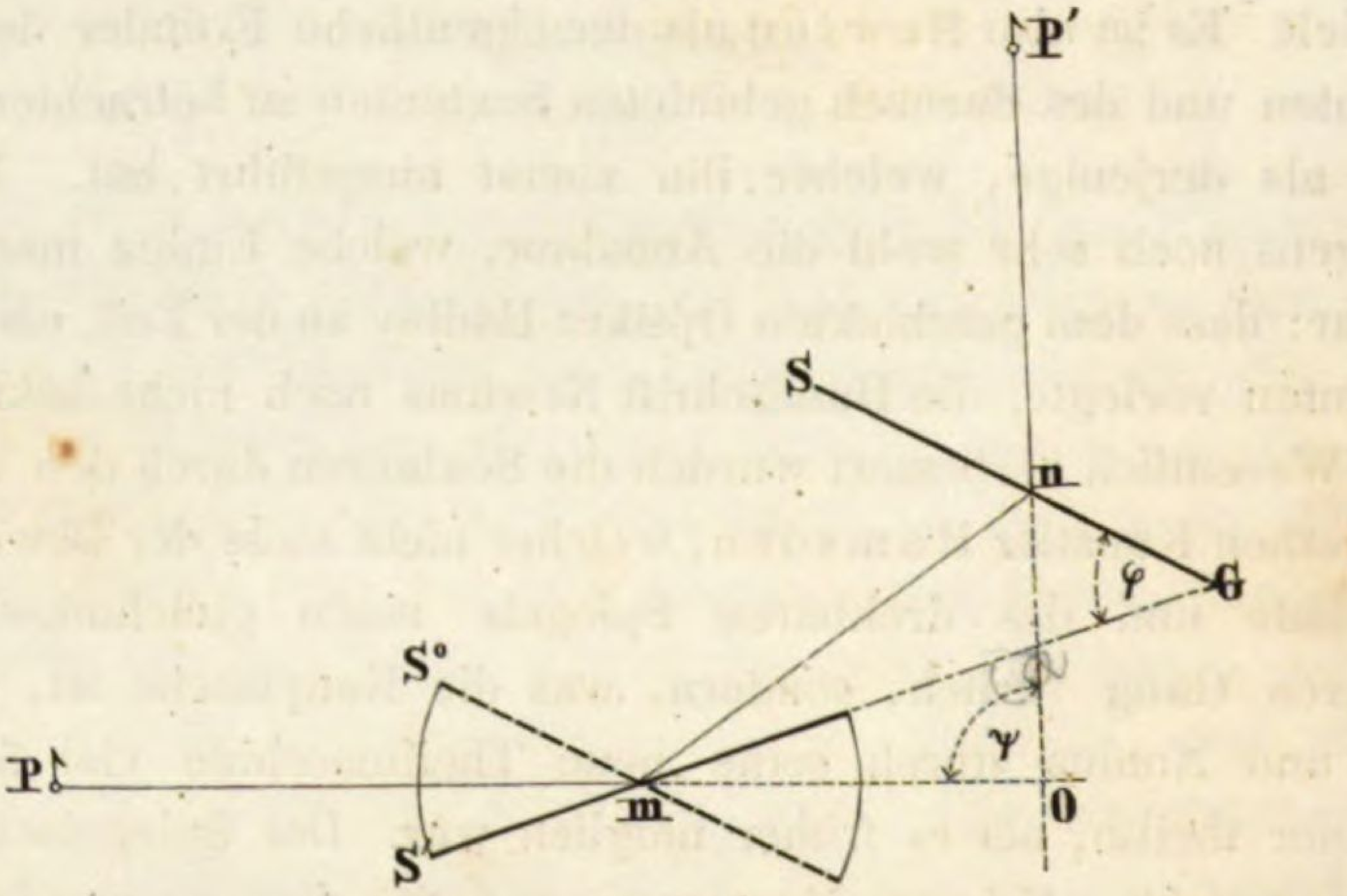
§. 144.

Theorie.

Einer der Sätze, worauf sich die Einrichtung des Spiegelsextanten gründet, ist bereits in §. 100 aufgeführt und bewiesen worden. Wir wissen demnach schon:

1) dass, wenn zwei ebene Spiegel (SG, S′G) auf einer Ebene senkrecht stehen und mit einander einen Winkel (φ) bilden, dieser Winkel halb so gross ist als derjenige (ψ), welchen die auf einen Spiegel (S′G) zu jener Ebene parallel einfallenden Lichtstrahlen (Pm) mit den von dem zweiten Spiegel (SG) zurückgeworfenen Strahlen (P′n) einschliessen.

Fig. 144.



Man braucht also nur den Winkel φ zu kennen, um den Winkel ψ zu erfahren, den die Gegenstände P und P′ mit dem Scheitel O bilden. Ist demnach der Winkel POP′ auf dem Felde gegeben und lässt man auf den Spiegel S′G von dem Signale in P Licht fallen, so geht dieses von m nach n und von da in der Richtung nO zurück. In dieser Richtung liegt das Bild von P und man sieht es in O. Durch Drehung des Spiegels S′ kann man es dahin bringen, dass $\varphi = \frac{1}{2}\psi$ wird, und wenn dieses der Fall ist, so liegt das Bild von P in dem Winkelschenkel OP′, d. h. das Bild von P deckt das in P′ stehende Signal.

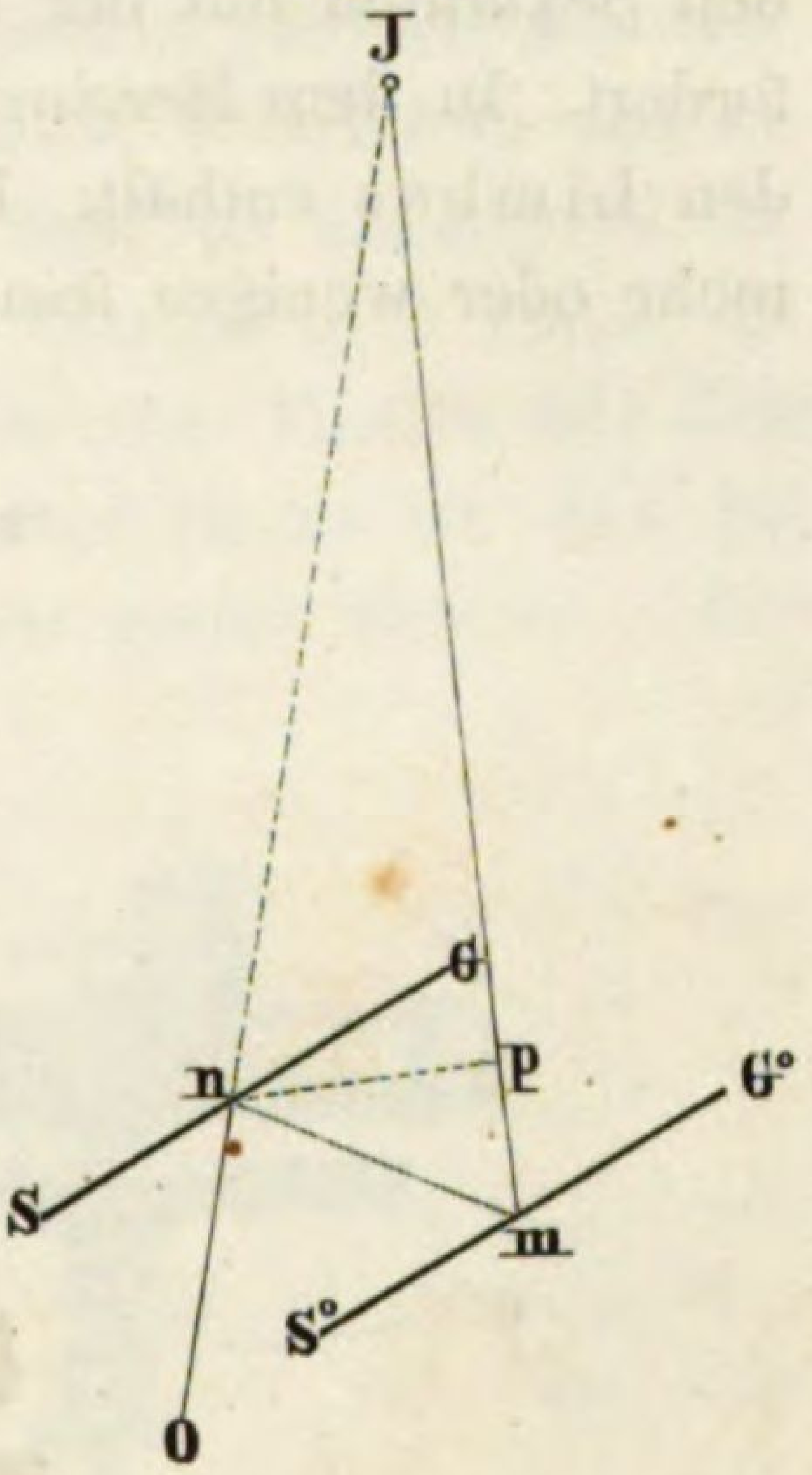
Denkt man sich, dass der Spiegel S′ vor seiner Drehung mit dem Spiegel S genau parallel gewesen sey, so ist klar, dass der Winkel $S^0 m S'$, um welchen er gedreht werden musste, um in die Lage S′ zu kommen, bei welcher das Decken der Bilder stattfindet, dem Winkel φ der beiden Spiegel S und S′ gleich ist. Hieraus folgt

2) dass der Winkel (ψ) des einfallenden und zweimal zurückgeworfenen Strahls doppelt so gross ist als der

D r e h w i n k e l (φ) d e s e r s t e n S p i e g e l s (S'), w e l c h e r a m A n-f a n g d e r D r e h u n g d e m z w e i t e n S p i e g e l (S) p a r a l l e l w a r.

Dieser Satz zeigt, wohin man den Nullpunkt der Theilung des Kreisbogens (B, Fig. 146) zu legen hat, nämlich in die Richtung m S^0, jetzt welche mit n S parallel ist. Es fragt sich nur, wie man mit Sicherheit die parallele Lage der beiden Spiegel erkennt. Denkt man sich aber die beiden Spiegel S und S^0 genau parallel gestellt und auf einen von ihnen (S^0) von einem ausserordentlich weit entfernten Gegenstande, etwa einem Stern, Licht fallend, so wird dieses in der Richtung I m kommende Licht nach m n auf den Spiegel S und von dort in der Richtung n O zurückgeworfen. Das in O befindliche Auge erblickt also im Spiegel das Bild von I in der Richtung O n, welche mit der des einfallenden Lichts (I m) parallel ist, wie man sich leicht überzeugen kann. Nimmt man nun, wie es bei dem Spiegelsextanten der Fall ist, an, dass die Richtung O n nur wenig von der Richtung I m absteht, so ist klar, dass wegen der angenommenen ausserordentlichen Entfernung des Punktes I beide Richtungen sich dort schneiden, d. h. dass der unendlich weit entfernte Gegenstand und sein Spiegelbild (I) sich decken, sobald die beiden Spiegel parallel sind. Kehrt man diesen Satz um, so lautet er so:

Fig. 145.



3) W e n n e i n a u s s e r o r d e n t l i c h w e i t e n t f e r n t e r h e l l-l e u c h t e n d e r G e g e n s t a n d (I) v o n z w e i a u f e i n e r E b e n e s e n k r e c h t s t e h e n d e n e b e n e n S p i e g e l n (S, S^0) s o a b g e b i l d e t w i r d, d a s s d a s B i l d i h n s e l b s t d e c k t, s o s i n d d i e b e i d e n S p i e g e l z u e i n a n d e r p a r a l l e l.

Nach dieser theoretischen Vorbereitung wird man die folgende Beschreibung des Baues der Spiegelsextanten leicht verstehen.

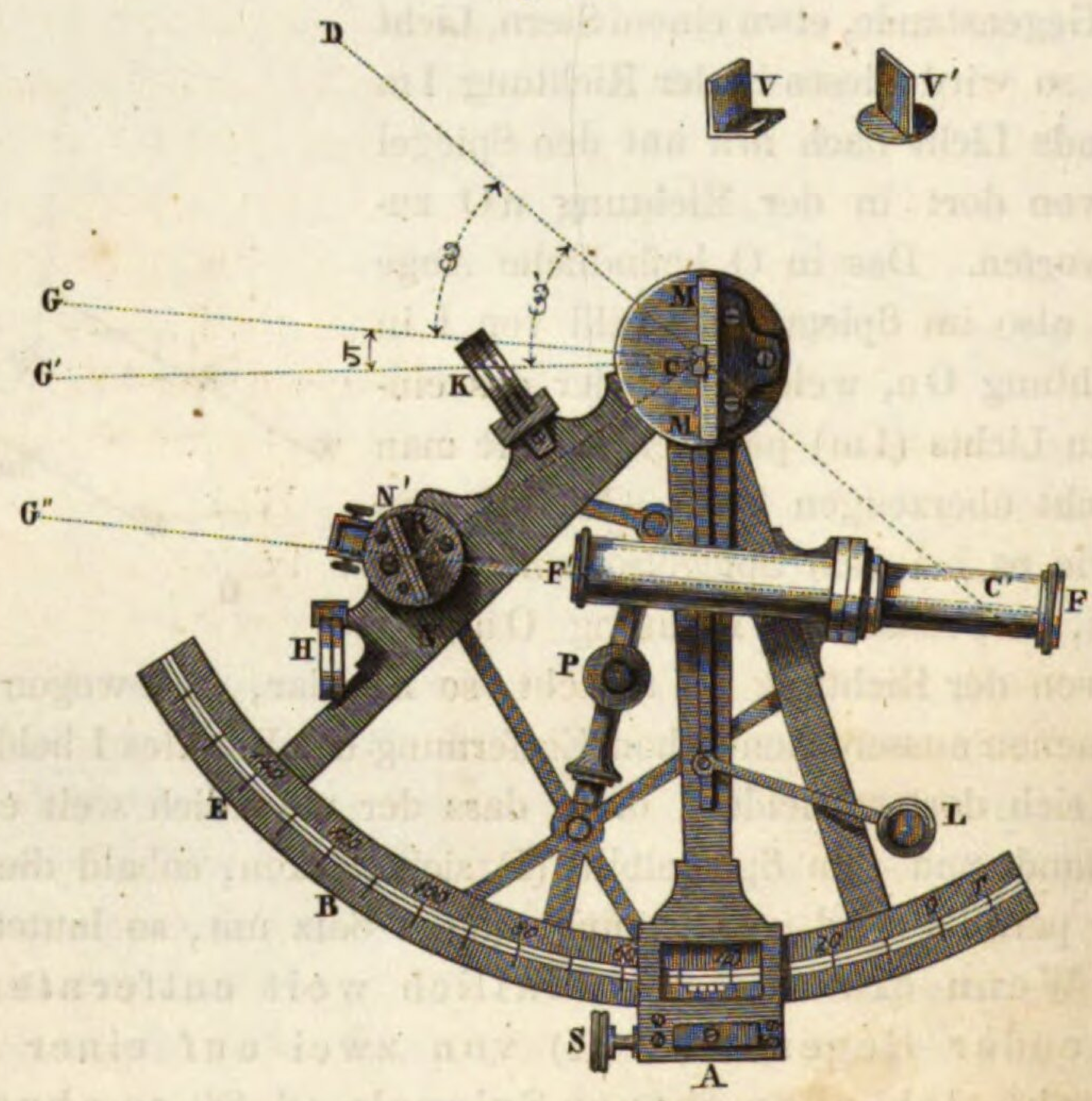
§. 145.

Einrichtung.

Die Fig. 146 stellt den Grundriss und Fig. 147 den Aufriss eines Spiegelsextanten dar.

Der Körper desselben besteht aus einem Kreisbogen (B) von Messing, welcher etwas mehr als den sechsten Theil eines ganzen Kreises ausmacht und durch zwei Speichen und einige Querbänder mit dem Mittelstück (c) verbunden ist. In der Nähe des Schwerpunkts des Instruments kann ein Griff (P) eingeschraubt werden, um den Sextanten mit der Hand so zu halten, wie es die Beobachtung fordert. In dem Messingbogen ist ein Silberstreifen eingelegt, welcher den Limbus enthält. Dieser ist nach der Grösse seines Halbmessers mehr oder weniger fein getheilt. Bei 4 Zoll Halbmesser kann man

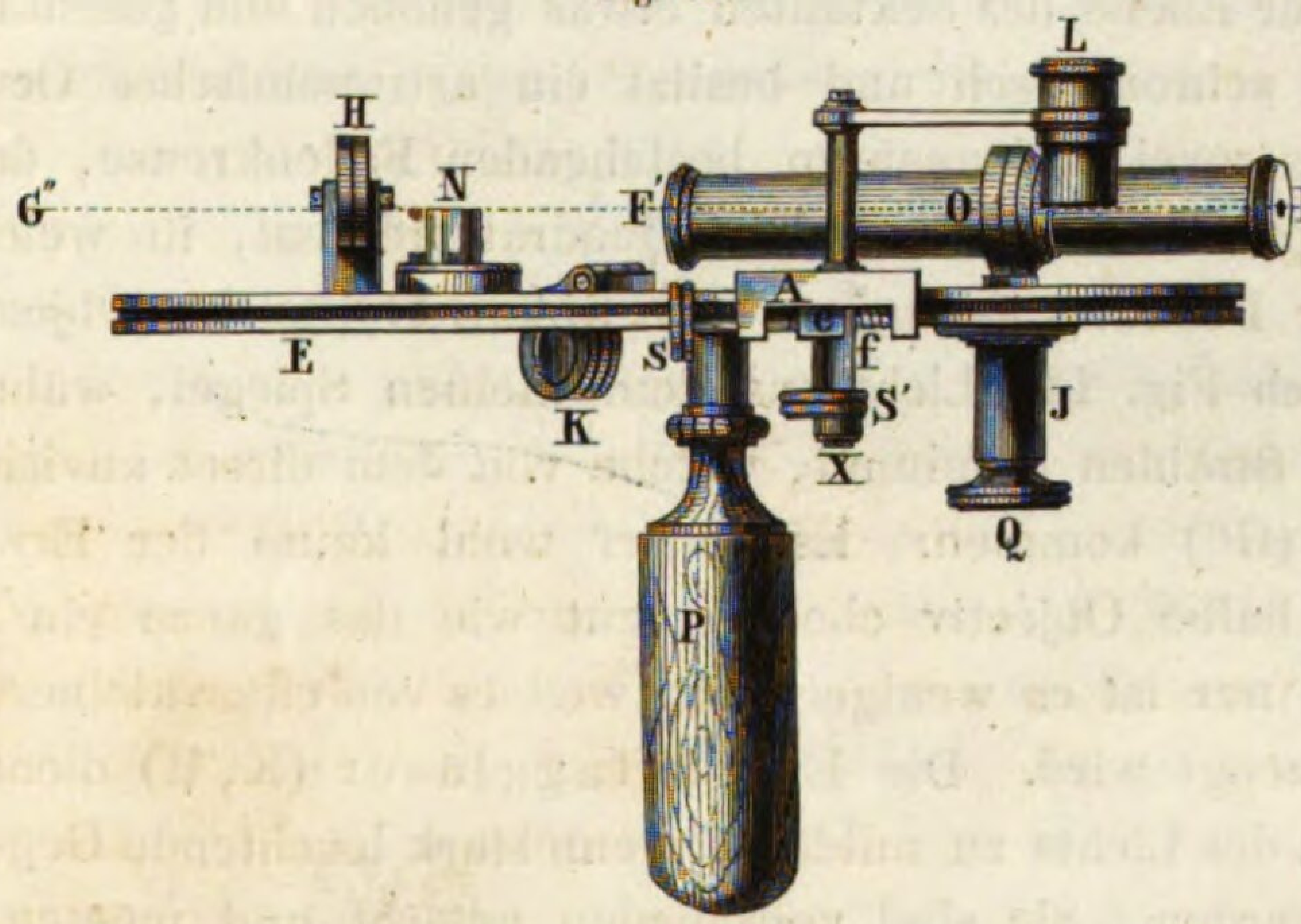
Fig. 146.



den Grad in 6 Theile theilen. Jeder solche Theil stellt folglich nach §. 144 Nr. 2 10 Minuten des Drehwinkels und 20 Minuten des gemessenen Winkels vor. Um nicht erst den Drehwinkel mit 2 multipliciren zu müssen, zählt man auf dem Limbus sofort halbe Grade für ganze, so dass also da, wo 0^0, 5^0, 10^0, 15^0, 20^0 etc. zu stehen hätte, beziehlich 0^0, 10^0, 20^0, 30^0, 40^0 etc. aufgeschrieben ist. In einer zur Ebene des Limbus senkrecht stehenden und durch dessen Mittelpunkt (C) gehenden Axe dreht sich die Alhidade (CA), welche über den Körper des Sextanten hingleitet, wenn man sie bei

A anfasst und schiebt. Diese Bewegung setzt aber voraus, dass man die Bremsschraube S′ der Klemme A vorher gelüftet habe. Ist diese Schraube angezogen, so kann die Alhidade nur noch fein gedreht werden, was mit der Mikrometerschraube ′S geschieht. Die Einrichtung dieser Schraube und des Halterwerks ist jener am Theodolithen ähnlich. In einem viereckigen Ausschnitte (40) der Alhidade befindet sich der in Silber ausgeführte Nonius, welcher in unserer Zeichnung durch die helle Stelle bei der Zahl 40 angedeutet ist. Wenn der Grad des Drehwinkels auf dem Limbus in 6 Theile getheilt ist, so kann man die Länge von 59 solchen Theilen auf dem Nonius in 60 zerlegen und so den Drehwinkel bis zu 10, den gemessenen Winkel aber bis auf 20 Sekunden genau ablesen. Der

Fig. 147.



Nonius sowohl wie der Limbus haben eine Uebertheilung, deren Bedeutung für den Nonius schon früher (§. 72) auseinander gesetzt wurde, und deren Zweck für den Limbus bei der Bestimmung des Collimationsfehlers von selbst sich ergiebt. Zur Erleichterung des Ablesens dient eine Lupe (L), welche von einem Stiele getragen wird, der sich um eine auf der Alhidade stehenden Axe so drehen kann, wie es der zum Lesen erforderliche Stand der Lupe über dem Nonius bedingt. Die Alhidade trägt auf der Platte C, womit sie auf dem Körper des Sextanten liegt, einen vollkommen ebenen und parallelen Glasspiegel (MM′), welchen wir den grossen Spiegel nennen wollen. Seine Fassung ist mittelst dreier Schräubchen auf der Alhidade angeschraubt und so eingerichtet, dass er senkrecht

auf die Limbusebene gestellt werden kann. Die einfachste Vorrichtung für diesen Zweck ist eine dünne Walze (w), welche parallel mit der Spiegelfläche zwischen der Fassung (M) und der Alhidadenplatte (C), welche beide etwas ausgehöhlt sind, liegt und um die der Spiegel durch zwei Schräubchen (a, b) etwas gedreht werden kann. Der kleine Spiegel (NN') ist mit seiner Fassung (R) auf eine der Speichen des Sextantenkörpers festgeschraubt. Mit Hülfe zweier Stellschräubchen und einer dünnen Walze kann er, wie der grosse drehbare Spiegel, zur Limbusebene senkrecht gestellt werden; und durch zwei andere Schräubchen, welche bei N' angezeigt sind, behufs der Berichtigung ein wenig seitwärts lässt er sich drehen. Ausserdem steht er immer fest. Das Fernrohr (FF'), welches an der zweiten Speiche so befestigt ist, dass es mit der Schraube Q parallel zur Ebene des Sextanten etwas gehoben und gesenkt werden kann, ist achromatisch und besitzt ein astronomisches Ocular mit einem aus zwei Fädenpaaren bestehenden Fadenkreuze, das somit um die optische Axe ein kleines Quadrat freilässt, in welchem die Bilder zur Deckung gelangen. Die untere Hälfte des Objectivs empfängt nach Fig. 147 Licht aus dem kleinen Spiegel, während die obere die Strahlen aufnimmt, welche von dem direct anvisirten Gegenstand (G'') kommen. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass das halbe Objectiv eben so gut wie das ganze ein richtiges Bild gibt; nur ist es weniger hell, weil es von einer kleineren Lichtmenge erzeugt wird. Die Einschlaggläser (K, H) dienen dazu, den Glanz des Lichts zu mildern, wenn stark leuchtende Gegenstände anvisirt werden. Sie sind verschieden gefärbt und müssen parallel seyn, damit sie die Richtung der von dem grossen zum kleinen Spiegel oder von dem Gegenstande G'' direct in das Fernrohr gehenden Strahlen nicht verändern. In unseren Figuren sind alle Gläser zurückgeschlagen. Es versteht sich von selbst, dass man von den drei Gläsern bei K oder von den zweien bei H nur eines oder zwei oder alle benützen kann. Ueberdiess lässt sich auch vor das Ocular des Fernrohrs bei F ein Sonnenglas anschrauben, wenn es nöthig ist.

Der Spiegelsextant bedarf keines Gestelles; gleichwohl kann er mit einem verbunden werden. Man wendet bei Messungen auf dem festen Lande ein Gestelle mit Vortheil dann an, wenn der Sextant sehr gross und folglich so schwer ist, dass bei längerem Beobachten der Arm, welcher ihn trägt, ermüdet. Dieses Gestelle muss eine

horizontale und zwei vertikale Drehungen des Instruments gestatten, damit das Fernrohr sowohl nach jeder Richtung des Horizonts als auch, wenn der Körper des Sextanten von der wagrechten Lage in die lothrechte gebracht ist, in die zur Messung der Vertikalwinkel erforderlichen Richtungen gebracht werden kann. Es sind also drei Axen nöthig, wovon die eine lothrecht, die andere wagrecht und die dritte senkrecht auf der Sextantenebene steht, während jede Axe mit jeder anderen einen Winkel von 90^0 bildet. Eine dieser Axen wird auf dem Rücken des Sextantenkörpers parallel mit der Fernrohraxe und seine zweite auf der Kopfplatte des Gestelles festgeschraubt. Die erste Axe gestattet die Sextantenebene in die Ebene des zu messenden Winkels zu bringen, und die zweite lothrecht stehende dient zur Horizontaldrehung des Instruments. Die dritte Axe ist mit den beiden ersten senkrecht verbunden und dient hauptsächlich zur Bewegung des Sextanten in der Vertikalstellung, welche ihm die erste Axe verleiht.

§. 146.

Gebrauch.

Soll mit einem vollständig berichtigten Spiegelsextanten, wie wir ihn jetzt voraussetzen, ein Winkel (GCD) gemessen werden, der durch drei Punkte bezeichnet ist, die in einer beliebigen Ebene liegen, so halte man das Instrument so, dass der Mittelpunkt des Kreises in den Scheitel und die Visirlinie des Fernrohrs in den linken Schenkel des zu messenden Winkels zu liegen kommt. Alsdann öffne man die Bremsschraube S′ an der vorher bis auf Null zurückgestellten Alhidade und führe diese mit der linken Hand langsam so weit vorwärts, bis man im Fernrohr neben dem Bild des direct angeschauten Gegenstands G, der in der Richtung FG″ liegt, auch das Bild des doppelt gespiegelten rechtseitigen Gegenstandes D erblickt. Nun ziehe man die Schraube S′ an und bringe die beiden Bilder durch die Mikrometerschraube S zur vollständigen Deckung. Die hierauf erfolgende Ablesung gibt den gesuchten schiefen Winkel bis auf eine kleine Grösse π richtig, welche man die Schiefenparallaxe des Sextanten nennt und wie folgt finden kann.

Der zu messende Winkel ist $GCD = G'CD = \omega'$ und der einfallende Lichtstrahl DC macht, nachdem er das erste Mal in der Richtung CD und das zweite Mal nach RF′ zurückgeworfen wurde, mit diesem Strahle den Winkel DC′R, welcher, wenn G^0C der FG

parallel gezogen wird, gleich $G^0CD = \omega$ ist. Der Sextant misst nur den Winkel $DC'G$ des einfallenden und zweimal zurückgeworfenen Lichts; daher muss die Ablesung, welche den Winkel ω gibt, noch um den Winkel π vermehrt werden, damit der richtige Winkel ω' erhalten wird. Nun ist aber, wenn man von C auf FG eine Senkrechte = a fällt, in dem rechtwinklichen Dreiecke, dessen Hypotenuse CG = l ist, der Winkel bei G = π und daher $l \sin \pi = a$. Da a gegen l jederzeit sehr klein ist, so kann man

$$\pi = \frac{\sin \pi}{\sin 1''} = 206265 \,.\, \frac{a}{l} \text{ Sekunden} \quad . \quad . \quad . \quad (106)$$

setzen. Man sieht hieraus, dass die Schiefenparallaxe bei einem und demselben Instrumente nur von der Länge des linken Winkelschenkels abhängt und null wird, wenn dieser Schenkel ausserordentlich lang ist.

Der Winkel GCD, welcher so eben bestimmt wurde, kann in einer beliebigen, also auch in einer lothrechten Ebene liegen. Das Verfahren ihn zu messen und zu verbessern, bleibt ganz genau dasselbe wie bisher, wenn man nur den unteren Schenkel als den linken betrachtet und daher das Fernrohr auf diesen richtet. Anders gestaltet sich aber das Verfahren zur Messung von Höhenwinkeln. Hier sind in der Regel nur zwei Punkte, welche einen einzigen Schenkel bestimmen, gegeben, während der dritte Punkt oder der zweite Schenkel erst so zu bestimmen ist, dass er mit dem gegebenen Schenkel in einer lothrechten Ebene liegt und den einfachen oder doppelten Höhenwinkel darstellt.

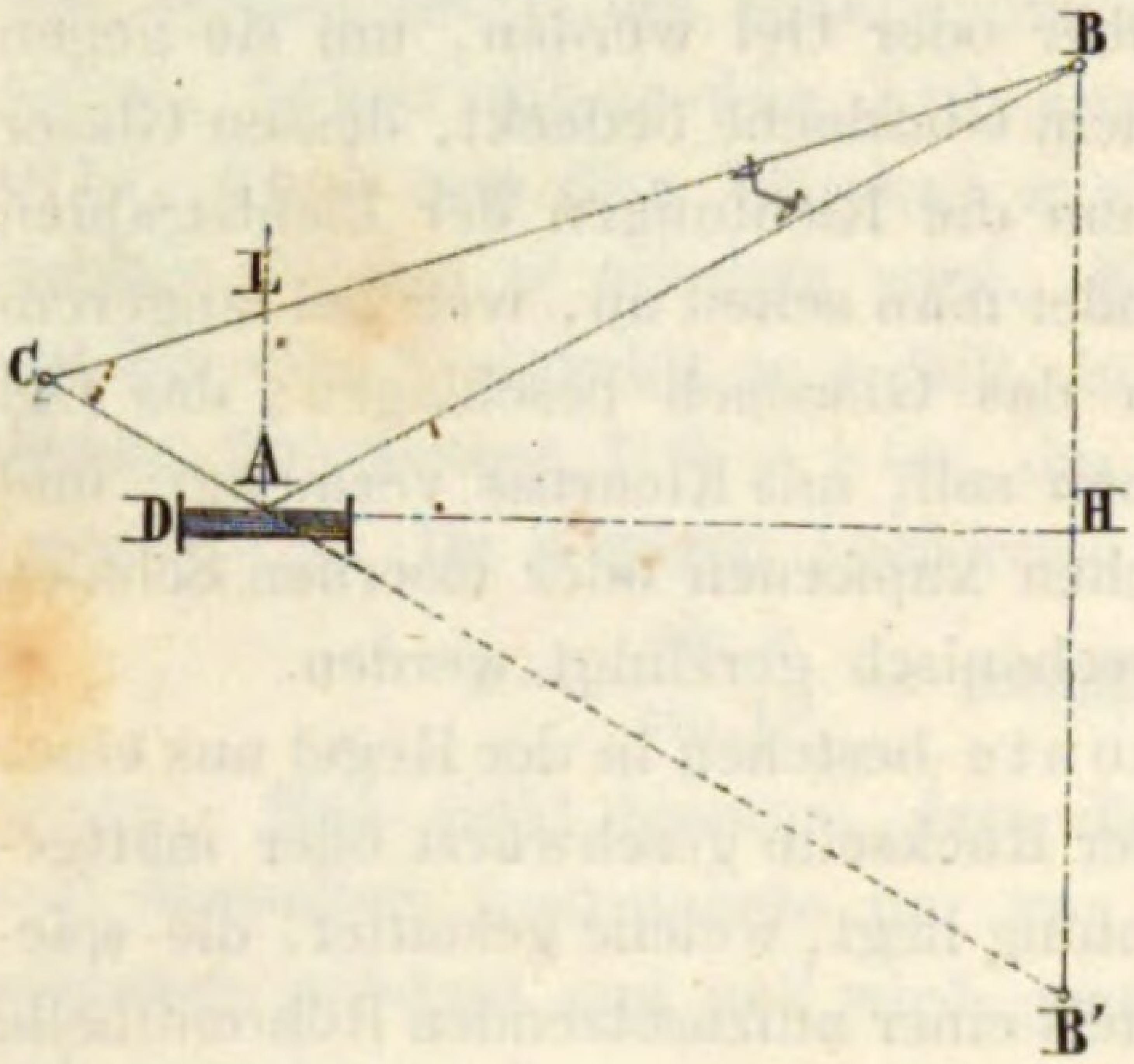
Dazu dienen die natürlichen oder künstlichen Horizonte. Natürliche Horizonte bieten die Oberflächen von ruhig stehendem Wasser, Quecksilber oder Oel und auf dem Meere der grösste Gesichtskreis oder die Berührungsebene dar, welche vom Auge des Beobachters an den Wasserspiegel gelegt werden kann. Die ersteren natürlichen Horizonte werden indessen in anderer Weise benützt als der letztere. Während nämlich durch die Berührungsebene an den Meeresspiegel der wagrechte Schenkel des zu messenden Höhenwinkels unmittelbar gegeben ist, müssen die ruhig stehenden Oberflächen der genannten Flüssigkeiten (nach Fig. 148) den entfernten Endpunkt (B) des gegebenen Winkelschenkels (AB) wie in einem Spiegel abbilden und so einen zweiten Schenkel (AB') erzeugen, welcher mit dem gegebenen einen Winkel (BAB') einschliesst, der doppelt so

gross ist als der gesuchte Höhenwinkel (BAH). Die natürlichen Horizonte aus Wasser, Quecksilber oder Oel werden, um sie gegen den Luftzug zu schützen, mit einem Glasdache bedeckt, dessen Gläser genau eben und parallel sind, um die Richtungen der Lichtstrahlen nicht zu verändern. Wasser wendet man selten an, weil bei längerem Gebrauch die Dünste desselben das Glasdach beschlagen; das Oel wird, wenn es als Horizont dienen soll, mit Kienruss vermengt; und das Quecksilber, welches in flachen kupfernen oder eisernen Schalen steht, muss von Zeit zu Zeit mechanisch gereinigt werden.

Die künstlichen Horizonte bestehen in der Regel aus einer ebenen Glasplatte, welche auf der Rückseite geschwärzt oder mattgeschliffen ist und auf einer Vorrichtung liegt, welche gestattet, die spiegelnde Oberfläche des Glases mittels einer aufzusetzenden Röhrenlibelle wagrecht zu stellen. Da in Folge der matten oder schwarzen Rückseite des Glases die Spiegelung nur von der Vorderseite desselben ausgeht, so braucht nur diese sehr genau eben zu seyn; es ist aber nicht nöthig, dass sie mit der Rückenfläche parallel läuft. Statt des gewöhnlichen weissen Spiegelglases kann man auch roth, blau oder grün gefärbtes und hinten mattgeschliffenes Glas zu künstlichen Horizonten verwenden. Die Unterlage derselben wird ähnlich wie das Legebrett durch drei Stellschrauben bewegt, und die Horizontalstellung geschieht wie bei dem Messtische. Da der Rand der Glasplatten in der Regel uneben ist, so benützt man ihn auch nicht zur Messung und bedeckt ihn desshalb entweder auf die Breite eines halben Zolles mit einem Ring von Pappdeckel oder schleift ihn in derselben Breite matt.

Um den Gebrauch des Sextanten zur Messung von Höhenwinkeln zu zeigen, wählen wir die Fig. 148 und die Linie AB, welche nicht gar zu lang seyn soll, damit die Strahlenbrechung der Luft keinen merkbaren Einfluss auf das Messungsresultat äussert. Später, bei der Messung der Vertikalwinkel, wird gezeigt werden, wie man auf dem festen Lande und auf dem Meere zu verfahren hat, wenn B sehr weit entfernt ist. Es sey A der künstliche oder natürliche Horizont und B' das Bild von B, welches er hervorbringt. Ist AH wagrecht, so ist BB' lothrecht, $BH = B'H$ und $BAH = \varphi$ der gesuchte Höhenwinkel. Da man das Instrument nicht in A aufstellen kann, so muss man es vor A in C so halten, dass das Fernrohr auf das Bild B' gerichtet, der Körper des Sextanten lothrecht und der grosse Spiegel

Fig. 148.



gegen B gewendet ist. Führt man die Alhidade von Null an langsam vorwärts und dreht man dabei mit der Hand den Sextanten um eine zum Fernrohr parallele Axe, so bringt man das doppelt gespiegelte Bild von B in das Gesichtsfeld des Fernrohrs. Sobald dieses der Fall ist, zieht man die Bremsschraube S' an und bewirkt eine vollständige Deckung dieses letzteren Bildes mit dem Bilde B', das der Horizont erzeugt hat. Die Ablesung, welche hierauf vorgenommen wird, liefert den Winkel $BCB' = \psi$. Um den gesuchten Höhenwinkel φ zu erhalten, bemerke man, dass in dem Dreiecke ABC der Aussenwinkel BAB' oder

$$2\varphi = \psi + \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

und, wenn $AB = c$, $AC = b$ gesetzt wird:

$$\sin\beta = \frac{b}{c}\sin\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

ist. Die Berechnung des Winkels β, welcher die Höhenparallaxe des Sextanten heisst, erfordert ausser dem Abstande b, den man leicht messen kann, die Länge c der Linie AB. Diese ist aber eine Function von φ, indem $c \cos\varphi = AH = a$ ist. Die Grösse a findet man, wenn B ein irdischer Gegenstand ist, auch durch Messung. Man kann nun, da φ noch unbekannt ist, zur Berechnung von β vorläufig $\varphi = \frac{1}{2}\psi$ und daher

$$\sin\beta = \frac{b}{a}\cos\frac{\psi}{2}\sin\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

setzen. Mit dem Werth von β, der sich hieraus ergibt, lässt sich der von φ nach Gleichung (107) verbessern und, wenn man es nöthig findet, mit diesem neuen Werth von φ der von β wiederholt nach Gleichung (109) berechnen.

In den meisten Fällen wird β nur ein sehr kleiner Winkel seyn, weil man den Sextanten möglichst nahe an den Horizont hält, während die Linie AB im Vergleich zu AC sehr lang ist. Ist

aber β sehr klein, so geht die Gleichung (108) mit Rücksicht auf Gleichung (109) über in:

$$\beta = \frac{b \sin \psi}{c \sin 1''} = \frac{2 b \sin \frac{1}{2} \psi \cos^2 \frac{1}{2} \psi}{a \sin 1''} \text{ Sekunden}; \quad (110)$$

und aus Gleichung (107) folgt der gesuchte Höhenwinkel

$$\varphi = \frac{1}{2} \psi + \frac{b \sin \frac{1}{2} \psi \cos^2 \frac{1}{2} \psi}{a \sin 1''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

Wäre die Linie AB sehr lang, so müsste der Winkel $\frac{1}{2} \psi$ noch eine zweite Verbesserung wegen der Strahlenbrechung des Lichts durch die Luft erhalten; eine Verbesserung, die um so grösser wird, je kleiner φ ist und welche sogar einen halben Grad und mehr betragen kann.

Bei dem Gebrauch des Sextanten ist namentlich dann, wenn es sich um genaue Messungen handelt, darauf zu sehen, dass er, wie jedes feine Messinstrument, nicht zu lange ohne Unterbrechung der directen Einwirkung der Sonnenstrahlen ausgesetzt ist, weil dadurch nicht bloss die Theilungen des Limbus und Nonius, sondern auch in Folge der Ausdehnung der Fassungen die Spiegelebenen verändert werden können. Ferner soll man schon vor der Deckung der Bilder die Lupe so über den Nonius stellen, dass man sie beim Ablesen nicht mehr zu verrücken braucht, weil sonst leicht die Alhidade selbst eine geringe Verschiebung erleiden kann. Auch ist es gut, die Ablesung in der Lage des Sextanten zu machen, welche er bei der Beobachtung hatte; denn wenn man ihn behufs des Ablesens z. B. in die lothrechte Stellung bringt, so kann es leicht kommen, dass trotz der scharf angezogenen Bremsschraube bloss durch die Einwirkung des Gewichts der Alhidade der Nonius um 10 oder 20 Sekunden verrückt und folglich auch der Winkel um so viel falsch wird. Endlich muss man dafür sorgen, dass die beiden sich deckenden oder berührenden Bilder nahezu gleich hell werden, was durch Hebung oder Senkung des Fernrohrs geschehen kann, weil die Helligkeit der Bilder mit dem Theil der Objectivfläche sich ändert, der die Lichtstrahlen entweder aus dem kleinen Spiegel oder von dem direct gesehenen Gegenstand empfängt.

§. 147.

Prüfung und Berichtigung des Sextanten.

Vor dem Gebrauch des Spiegelsextanten hat man zu untersuchen:
1) ob der Limbus und Nonius richtig getheilt sind;

2) ob jedes der Spiegelgläser eben und parallel ist;

3) ob beide Spiegel auf der Sextantenebene senkrecht stehen;

4) ob die Fernrohraxe mit dieser Ebene parallel läuft;

5) ob ein Collimationsfehler stattfindet und wie gross er ist;

6) ob die Einschlaggläser eben und parallel sind.

Von diesen sechs Untersuchungen sind die beiden ersten und die letzte nur ein für allemal, die übrigen aber von Zeit zu Zeit vorzunehmen; denn wenn die unter Nr. 1, 2, 6 angeführten Eigenschaften einmal vorhanden sind, so bleiben sie auch, während die in Nr. 3, 4, 5 erwähnten Stellungen und Lagen veränderlich sind.

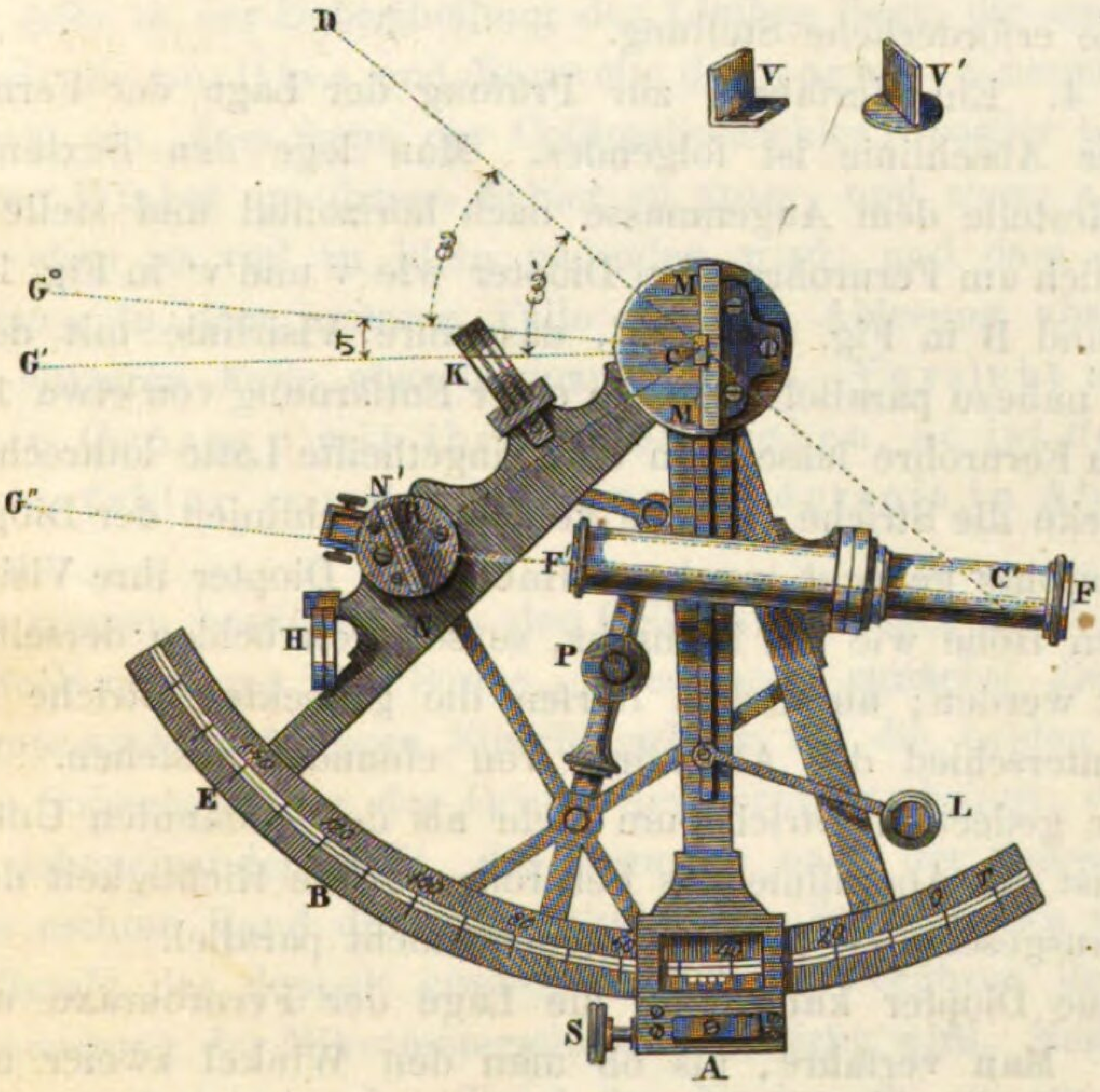
Zu 1. Die Theilungen des Limbus und des Nonius werden in derselben Weise wie die des einfachen Theodolithen untersucht; es darf also hier auf den Schluss des §. 135 verwiesen werden.

Zu 2. Die Mittel zur Untersuchung der Ebenheit und Parallelität der Spiegelgläser sind in §. 28 (S. 40) angezeigt; man wird sie in dem gegebenen Fall leicht anzuwenden wissen.

Zu 3. Der senkrechte Stand des grossen Spiegels kann auf verschiedene Weise untersucht werden. Erstens dadurch, dass man den Griff (P) und das Fernrohr nebst seinem Träger (O) abschraubt, den Sextanten nach dem Augenmasse wagrecht legt, bei E ein Diopter v aufsetzt und die Alhidade mit dem grossen Spiegel so weit zurück dreht, bis man bei v das Bild v^0 des Diopters im Spiegel erblickt, was dann der Fall ist, wenn der Spiegel senkrecht gegen den Halbmesser EC steht. Man sieht, dass hiebei die Alhidade über den Kreisbogen hinaus gedreht werden muss. Nun stelle man ein zweites mit dem ersten genau abgeglichenes Diopter v' vor der Platte C auf die Speiche N des Sextanten und in die Richtung $v v^0$. Das Bild von v', welches der Spiegel macht, heisse v''. Liegt die Oberkante dieses Bilds mit der des ersten v^0 in der Absehlinie $v v'$, welche zur Sextantenebene parallel ist, so steht der grosse Spiegel offenbar senkrecht auf dieser Ebene; fällt aber die Linie $v^0 v''$ mit $v v'$ nicht zusammen, so steht dieser Spiegel gegen die Sextantenebene nicht senkrecht. Diese Untersuchung kann man an einigen anderen Stellen wiederholen. Will man aber nicht so umständlich verfahren, lo lässt sich der Stand des grossen Spiegels zweitens dadurch prüfen, dass man den Sextanten, ohne etwas von ihm abzunehmen, am Griffe so hält, dass das Auge bei D in den grossen Spiegel sieht, während die Alhidade ungefähr dieselbe Stellung wie in Fig. 146 hat. Zeigt sich hiebei,

dass das Spiegelbild der Sextantenebene mit dieser keinen Winkel bildet, also in einer Ebene liegt, so ist das ein Beweis für den senkrechten Stand des grossen Spiegels. Ein hohler Winkel beider Ebenen würde, wie leicht einzusehen, einen spitzen Neigungswinkel dieses Spiegels gegen die Sextantenebene andeuten; ein erhabener Winkel jener Ebenen aber einen stumpfen Neigungswinkel des Spiegels. Die Berichtigung geschieht mittels der in §. 145 beschriebenen Stellschräubchen. Wenn dergleichen Schräubchen nicht angebracht sind, so hat dafür die Fassung des Spiegels von vorne herein einen sehr

Fig. 146.



festen und richtigen Stand von Seite des Mechanikers erhalten. Man findet in der That sehr oft keine Stellschrauben am grossen Spiegel, und sie sind auch in so ferne entbehrlich, als ein Fehler in der Stellung dieses Spiegels von einigen Minuten nur einen unmerklichen Einfluss auf die Winkelmessung hat.

Nachdem der grosse Spiegel ganz oder fast ganz senkrecht zur Limbusebene steht, kann die Stellung des kleinen leicht untersucht werden. Diese Untersuchung stützt sich auf den Satz, dass die beiden

Spiegel parallel sind, wenn das Bild eines ausserordentlich weit entfernten Gegenstandes diesen selbst deckt (§. 144 Nr. 3). Man richtet daher das Fernrohr auf einen sehr fernen Gegenstand, am besten auf einen Stern, und dreht mit der Alhidade den grossen Spiegel so lange, bis man entweder die eben erwähnte Deckung zu Stande gebracht oder sich überzeugt hat, dass sie nicht möglich ist. In letzterem Falle bedarf der kleine Spiegel einer Berichtigung durch die auf seiner Fassung angebrachten Stellschräubchen. Hat man es hierdurch so weit gebracht, dass die Deckung des Bilds und seines Gegenstands eintritt, so ist der kleine Spiegel dem grossen parallel, und da dieser zur Instrumentenebene senkrecht steht, so hat auch jener die erforderliche Stellung.

Zu 4. Ein Verfahren zur Prüfung der Lage der Fernrohraxe oder der Absehlinie ist folgendes. Man lege den Sextanten auf einem Gestelle dem Augenmasse nach horizontal und stelle so nah als möglich am Fernrohre zwei Diopter wie v und v' in Fig. 146 oder wie A und B in Fig. 4 so auf, dass ihre Visirlinie mit der Fernrohraxe nahezu parallel läuft. In einer Entfernung von etwa 100 Fuss vor dem Fernrohre lasse man eine eingetheilte Latte lothrecht halten und merke die Striche, welche von den Absehlinien der Diopter und des Fernrohrs gedeckt werden. Haben die Diopter ihre Visirlinie in derselben Höhe wie das Fernrohr, so soll von beiden derselbe Strich gedeckt werden; ausserdem dürfen die gedeckten Striche um den Höhenunterschied der Absehlinie von einander abstehen. Weichen aber die gedeckten Striche um mehr als den genannten Unterschied ab, so ist die Absehlinie des Fernrohrs — die Richtigkeit der Diopter vorausgesetzt — der Limbusebene nicht parallel.

Ohne Diopter kann man die Lage der Fernrohraxe wie folgt prüfen. Man verfahre, als ob man den Winkel zweier mehr als 90° auseinander liegenden Sterne messen wollte; bringe aber die Ränder der beiden Bilder nicht in der Mitte des Fernrohrs, sondern an dem oberen oder unteren Rande des Gesichtsfeldes zur Berührung. Nun richte man, ohne die Alhidade zu verrücken, den entgegengesetzten Rand des Gesichtsfeldes auf den links stehenden Stern und sehe zu, ob auch jetzt noch die vorige Berührung der Bilder stattfindet; wenn ja, so ist die optische Axe des Fernrohrs der Limbusebene parallel, ausserdem aber nicht. Schneiden sich die Ränder, welche sich vorher berührten, so ist die Fernrohraxe am Objectivende

gegen die Sextantenebene geneigt, stehen aber die Ränder von einander ab, so ist das Ocularende der Axe tiefer als das Objectivende. Der Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens ergibt sich aus den §§. 149 und 150, in denen von dem Einflusse und der Messung des Neigungswinkels der Fernrohraxe gegen die Sextantenebene die Rede ist.

Zu 5. Der Spiegelsextant hat einen Collimationsfehler, wenn bei paralleler Lage der beiden Spiegel der Nullpunkt des Nonius nicht mit dem des Kreisbogens zusammenfällt. Die Grösse dieses Fehlers ist durch den Bogen zwischen den Nullpunkten und seine Lage dadurch bestimmt, ob der Nullpunkt des Nonius in der Haupttheilung oder in der Uebertheilung des Limbus liegt; die erste Lage wollen wir die positive und die zweite die negative nennen. Man sieht leicht ein, dass wenn der Collimationsfehler c positiv ist, jeder gemessene Winkel um diesen Fehler zu gross, und wenn c negativ ist, um eben so viel zu klein gefunden wird; und dass desshalb die Grösse c in dem ersteren Falle von der Ablesung abzuziehen, in dem letzteren Falle aber hinzuzufügen ist. Versieht man jedoch die Grösse c mit ihrem Vorzeichen, so ist der Collimationsfehler von der Ablesung jederzeit in Abzug zu bringen.

Am bessten bestimmt man den Collimationsfehler des Sextanten durch Beobachtungen der Sonne, indem man zunächst die vorher schon untersuchten farbigen Einschlaggläser vor die beiden Spiegel oder das Sonnenglas vor das Ocular des Fernrohrs bringt, die Nullpunkte nebeneinander stellt, das Fernrohr nach der Sonne richtet und den rechten Rand des nicht gespiegelten Sonnenbildes von dem linken Rande des doppelt gespiegelten Bildes berühren lässt, was durch Bewegung der Mikrometerschraube bewirkt wird. Nach dieser Beobachtung liest man den Stand des Nonius ab; es sey die Ablesung $= + a'$. Hierauf richtet man das Fernrohr wieder nach der Sonne und verstellt die Alhidade durch die Mikrometerschraube so lange, bis die beiden Sonnenbilder übereinander weggegangen sind, und sich mit den entgegengesetzten Rändern berühren. Dann liest man wieder den Stand des Nonius ab: diese zweite Ablesung sey $+ a''$. Man sieht leicht ein, dass sich die beiden Bilder bei einer Ablesung von $\frac{1}{2}(a' + a'')$ gedeckt hätten, also ist in diesem Falle der Collimationsfehler $c = + \frac{1}{2}(a' + a'')$. Wären beide a negativ gewesen,

so würde $c = -\frac{1}{2}(a' + a'')$ seyn; und hätte man a′ positiv, a″ negativ gefunden, so wäre $c = \frac{1}{2}(a' - a'')$ und es hienge von der absoluten Grösse der beiden a ab, ob c positiv oder negativ würde. Für $a' > a''$ wäre c positiv, ausserdem aber negativ. Man kann hieraus die Regel ableiten: dass man aus den Ablesungen a′ und a″ den Collimationsfehler seiner Grösse und Lage nach erhält, wenn man dieselben mit ihren Zeichen addirt und die algebraische Summe halbirt. Wir fügen dieser Regel ein Beispiel bei, um daran eine Bemerkung über die Ablesungen, welche sich auf negative Bögen beziehen, zu knüpfen. Bei der ersten Beobachtung liege der Nullpunkt des Nonius in der Hauptheilung des Limbus von dessen Nullpunkt um 23′ 5″ entfernt; also ist $a' = +\,0^0\,23'\,5''$. Bei der zweiten Beobachtung aber befinde sich der Nullpunkt des Nonius in der Uebertheilung und stehe von dem ersten Grade dieser Theilung um 18′ 39″ ab. Diese Zahl liest man ab; der Buchstabe a″ bezeichnet aber einen negativen Bogen von $1^0 - 0^0\,18'\,39''$ oder $60' - 18'\,39'' = 41'\,21''$; also ist $a'' = -\,0^0\,41'\,21''$. Daher wird in dem vorliegenden Falle

$$c = \frac{1}{2}(a' + a'') = -\,0^0\,9'\,8''.$$

Wollte man aus den Ablesungen a′ und a″ den scheinbaren Sonnendurchmesser ableiten, so hätte man nur den halben Unterschied dieser Ablesungen zu suchen; dieser ist aber gleich

$$d = \frac{1}{2}(a' - a'') = +\,0^0\,32'\,13''.$$

Die Richtigkeit dieser Behauptung versteht sich fast von selbst.

Den Collimationsfehler des Sextanten kann man in der Regel nicht wegschaffen und muss ihn desshalb, wie oben gezeigt, in Rechnung bringen. Wenn man jedoch an dem kleinen Spiegel (bei N′) zwei mit der Sextantenebene parallel liegende Stellschräubchen anbringt, wodurch die Platte R, welche den Spiegel trägt, ein wenig gedreht werden kann, so lässt sich hierdurch der Collimationsfehler beseitigen; denn man braucht nur die Nullpunkte der Theilungen genau auf einander zu stellen und den kleinen Spiegel so lange zu verrücken, bis die vorhin beschriebenen Sonnenbeobachtungen zwei gleiche, aber entgegengesetzte Ablesungen (+ a′ und − a′) liefern.

Zu 6. Da die Einschlaggläser die Richtung der sie durchdringenden Lichtstrahlen nicht verändern dürfen, so müssen sie eben

und parallel seyn. Könnten diese Gläser nicht bloss mit ihrer Fassung um eine zur Sextantenebene parallele, sondern auch um eine auf dieser Ebene senkrecht stehende Axe um 180⁰ gedreht werden, so liessen sie sich in so ferne leicht und genau untersuchen, als man nur den Collimationsfehler für die beiden entgegengesetzten Lagen jedes Glases zu bestimmen und zuzusehen hätte, ob dieser Fehler gegen den der Spiegel das einemal um eben so viel zu gross als das anderemal zu klein ist. Diese gleichen Abweichungen von dem Collimationsfehler der Spiegel zeigten dann den Einfluss der prismatischen Gestalt jedes einzelnen Glases an. Weil aber die zweite Drehung der Einschlaggläser nicht möglich ist, so muss man dieselben wie folgt untersuchen.

Wenn der Collimationsfehler der Spiegel aus Mondbeobachtungen bestimmt ist — die Sonne kann man ohne die Gläser nicht dazu wählen — so bringe man zuerst ein grünes Glas von K zwischen die beiden Spiegel und bestimme den Collimationsfehler aufs Neue; ebenso verfahre man mit dem blauen Glase bei K. Hierauf untersuche man auch das grüne Glas bei H, indem man es vor das Fernrohr schlägt und den Collimationsfehler wie vorher bestimmt. Der Unterschied zwischen jedem neuen und dem ohne Einschlaggläser gefundenen Collimationsfehler gibt den Einfluss des eben untersuchten Glases. Die dunklen braunen Gläser kann man aber mit Hilfe des Monds nicht untersuchen, weil sie zu wenig Licht durchlassen; man muss hiezu die Sonne benützen. Ist das eine Glas vor das Fernrohr und das andere zwischen die beiden Spiegel gebracht, bestimmt man so den Collimationsfehler und vergleicht ihn mit dem, welchen die Beobachtung des Mondes geliefert hat, so hat man die Summe der Fehler beider braunen Gläser. Diese Summe zu kennen reicht aber hin, da bei späteren Beobachtungen der Sonne doch immer wieder beide Gläser zugleich in Anwendung kommen.

§. 148.

Fehler des Sextanten.

Die Berichtigung eines Instruments kann eben so wenig wie irgend eine mechanische Arbeit mit mathematischer Genauigkeit geschehen: es wird also selbst bei einem berichtigten Spiegelsextanten die Fernrohraxe der Limbusebene nur annähernd parallel seyn und

jeder der beiden Spiegel nur sehr nahe einen rechten Winkel mit dieser Ebene bilden. Wie weit man in der Genauigkeit dieser Stellungen zu gehen hat, um brauchbare Messungsergebnisse zu erhalten, lässt sich auf theoretischem Wege bestimmen, indem man den Einfluss der Fehler des Sextanten auf die Winkelmessung berechnet. Dergleichen Rechnungen wurden zuerst von Bohnenberger, später von Encke und zuletzt von Grunert in den bereits in §. 143 angeführten Werken gemacht. Obwohl die Voraussetzungen und Betrachtungsweisen dieser drei Mathematiker verschieden sind, so liefern sie doch schliesslich gleiche Formeln zur Berechnung des Einflusses der Fehler, welche am Sextanten vorkommen. Diese Uebereinstimmung ist aber nur dadurch möglich, dass die Endresultate Näherungsausdrücke sind; wären sie dieses nicht, so müsste eine Abweichung stattfinden, weil Bohnenberger und Encke die nicht streng richtige Annahme machen, dass die von dem Collimationsfehler befreite Ablesung auf dem Sextanten sofort jenem Winkel ($GCD = \omega'$) entspreche, den die beiden gegebenen Schenkel (GC, CD) einschliessen, während Grunert die fehlerfreie Ablesung dem Winkel ($GC'D = \omega$) des einfallenden und zweimal gespiegelten Strahls (DC, GC) gleichsetzt. Wir werden uns bei der gesonderten Betrachtung jedes einzelnen Fehlers an die Darstellung von Bohnenberger halten, ohne seine eben erwähnte Voraussetzung über den Winkel, welcher der Ablesung entspricht, zu machen.

§. 149.

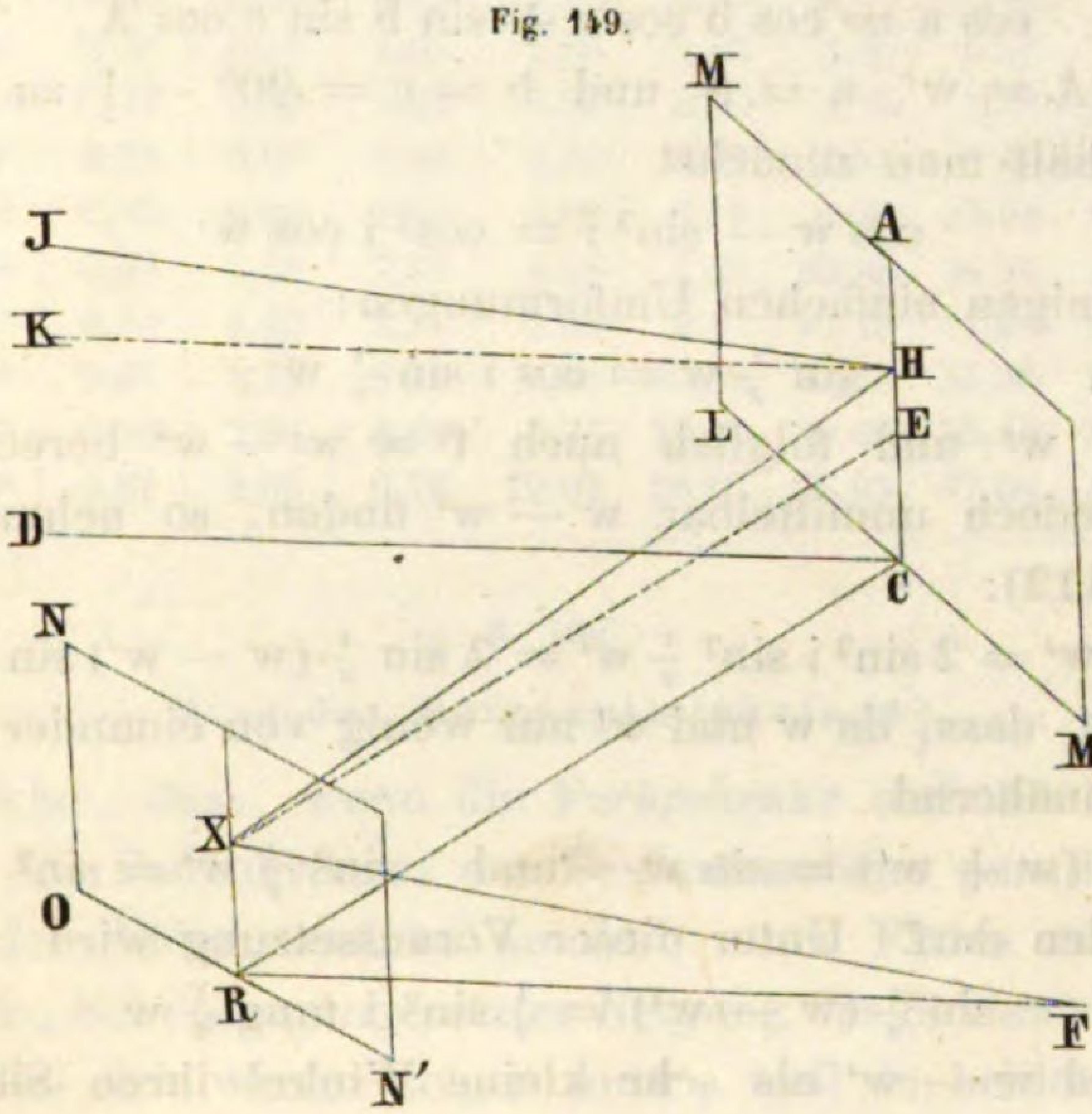
Neigung der Fernrohraxe.

Wir setzen jetzt voraus, dass der Sextant keinen anderen Fehler habe als den einer Neigung seiner Fernrohraxe, und untersuchen den Einfluss dieser Neigung auf einen zu messenden Winkel.

Es sey MM′ in Fig. 149 der grosse und NN′ der kleine Spiegel des Sextanten. Beide stehen auf der Limbusebene, welcher die Ebene DCRF eines einfallenden und zweimal gespiegelten Lichtstrahls (DC) parallel ist, senkrecht. Nach dem Gesetze der Zurückwerfung des Lichts ist der Winkel $DCL = RCM'$ und $CRO = FRN'$. Legt man durch die Strahlen DC, CR, RF senkrechte Ebenen zur Limbusfläche, so schneiden diese die Spiegel nach den Linien AC und XR, welche ebenfalls auf dem Limbus senkrecht stehen. Die Fernrohraxe sollte mit der Linie RF parallel seyn; wir nehmen aber an, es

sey FX diese Axe und ihr Neigungswinkel $XFR = i$. Ein Lichtstrahl, welcher nach zweimaliger Spiegelung in der Richtung XF in das Fernrohr gelangen soll, muss in umgekehrter Richtung den Weg FXHI zurücklegen, welchen man erhält, wenn man $XE \parallel RC$, $EXH = i$, $HK \parallel CD$ und $KHI = i$ macht. Der Winkel der beiden Linien IH und XF ist derjenige, welcher in dem Falle gemessen

Fig. 149.



wird, dass die Fernrohraxe der Sextantenebene nicht parallel läuft. Diesen Winkel will man aber nicht, sondern den, welcher seiner Projection auf die Sextantenebene entspricht. Folglich ist der abgelesene Winkel w (den wir uns schon um die Parallaxe und den Collimationsfehler verbessert denken) grösser als der gesuchte Winkel w′, und es muss daher der Fehler $w - w' = f'$ von der Ablesung w abgezogen werden.

Man sieht leicht ein, dass die Berechnung des Winkels w′ aus dem abgelesenen Winkel w und den gleichen Neigungen (i) seiner Schenkel IH und XF gegen die Sextantenebene auf die Lösung der Aufgabe hinausläuft: einen schiefen Winkel auf den Horizont zurückzuführen. Hier ist die Sextantenebene der Horizont und die Ebenen DCA und FRX sind die Vertikalebenen, welche man zu dem Ende durch die Schenkel des gegebenen Winkels legt. Die

genannte Aufgabe führt bekanntlich zur Auflösung eines sphärischen Dreiecks, in welchem drei Seiten gegeben sind und ein Winkel gesucht wird. Die gegebenen Seiten sind erstens die den gleichen Neigungswinkeln der Strahlen IH und XF entsprechenden gleichen Complemente (90^0 — i) und zweitens der abgelesene Winkel w. Zur Lösung der vorliegenden Aufgabe dient die bekannte Grundformel der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

in welcher $A = w'$, $a = w$ und $b = c = 90^0 - i$ zu setzen ist. Hiernach erhält man zunächst

$$\cos w - \sin^2 i = \cos^2 i \cos w' \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (112)$$

und nach einigen einfachen Umformungen:

$$\sin \tfrac{1}{2} w = \cos i \sin \tfrac{1}{2} w'; \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (113)$$

woraus sich w′ und folglich auch $f' = w - w'$ berechnen lässt. Will man jedoch unmittelbar $w - w'$ finden, so nehme man aus Gleichung (112):

$$\cos w - \cos w' = 2 \sin^2 i \sin^2 \tfrac{1}{2} w' = 2 \sin \tfrac{1}{2} (w - w') \sin \tfrac{1}{2} (w + w')$$

und bedenke, dass, da w und w′ nur wenig von einander abweichen, jedenfalls annähernd

$$\sin \tfrac{1}{2} (w + w') = \sin w \quad \text{und} \quad \sin^2 \tfrac{1}{2} w' = \sin^2 \tfrac{1}{2} w$$

gesetzt werden darf. Unter dieser Voraussetzung wird

$$\sin \tfrac{1}{2} (w - w') = \tfrac{1}{2} \sin^2 i \tang \tfrac{1}{2} w \quad . \; . \; . \quad (114)$$

und da i und $w - w'$ als sehr kleine Winkel ihren Sinussen proportional sind:

$$f' = w - w' = i^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w \, . \sin 1'' \quad . \; . \; . \; . \quad (115)$$

Dieser Ausdruck liefert die Verbesserung (f′) in der Einheit, welche für i gewählt wird; er darf jedoch nicht mehr gebraucht werden, wenn w nahe zu 180^0 beträgt. In diesem Falle hat man die Gleichung (113) anzuwenden, um $w - w'$ zu finden. Ist die Neigung des Fernrohrs z. B. 15 Minuten = 900 Sekunden, und der abgelesene Winkel $w = 60^0$, so wird $f' = 2{,}2$ Sek. und somit der gesuchte Winkel $w' = w - f = 59^0 57'', 8$. Für i = 15 Minuten und $w = 140^0$ würde $f' = 10{,}8$ Sekunden werden u. s. w. Die folgende, von uns berechnete Tafel gibt einen Ueberblick der Fehler f′, welche sich für verschiedene Neigungen (i) des Fernrohrs bei verschiedenen Winkeln (w) ergeben.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des Fernrohrs, in Sekunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (i) der Fernrohraxe gegen die Sextantenebene.							
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′
10°	0,04	0,15	0,34	0,61	0,96	1,37	1,87	2,44
20°	0,09	0,30	0,69	1,23	1,93	2,77	3,78	4,92
30°	0,13	0,46	1,05	1,86	2,93	4,22	5,73	7,48
40°	0,17	0,65	1,42	2,52	3,98	5,71	7,78	10,16
50°	0,22	0,80	1,82	3,23	5,09	7,31	9,97	13,05
60°	0,28	0,99	2,25	4,00	6,31	9,05	12,24	16,12
70°	0,33	1,18	2,77	4,86	7,65	10,98	15,04	19,55
80°	0,40	1,43	3,27	5,82	9,17	13,15	17,93	23,49
90°	0,46	1,71	3,92	6,93	10,93	15,68	21,38	27,99
100°	0,56	2,04	4,64	8,27	13,02	18,69	25,49	33,28
120°	0,82	2,95	6,76	12,02	18,93	26,83	37,04	48,37

§. 150.

Mass des Neigungswinkels (w).

Es ist klar, dass, wenn die Fernrohraxe und die beiden Horizontalfäden des Fadenkreuzes der Sextantenebene parallel sind, die Berührung der Bilder, welche an dem einen Faden zu Stande gebracht wurde, bei entgegengesetzter Neigung des Sextanten, auch am zweiten Faden sich wieder zeigen muss, weil in beiden Fällen der Neigungswinkel der Visirebene, welche durch den Faden und den optischen Mittelpunkt des Objectivs bestimmt ist, der Grösse nach gleich bleibt und nur eine entgegengesetzte Lage hat. Wäre aber die Fernrohraxe der Sextantenebene nicht parallel, sondern gegen sie unter dem Winkel i geneigt, so würde, wenn die Visirebene mit der Axe den Winkel e macht, bei der Berührung an dem einen Faden der Neigungswinkel der Visirebene gegen die Sextantenebene $k = i + e$ und für den zweiten Faden $k' = i - e$ seyn, wobei

$$\operatorname{tg} e = \frac{a}{f},$$

a = dem halben Abstand der Horizontalfäden von einander und f = der Brennweite des Objectivs ist. Da aber e in jedem Falle nur ein kleiner Winkel ist, so kann man, wie leicht einzusehen, setzen:

$$e = \frac{1}{\sin 1''} \cdot \frac{a}{f} \text{ Sekunden.}$$

Nach Gleichung (115) ist die Verbesserung für den ersten Fall, wo der Winkel w_1 abgelesen worden ist,

$$f_1 = (i + e)^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w_1 \sin 1''$$

und für den zweiten Fall, wo die Ablesung w_2 war:

$$f_2 = (i - e)^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w_2 \sin 1''.$$

Hieraus findet man, da $f_1 - f_2 = w_1 - w_2$ und (wegen des geringen Unterschieds zwischen w_1 und w_2) a $\operatorname{tg} \frac{1}{2} w_2 = \operatorname{tg} \frac{1}{2} w_1$ gesetzt werden darf, zunächst

$$w_1 - w_2 = 4 i e \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} w_1 \sin 1'',$$

und hieraus den gesuchten Neigungswinkel der Fernrohraxe

$$i = \frac{w_1 - w_2}{4 e \operatorname{tg} \frac{1}{2} w_1 \sin 1''} = \frac{f (w_1 - w_2)}{4 a \operatorname{tg} \frac{1}{2} w_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

Ist z. B. die Brennweite des Sextantenfernrohrs 6 Zoll = 60 Linien und der halbe Abstand der Fäden a = 1 Linie, so wird e = 3438 Sek. = 57′ 38″. Beträgt die verbesserte Ablesung bei der Berührung am unteren Faden 130° 36′ und bei der Berührung am oberen Faden 130° 35′, so ist $w_1 - w_2 = 1$ Minute und $\frac{1}{2} w_1 = 65^0 18'$; folglich der Winkel

$$i = \frac{60}{4 \,.\, \operatorname{tg} 65^0 18'} = 15 \operatorname{cotg} 65^0 18' = 6{,}9 \text{ Min.}$$

Der Abstand 2 a der Parallelfäden des Fadenkreuzes, welcher bei der Bestimmung von i als bekannt vorausgesetzt wird, ergibt sich am sichersten durch folgendes Verfahren, dessen Richtigkeit leicht einzusehen ist. Man stelle die Parallelfäden durch Drehung der Ocularröhre senkrecht zur Ebene des Sextanten, diesen selbst aber dem Augenmasse nach horizontal. In der Entfernung von einigen hundert Fussen visire man einen gut beleuchteten und scharf begrenzten Punkt so an, dass er von dem einen Faden gedeckt wird. Nun drehe man die Alhidade so, dass das doppelt gespiegelte Bild dieses Punktes ebenfalls auf den ersten Faden fällt. Nachdem der Stand des Nonius abgelesen ist, wird die Alhidade, ohne die geringste Verrückung des Instruments, so weit gedreht, dass das eben genannte Bild auf den zweiten Faden kommt, während das direkte auf dem ersten bleibt. Liest man den Stand des Nonius wieder ab, so gibt der Unterschied der beiden Ablesungen den Neigungswinkel 2 e und folglich, wenn die Brennweite f des Objectivs bekannt ist, der Ausdruck $a = f \operatorname{tg} e$ den gesuchten Abstand der Fäden.

§. 151.

Neigung des grossen Spiegels.

Bildet der grosse Spiegel mit der Senkrechten zur Sextantenebene einen Winkel l, so kann man dem kleinen dieselbe Neigung geben, indem man beide Spiegel nach §. 147 parallel stellt. Berichtigt man hierauf das Fernrohr, so wird seine Axe in einer Ebene liegen, welche auf beiden Spiegeln senkrecht und folglich gegen die Sextantenebene unter dem Winkel l geneigt ist. Der Winkel w_0, welchen man bei einer bestimmten Messung abliest, gibt offenbar den doppelten Winkel ($\frac{1}{2} w_0$), welchen die Normalen der Spiegelebenen miteinander einschliessen, während man seine Projection ($\frac{1}{2} w_1$) sucht, um daraus w_1 zu erhalten. Zwischen dem Neigungswinkel (l) des grossen Spiegels, dem Winkel ($\frac{1}{2} w_0$) der Normalen beider Spiegel und dessen Projection ($\frac{1}{2} w_1$) auf die Sextantenebene findet somit dieselbe Beziehung statt, wie im vorigen Paragraphen zwischen den Winkeln i, w und w'; es ist desshalb auch nach Gleichung (113) in dem vorliegenden Fall, wenn man $\frac{1}{2} w_0$ für w, $\frac{1}{2} w_1$ für w' und i für l setzt:

$$\sin \tfrac{1}{4} w_0 = \cos l \sin \tfrac{1}{4} w_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

In Berücksichtigung des Umstandes aber, dass w_0 und w_1 nur wenig verschieden sind und l immer sehr klein ist, kann man auch die Formel (115) anwenden, welche hier den Fehler im gemessenen Winkel

$$f'' = w_0 - w_1 = 2\, l^2 \operatorname{tg} \tfrac{1}{4} w_0 \sin 1'' \quad . \quad . \quad . \quad (118)$$

gibt. Da dieser Ausdruck von dem in Nr. 115 nur darin abweicht, dass die rechte Seite mit 2 multiplicirt ist und tg $\frac{1}{4} w_0$ statt tg $\frac{1}{2}$ w steht, so könnte man wohl auch die Tafel auf Seite 285, welche die Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des Fernrohrs enthält, zur Bestimmung von f'' benützen; wir haben es jedoch vorgezogen, eine besondere zu rechnen und nachstehend mitzutheilen. Zu dieser Berechnung fanden wir uns um so mehr veranlasst, als beide Tabellen nur für kleinere Neigungen des Fernrohrs und des grossen Spiegels nahe genug übereinstimmen, für grössere Neigungen aber und grosse Winkel merklich von einander abweichen.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des grossen Spiegels, in Sekunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (I) des grossen Spiegels gegen die Normale der Sextantenebene.							
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′
10°	0,04	0,15	0,34	0,60	0,96	1,37	1.87	2,44
20°	0,08	0.30	0,68	1,22	1,92	2,75	3,75	5,00
30°	0,12	0,45	1,02	1,83	2,88	4,13	5,63	7,36
40°	0,17	0.60	1,37	2,44	3,86	5.54	7,40	9.86
50°	0,21	0,76	1,72	3,08	4,84	6,95	9,52	12,39
60°	0,25	0.92	2,09	3,72	5,86	8,40	11,46	14,88
70°	0,29	1,06	2,41	4.30	6,77	9,72	13,35	17.32
80°	0,34	1,24	2,84	5,05	7.96	11,42	15,57	20,34
90°	0,39	1.42	3,23	5,75	8.90	12.99	17,72	23.46
100°	0.44	1,60	3,64	5,47	10.20	14,73	19,95	26,08
120°	0,55	1,98	4,50	8.02	12,64	18.13	24,72	32,30

§. 152.

Neigung des kleinen Spiegels.

Jetzt sey der grosse Spiegel senkrecht und die Fernrohraxe parallel zur Sextantenebene; der kleine Spiegel bilde aber mit der Normale dieser Ebene einen kleinen Winkel k. Treffen auf den grossen Spiegel Lichtstrahlen, welche mit der Sextantenebene parallel laufen, so liegen die nach dem kleinen Spiegel zurückgeworfenen Strahlen in parallelen Ebenen, welche mit dem Lothe des kleinen Spiegels den Winkel k einschliessen. Die von dem kleinen Spiegel zurückgeworfenen Strahlen befinden sich in Ebenen, welche durch die auf ihn fallenden Strahlen und die zugehörigen Lothe gehen. Schneidet man diese unter sich parallelen Ebenen durch andere Ebenen, welche in den Lothen liegen und auf der Sextantenebene senkrecht stehen, so sind die Projectionen der Einfalls- und Zurückwerfungswinkel zusammen = 2 k und folglich ist auch der Winkel, welchen der projicirte zurückgeworfene Strahl mit der Sextantenebene bildet, = 2 k. Das Fernrohr steht aber nicht senkrecht gegen den kleinen Spiegel, sondern ist gegen dessen Normale unter einem Winkel β (von etwa 15°) geneigt. Darum müssen die zurückgeworfenen Strahlen in Ebenen liegen, welche gegen die Normale des kleinen Spiegels unter dem Winkel β geneigt sind. In diesen Ebenen bilden aber die reflectirten

Strahlen mit der Sextantenebene einen Winkel k′, der sich aus der leicht aufzufindenden Gleichung

$$\mathrm{tg}\, k' = \mathrm{tg}\, (2\, k) \cos \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

ergibt. Bedenkt man jedoch, dass k′ und 2 k nur sehr kleine Winkel sind, so kann man näherungsweise

$$k' = 2\, k \cos \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

setzen. Heisst der abgelesene und von dem Collimationsfehler und der Parallaxe bereits befreite Winkel v und der verbesserte Winkel v′, so bilden die drei Winkel k′, v, v′ ein rechtwinkliches sphärisches Dreieck, in welchem k′ und v die Katheten sind und v′ die Hypotenuse vorstellt. Löst man dieses Dreieck auf, so kommt:

$$\cos v' = \cos v \cos k' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121)$$

Hieraus kann man v′ und folglich auch den Fehler $f''' = v' - v$, welcher zu v addirt wird, leicht berechnen. Da cos k′ constant ist, so ändert sich cos v′ nur mit cos v; es ist folglich für einen Winkel $v = 90^0$ der Fehler $f''' = 0$, und für $v = 0$ wird $f''' = k'$. Dieses ist der grösse Werth, den f‴ annehmen kann; es hat also der Fehler f‴ nur eine Bedeutung bei Messung kleiner Winkel. Sind aber v und v′ auch kleine Grössen, wie es k′ ohnehin schon ist, so kann man das vorhin erwähnte rechtwinkliche sphärische Dreieck als ein ebenes betrachten und daher

$$v' = \sqrt{v^2 + k'^2} = v + \frac{k'^2}{2\, v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (122)$$

und weiter noch

$$f''' = v' - v = \frac{2\, k^2 \cos^2 \beta}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (123)$$

setzen. Hier ist k in derselben Einheit wie v auszudrücken; dann erhält man auch den Fehler f‴ in dieser Einheit. So wird z. B. für $k = 5$ Minuten, $\beta = 15^0$ und $v = 2^0 40' = 160$ Minuten der Fehler $f''' = 0{,}29$ Min. $= 17{,}5$ Sekunden.

Die nachstehende Tabelle gibt einen Ueberblick des Wachsens der Fehler mit der Zunahme von k und der Abnahme von v. Der Winkel β ist dabei $= 15^0$ angenommen.

Verbesserungen der gemessenen Winkel wegen der Neigung des kleinen Spiegels, in Sekunden ausgedrückt.

Beobachteter Winkel (w).	Neigung (k) des kleinen Spiegels gegen die Normale der Sextantenebene.							
	1′	2′	3′	4′	5′	10′	15′	20′
$^1/_2{}^0$	3,72	14,93	33,60	59,91	93,30	373,2	839,7	1492,8
1^0	1,86	7,46	16,79	29,86	46,62	186,6	419,9	746,4
2^0	'309	3,73	8,39	14,90	23,31	93,3	209,9	373,2
3^0	0,62	2,48	5,58	9,94	15,54	62,2	139,9	248,8
4^0	0,46	1,86	4,19	7,46	11,65	46,7	104,4	186,1
5^0	0,39	1,48	3,35	5,97	9,32	37,3	83,9	149,3
6^0	0,31	1,24	2,79	4,97	7,77	31,1	69,9	124,4
7^0	0,26	1,06	2,39	4,26	6,66	26,6	59,8	106,4
8^0	0,23	0,93	2,09	3,73	5,82	23,3	52,2	93,3
9^0	0,20	0,83	1,86	3,31	5,18	20,8	46,6	83,2
10^0	0,19	0,74	1,67	2,98	4,66	18,7	42,0	74,6

Der Spiegelkreis von Pistor und Martins.

§. 153.

Alle Spiegelsextanten leiden an mehreren Uebeln, von denen sie nicht befreit werden können. Hieher gehört zunächst die geringe Helligkeit der Bilder, welche mit der Grösse der Winkel wächst und eine Folge der optischen Natur der Glasspiegel ist; ferner die Beschränkung in der Grösse der zu messenden Winkel, indem dieselben kaum mehr als 120⁰ betragen dürfen; und endlich die Unmöglichkeit, den Einfluss der Excentricität der Alhidade auf die Winkelmessung zu beseitigen. Die Erkenntniss dieser Uebelstände hat zur Erfindung der Spiegelkreise Veranlassung gegeben. Der erste, welcher solche Kreise vorschlug, war derselbe Professor Tobias Mayer in Göttingen, von dem auch die Repetition der Winkel ausging. Seine im Jahre 1770 gemachten Vorschläge wurden später von Borda ausgeführt und in mehreren Stücken verbessert, wesshalb auch die früheren Spiegelkreise unter dem verbundenen Namen beider bekannt sind. Diese Instrumente hatten zwar nur einen Nonius, waren aber dafür zum Repetiren eingerichtet, wodurch der Einfluss der Excentricitäts- und Theilungsfehler beseitigt werden sollte. Vor etwa 25 Jahren hat Steinheil in München den Spiegelkreis in einen mit grossen Vorzügen

ausgestatteten Prismenkreis[1] verwandelt, und in neuerer Zeit werden von Pistor und Martins in Berlin Reflexionskreise angefertigt, welche sich mit Recht eines grossen Beifalls erfreuen. Diese Kreise wurden von den Erfindern in dem Berliner Gewerbeblatt von Neukrantz, Bd. XIV, in Hinsicht auf ihre Einrichtung, Anwendung und Vortheile kurz beschrieben, aber theoretisch nicht näher erörtert. Da diese Erörterung auch von denen nicht gegeben wurde, welche jene Beschreibung in ihre Bücher aufgenommen haben, so finden wir uns um so mehr veranlasst, auf die Theorie des Pistor'schen Spiegelkreises näher einzugehen, als wir uns durch mehrjährigen Gebrauch von der Güte dieses Instruments überzeugt haben.

§. 154.

Beschreibung.

Wir schicken hier der Theorie die Abbildung und Beschreibung des Instruments voraus, indem wir annehmen, dass man durch die Theorie des Spiegelsextanten hinlänglich vorbereitet ist, die Bestimmung der einzelnen Theile des Spiegelkreises zu begreifen.

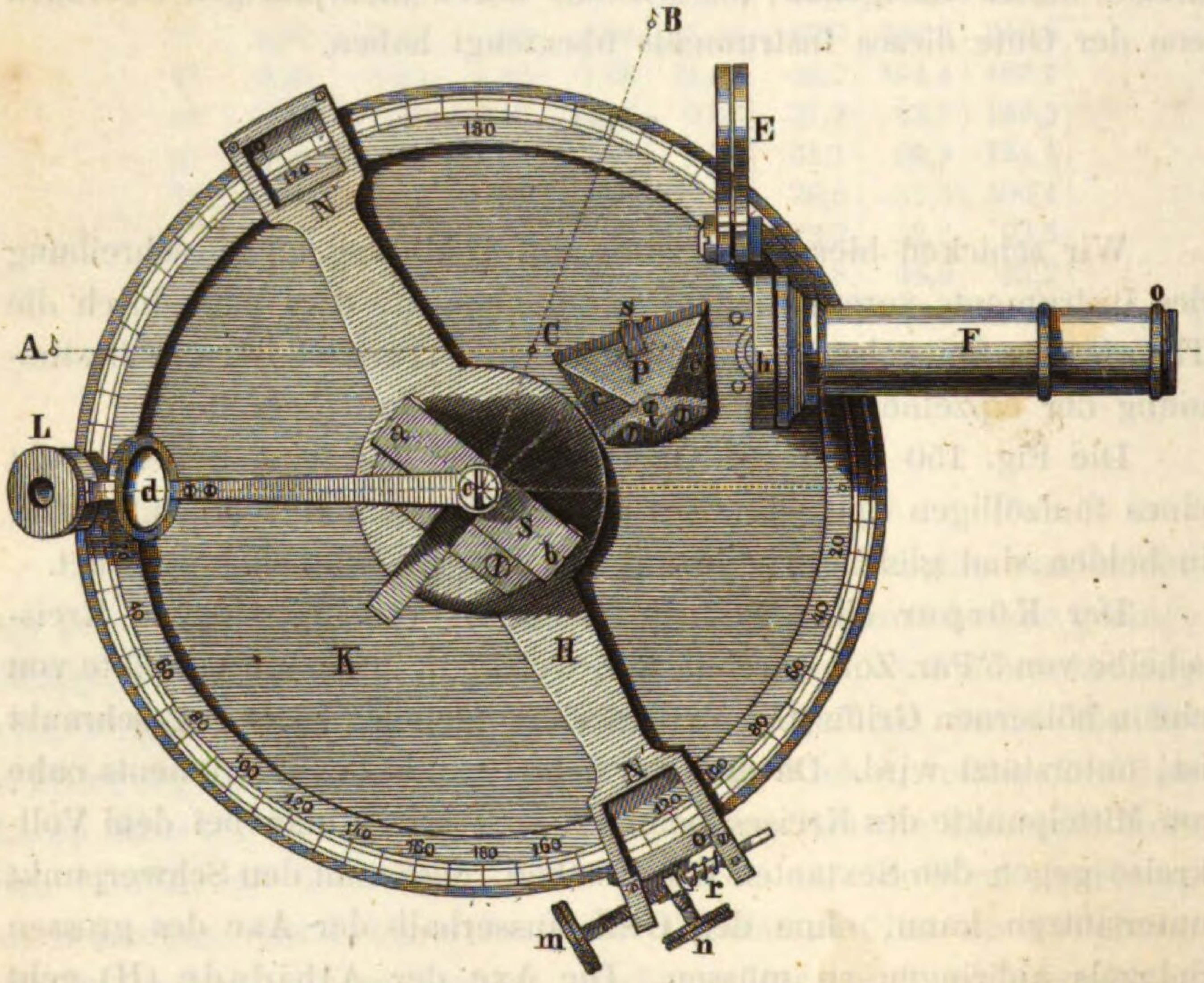
Die Fig. 150 stellt die Ober- und Fig. 151 eine Seitenansicht eines fünfzölligen Spiegelkreises aus der genannten Werkstätte dar; in beiden sind gleiche Theile mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

Der Körper (K) des Instruments ist eine messingene Kreisscheibe von 5 Par. Zoll Durchmesser, welche in ihrem Mittelpunkte von einem hölzernen Griffe (G), der an einen Metallcylinder angeschraubt ist, unterstützt wird. Da sich der Schwerpunkt des Instruments nahe am Mittelpunkte des Kreises befindet, so erreicht man bei dem Vollkreise gegen den Sextanten den Vortheil, dass man den Schwerpunkt unterstützen kann, ohne den Griff ausserhalb der Axe des grossen Spiegels anbringen zu müssen. Die Axe der Alhidade (H) geht durch den Mittelpunkt (c) des Kreises und steht senkrecht auf diesem. Der Spielraum für die Bewegung dieser Alhidade umfasst bloss einen Viertelkreis zwischen den mit 0^0 und 180^0 bezeichneten Punkten. Das Prisma (P), das Fernrohr (F) und die Einschlaggläser (E) verhindern eine weitere Drehung. Da aber ein Drehwinkel von 90^0 einem Winkel der Lichtstrahlen von 180^0 entspricht, so ist diese

[1] In den „astronomischen Nachrichten" von Schumacher, Bd. XI, hat Bessel eine vollständige Theorie des zwar nur in der Astronomie angewendeten aber auch zu geodätischen Messungen sehr geeigneten Prismenkreises mitgetheilt.

Drehung bei Weitem ausreichend. Durch die Bremsschraube n wird die grobe Drehung der Alhidade gehemmt und durch die Mikrometerschraube m, welcher der Stift und die Spirale r entgegenwirken, die feine Drehung bewerkstelligt. Der Limbus, auf einem eingelegten silbernen Ringe, ist in 2160 gleiche Theile, also unmittelbar in Sechstelgrade getheilt. Jeder solcher Theil entspricht 20 Minuten des zu messenden Winkels. Die Bezifferung geht von zwei Nullpunkten (0, 0) aus, welche an den Enden des mit der Fernrohraxe parallelen

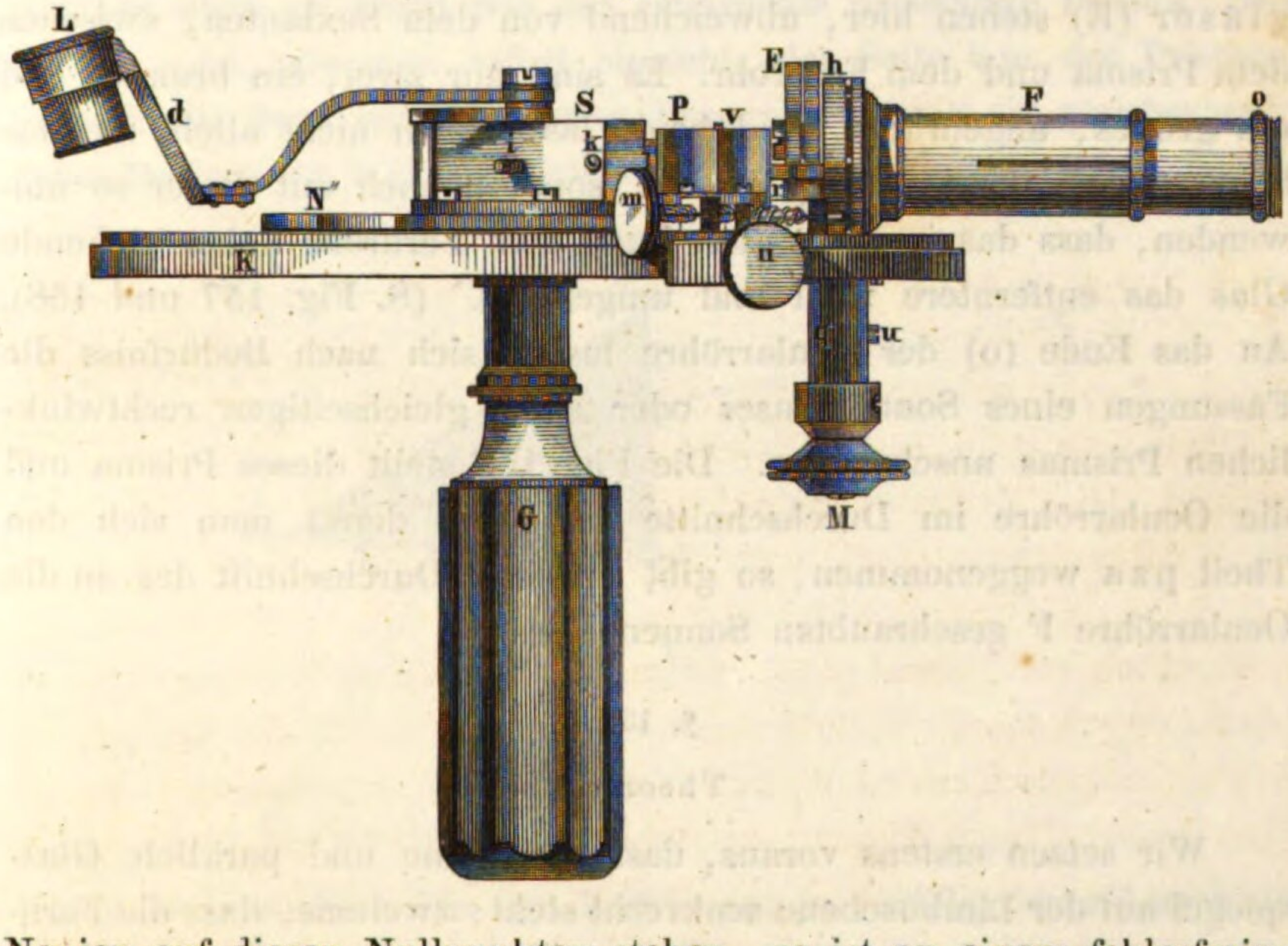
Fig. 150.



Durchmessers (ad) liegen; es sind dabei wie bei dem Spiegelsextanten halbe Grade für ganze gezählt und desswegen die Enden des auf 00 senkrechten Durchmessers mit 180⁰ bezeichnet. Die beiden Nonien (N′, N″) liegen an dem äusseren Rande des Limbus; in Fig 150 sind nur ihre Nullpunkte (0, 0) angedeutet, welche von einander um 180⁰ abstehen. Sie sind so getheilt, dass sie 10 Sekunden vom Drehwinkel und folglich 20 Sekunden vom gemessenen Winkel angeben; es umfassen nämlich 60 Noniustheile und 59 Limbustheile gleiche Längen. Ueber die Nonien, welche Uebertheilungen besitzen, kann man beim

Ablesen die Lupe L mit der Blende d stellen, indem man den Stiel dc um die Axe c dreht. Auf der Alhidade ist in der Richtung ab, welche mit dem Durchmesser (00) der Nonien einen Winkel von 20⁰ bildet, ein Planspiegel (S) so befestigt, dass mittels der Stellschräubchen i und k, welche sich auf der Rückseite der Fassung befinden, seine Stellung zur Kreisebene, welche genau senkrecht seyn soll, berichtigt werden kann. Dieser Spiegel macht alle Bewegungen der Alhidade mit und seine Drehung wird durch die Nonien von den Nullpunkten des Limbus aus gemessen. Wenn die

Fig. 151.



Nonien auf diesen Nullpunkten stehen, so ist an einem fehlerfreien Instrumente die Spiegelebene (ab) der Hypotenusenebene des feststehenden Prisma (P), welches hier den kleinen Spiegel des Sextanten vertritt, parallel. Dieses Glasprisma hat ein gleichschenkliches rechtwinkliches Dreieck zum Querschnitt und seine Axe steht senkrecht auf der Limbusebene. Es ist so in Messing gefasst, dass durch die Schräubchen bei v und s seine Stellung berichtigt werden kann. Die Hypotenusenebene ist geblendet, um fremdes Licht von dem Fernrohre abzuhalten und die Zurückstrahlung des vom Spiegel kommenden Lichts vollständiger zu machen. Dem Prisma gegenüber steht das Fernrohr (F), welches hier des Raumes wegen ein wenig

verkürzt gezeichnet ist. Seine Einrichtung ist dieselbe wie beim Sextanten, und es lässt sich hier wie dort (mit der Schraube M) auf- und abschieben. In der Regel empfängt die eine Hälfte des Objectivs ihr Licht aus dem Prisma und die andere von dem direct gesehenen Gegenstand; ist aber dieser im Vergleich zu dem doppelt gespiegelten sehr hell, so kann man dem Fernrohr eine grössere Lichtmenge aus dem Prisma zuführen, wenn man das Rohr herabdreht, und umgekehrt kann man sie auch verkleinern; es lassen sich folglich die Helligkeiten der beiden Bilder im Allgemeinen ziemlich nähern und in vielen Fällen ganz gleich machen. Die Blendgläser (E) stehen hier, abweichend von dem Sextanten, zwischen dem Prisma und dem Fernrohr. Es sind nur zwei, ein braunes und ein grünes, angebracht, und beide lassen sich nicht allein um das Scharnier an ihrer Fassung drehen, sondern auch mit dieser so umwenden, dass das in der ersten Lage dem Fernrohr näher stehende Glas das entferntere wird und umgekehrt. (S. Fig. 157 und 158). An das Ende (o) der Ocularröhre lassen sich nach Bedürfniss die Fassungen eines Sonnenglases oder eines gleichseitigen rechtwinklichen Prismas anschrauben. Die Fig. 156 stellt dieses Prisma und die Ocularröhre im Durchschnitte dar; und denkt man sich den Theil pza weggenommen, so gibt cp einen Durchschnitt des an die Ocularröhre F geschraubten Sonnenglases.

§. 155.

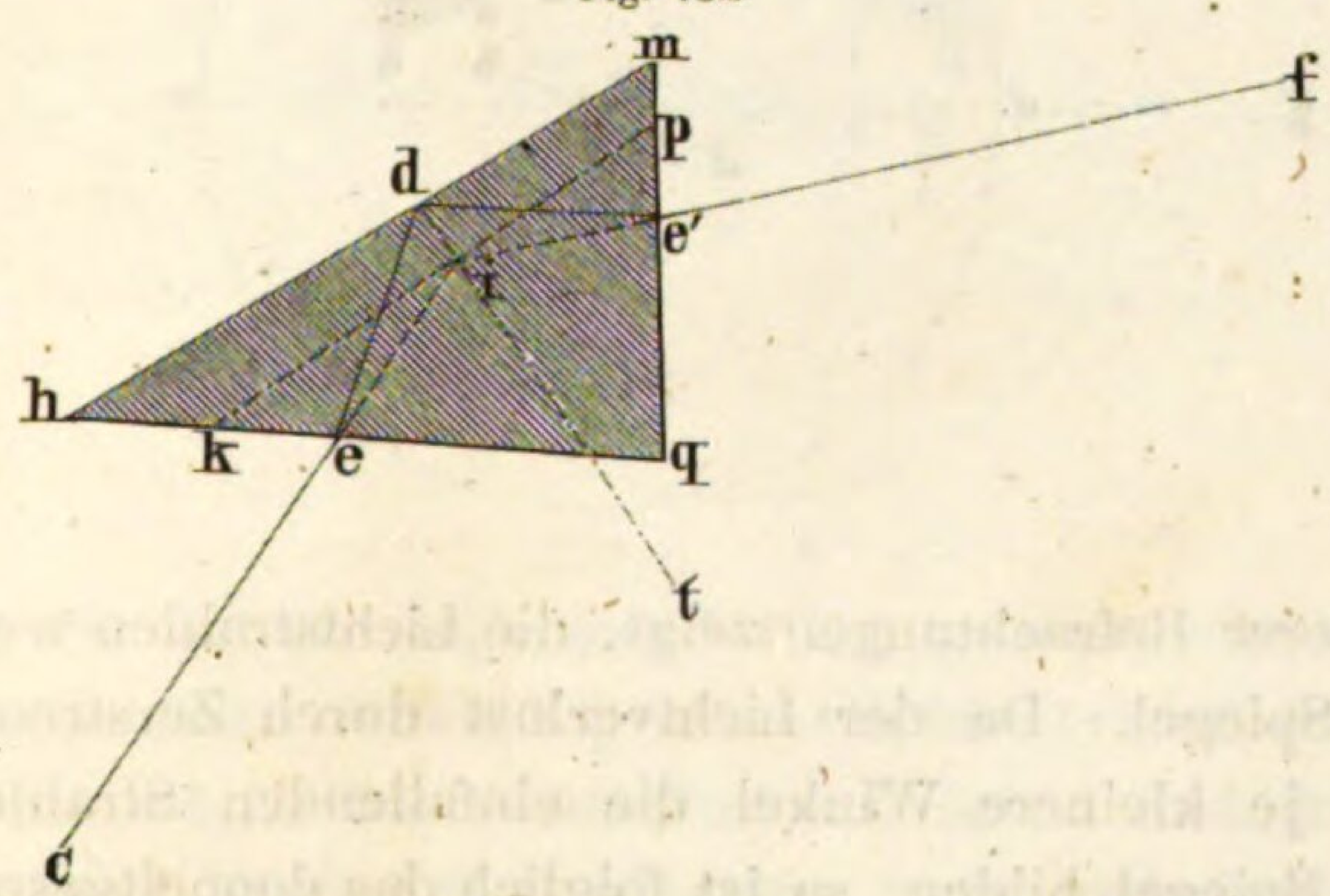
Theorie.

Wir setzen erstens voraus, dass der ebene und parallele Glasspiegel auf der Limbusebene senkrecht steht; zweitens, dass die Fernrohraxe mit dieser Ebene parallel läuft; und drittens, dass die drei Prismenebenen mit der Limbusebene rechte Winkel bilden; aber wir nehmen der allgemeineren Betrachtung wegen den senkrechten Querschnitt des Prismas nicht als ein gleichschenkliches rechtwinkliches, sondern als ein schiefwinkliches Dreieck mit den Winkeln h, p, q an, und beweisen zunächt folgenden Satz:

1) Wenn auf ein senkrechtes dreiseitiges Prisma Lichtstrahlen so fallen, dass sie mit der Grundfläche parallel sind, so lässt sich die Wirkungsweise dieses Prismas immer auf die eines ebenen Spiegels zurückführen. Denn stellt in Fig. 152 das Dreieck hmq den senkrechten Prismenquer-

schnitt vor, in welchem der einfallende Strahl ce liegt, so ist für's Erste aus den Grundgesetzen über die Zurückwerfung und Brechung des Lichts klar, dass die gebrochenen und zurückgeworfenen Strahlen ed, de', e'f nicht aus der Ebene dieses Querschnitts heraustreten, sondern darin bleiben. Folglich müssen sich auch der einfallende Strahl (ce) und der austretende (e'f), wenn man sie gehörig verlängert, in einem Punkte (i) jener Ebene schneiden. Denkt man sich nun den Winkel (cif), welchen diese Strahlen miteinander bilden, halbirt und auf die Theilungslinie (it) eine Senkrechte (kp) errichtet, so stellt dieselbe den Schnitt des ebenen Spiegels vor, welcher eben so wirkt wie das senkrechte dreiseitige Prisma. Die Linie kp ist, wie man sofort einsieht, der Seite hm des Prismenquerschnitts dann parallel, wenn dieser Querschnitt ein gleichschenkliches Dreieck ist und die gleichen Winkel an der Seite hm liegen.

Fig. 152.

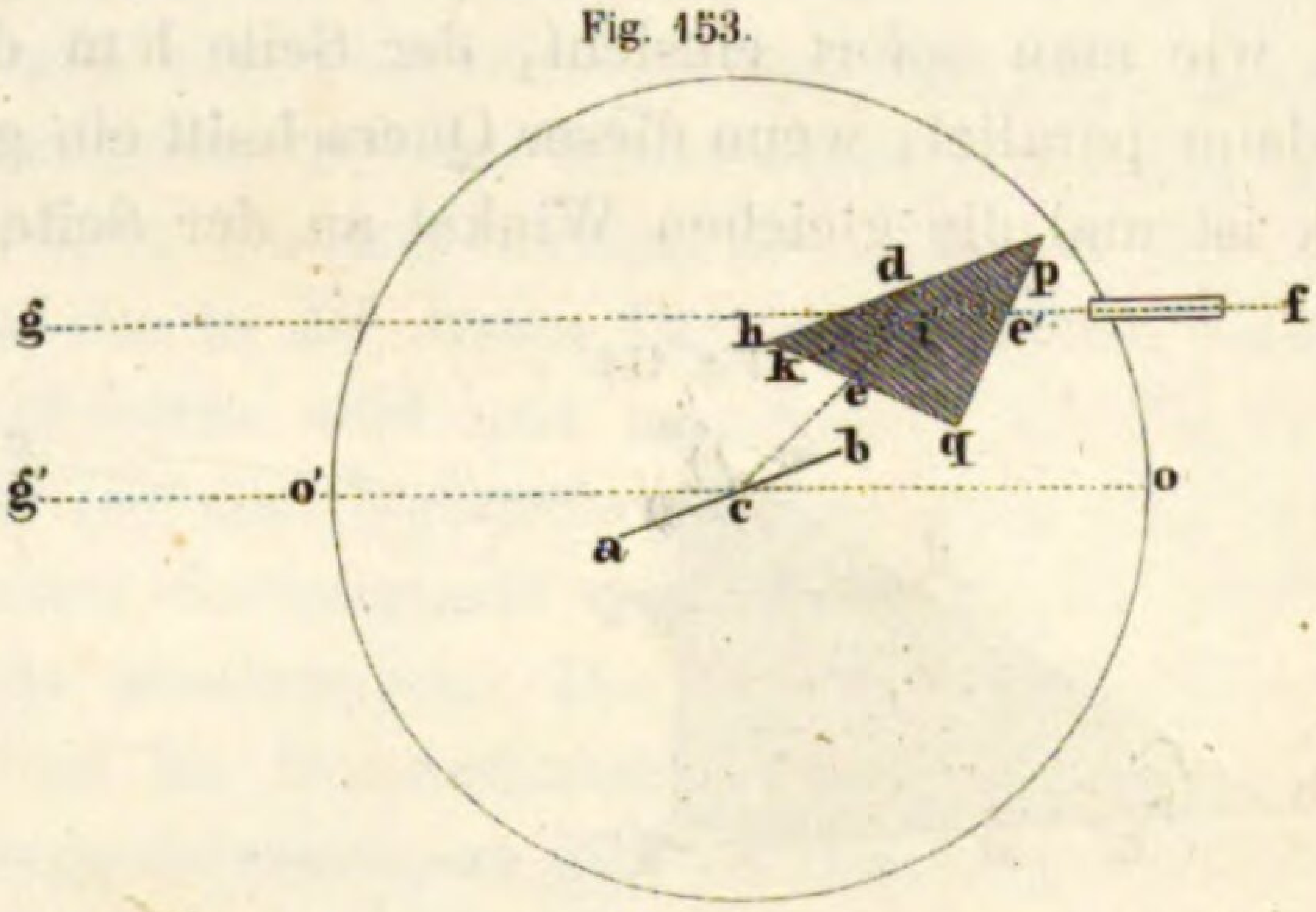


Nunmehr betrachten wir das Instrument in verschiedenen Lagen der Alhidade, oder, was dasselbe ist, des drehbaren Spiegels.

Erste Lage: Fig. 153. Der Spiegel ab ist der Linie kp im Prisma parallel und das Fernrohr f ist auf einen sehr weit entfernten Gegenstand (G) gerichtet. In diesem Falle gelangt das Licht vom Gegenstande G in der Richtung gf direct in's Fernrohr und nach g'c auf den Spiegel ab. Wegen der grossen Entfernung von G ist g'c parallel zu gf und daher Winkel acg' = kig. Aus optischen Gründen ist bce = acg' und pie' = kic. Da aber vermöge der Annahme bce = kic ist, so ist auch pie' = pif: d. h. der austretende Lichtstrahl e'f ist der Fernrohraxe parallel, oder mit anderen Worten: der direct gesehene sehr weit entfernte Gegenstand

und sein doppelt gespiegeltes Bild decken sich, wenn die Spiegelebenen ab und pk einander parallel sind. Dieser Satz gilt selbstverständlich auch umgekehrt, und auf ihm beruht die Bestimmung der Nullpuncte o und o′ der Kreistheilung. Bei einem fehlerfreien Instrumente steht also immer die Alhidade auf Null, wenn die Spiegelebenen ab, kp parallel sind. Der Durchmesser oo′ ist der Absehlinie des Fernrohrs parallel, während der Spiegel ab einen Winkel von 20⁰ mit ihm bildet. Einen gleichen Winkel acg′ bilden auch die Lichtstrahlen g′c, wenn der zu messende Winkel null ist; für jeden anderen Winkel fallen, wie der weitere

Fig. 153.



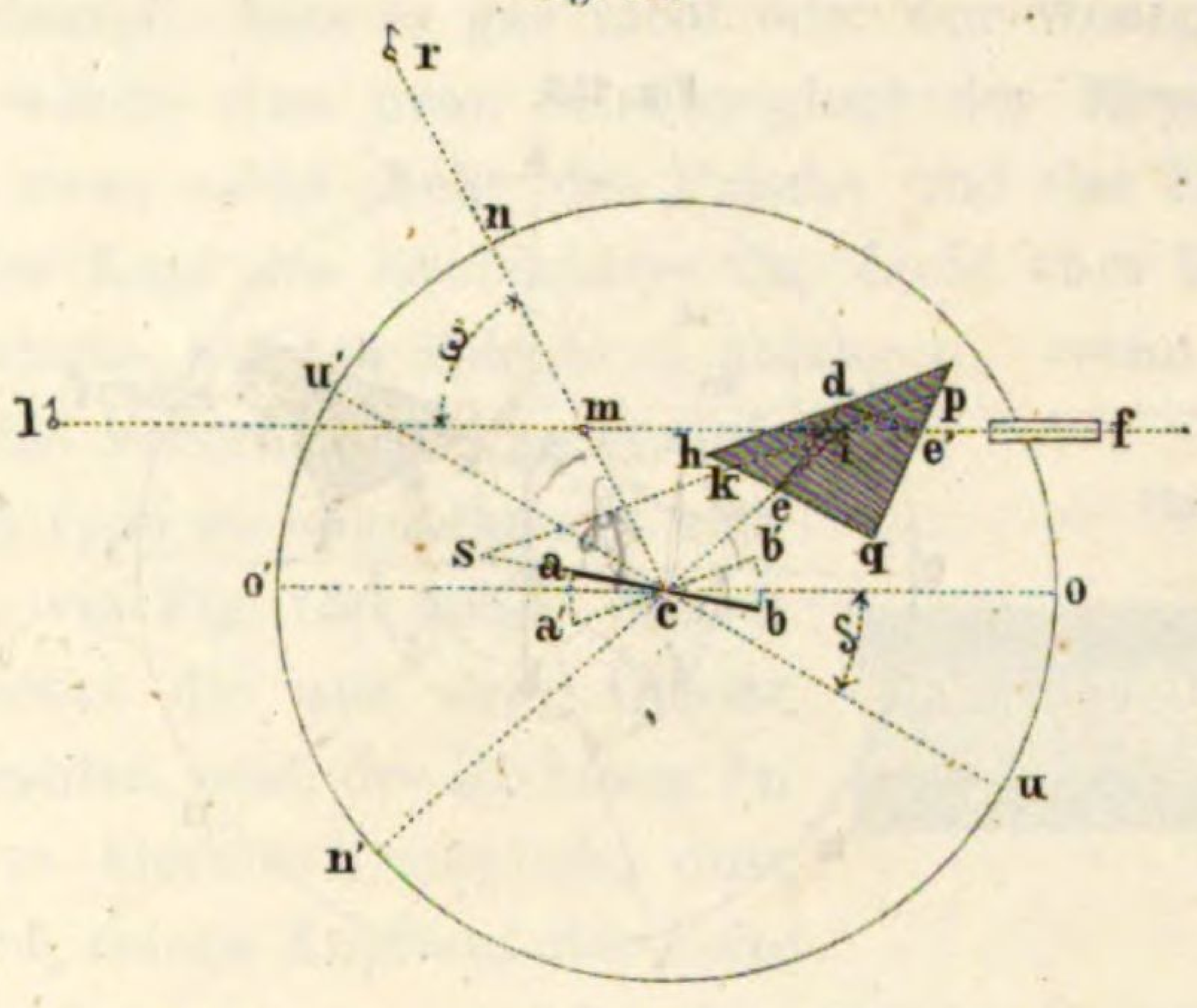
Verlauf unserer Betrachtungen zeigt, die Lichtstrahlen weniger schief gegen den Spiegel. Da der Lichtverlust durch Zerstreuung um so grösser ist, je kleinere Winkel die einfallenden Strahlen mit den Ebenen der Spiegel bilden, so ist folglich das doppeltgespiegelte Bild in dieser ersten Lage des Spiegels am wenigsten hell.

Zweite Lage: Fig. 154. Der Spiegel ab bildet mit der Linie kp im Prisma einen Winkel $bsp = \delta$, wenn das doppelt gespiegelte Bild des rechts liegenden Gegenstands r und das Bild des direct gesehenen linken Gegenstands l, der mit r am Instrumente einen Winkel $lmr = \omega$ einschliesst, sich decken. Es fragt sich, wie sich δ zu ω verhält.

Man weiss, dass der Durchmesser oo′ der Linie fl parallel ist, und dass dieser mit dem Spiegel festverbundene Durchmesser um denselben Winkel ($ocu = \delta$) gedreht wird wie der Spiegel ab, der ursprünglich mit der Linie pk parallel war. Wenn nun oo′ ∥ fl, so ist der Winkel $\omega = o'cm = o'cu' + u'cm = \delta + u'cm$. Es ist aber nach dem Gesetz der Spiegelung $u'cm + u'ca = bcb' + b'ci$, und

nach der Einrichtung des Instruments u′ c a = b′ c i; folglich muss auch u′ c m = b c b′ = dem Drehungswinkel des Spiegels = δ, und somit $\omega = 2\,\delta$ seyn. Der zweimal gespiegelte und gebrochene Strahl (lf) bildet demnach mit dem einfallenden (rc) einen Winkel (ω), der doppelt so gross ist als der Drehungswinkel (δ) des Spiegels. Dasselbe Gesetz findet beim Spiegelsextanten statt; man kann also mit dem Spiegelkreise in gleicher Weise wie mit dem Sextanten Winkel messen. Wenn jedoch der

Fig. 154.



Winkel (ω) der beiden Gegenstände (l, r) grösser wird als 130⁰, so können die von dem rechts liegenden Objecte (r) kommenden Lichtstrahlen theils wegen des vorstehenden Prismas und des Fernrohrs, theils wegen des Kopfs des Beobachters nicht mehr auf den Spiegel gelangen, und es muss sich desshalb von hier an das Messungsverfahren ändern. In welcher Weise dieses zu geschehen hat, lehrt die folgende Lage der Alhidade.

Dritte Lage: Fig. 155. Das Fernrohr (f) ist auf den rechtsliegenden Gegenstand (r) gerichtet und der Spiegel ab wird aus seiner ursprünglichen Lage a′ b′ so weit verdreht, bis das auf ihn fallende Licht von dem linken Objecte (l) in dem Fernrohre ein Bild gibt, das mit dem des rechtseitigen Gegenstands zusammenfällt. Es handelt sich um das Verhältniss des Drehungswinkels (a′ c a = o c v = δ) und des Winkels der Objecte (r m l = ω).

Da der Durchmesser o′ o dem Schenkel r f parallel läuft, so ist der erhabene Winkel o′ c n = r m l = ω. Nun ist nach der Figur

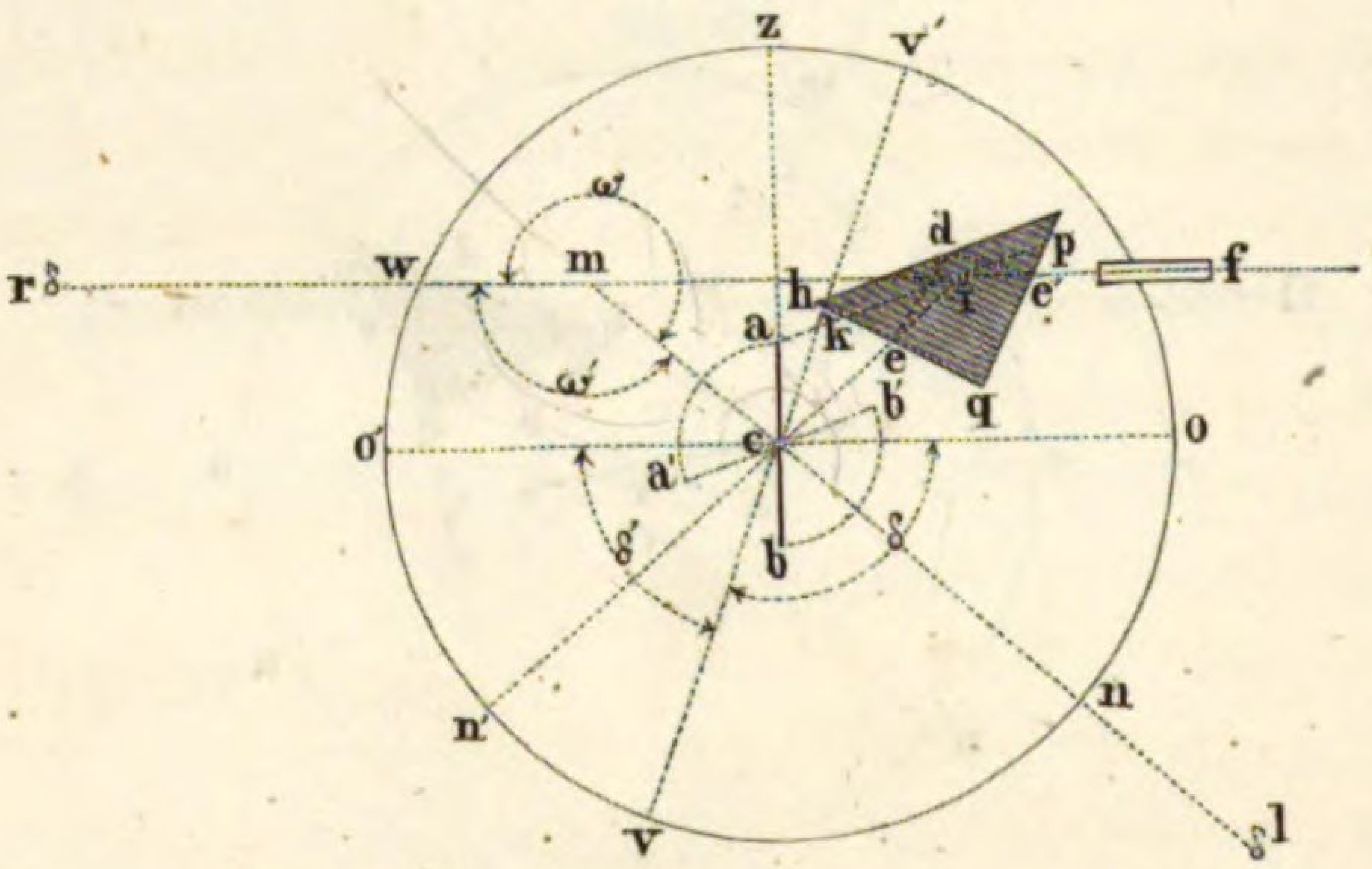
$o'cn = o'cv' + v'cn = \delta + v'cn$, nach dem Spiegelungsgesetze $bcl = aci$ und nach der Einrichtung des Instruments $acv' = b'ci$. Folglich hat man zunächst $aci = v'cb'$ und hierauf weiter $v'cn = v'cb' + b'cn = aci + bcb' - bcl = bcl + bcb' - bcl = bcb = \delta$. Es ist somit, wie bei der zweiten Lage:

$$\omega = 2\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

Da ferner $\omega' = 360^0 - \omega = 360^0 - 2\delta = 2(180^0 - \delta)$ und $\delta' = 180^0 - \delta$ ist, so hat man auch

$$\omega' = 2\delta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (125)$$

Fig. 155.



Hieraus entnimmt man, dass das schon für die zweite Lage der Alhidade aufgefundene Verhältniss der Winkel ω und δ für alle Lagen derselben gilt, und dass dieselbe Beziehung zwischen ω' und δ' stattfindet, wenn man δ' von dem zweiten Nullpunkt (o') in entgegengesetzter Richtung von δ zählt.

Da es, wie bei der zweiten Lage der Alhidade bemerkt wurde, nicht möglich ist, Winkel zwischen 130⁰ und 180⁰ auf dieselbe Art wie mit dem Sextanten zu messen, so muss man diese Winkel (ω') mit Benützung der Gleichung (125) dadurch bestimmen, dass man vom Scheitel aus das Fernrohr auf den rechtseitigen Gegenstand (r) richtet, den linkseitigen Gegenstand (l) abspiegeln lässt und nach eingetretener Deckung der Bilder den Bogen (o'v) abliest, welcher zwischen dem zweiten Nullpunkt (o') des Kreises und dem Anfangspunkt (v) des ersten Nonius enthalten ist. Der zweite Nonius (v') gibt einen annähernd gleichen Bogen (o v'), welcher vom ersten

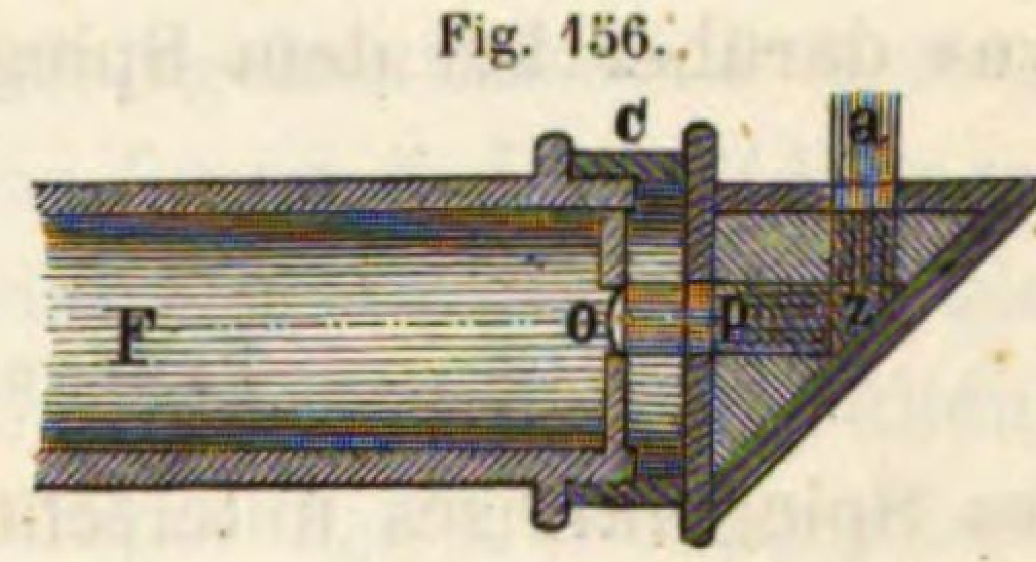
Nullpunkt (o) ausgeht. Nimmt man aus den beiden Ablesungen (o′v, ov′) das Mittel, so ist hierdurch nach §. 135 der Einfluss der Excentricität der Alhidade beseitigt.

§. 156.

Gebrauch.

Es wurde bereits angeführt, wie man Winkel von 0° bis zu 180°, die in einer beliebigen Ebene liegen, durch zwei nur wenig von einander verschiedene Verfahren messen kann. Ist der zu messende Winkel so stumpf, dass er gar nicht oder nur wenig von 180° abweicht, so würde eine neue Schwierigkeit der Messung eintreten, indem jetzt zwar nicht mehr das Prisma und das Fernrohr, wohl aber noch der Kopf des Beobachters das Licht vom linkseitigen Gegenstand hinderte, auf den Spiegel zu gelangen,[1] wenn nicht vor dem Ocular (o) des Fernrohrs ein rechtwinkliches Prisma (pz) so angeschraubt werden könnte, wie Fig. 156 zeigt. Dieses Prisma reflectirt die aus dem Ocular tretenden Strahlen nach der Richtung za und macht es hierdurch möglich, dass der Beobachter seinen Kopf auf der Seite des Fernrohrs haben kann, welche den auf den Spiegel kommenden Strahlen gegenüberliegt.

Fig. 156.



Man begreift leicht, wie man mit Hilfe dieser Vorrichtung den Spiegelkreis gerade so benützen kann, wie das Prismenkreuz, nämlich zur Einstellung in eine gerade Linie (§. 108). Es ist nur nöthig, dass man die Alhidade auf Null stellt und, indem man das Fernrohr nach dem rechtseitigen, den Spiegel aber nach dem linken Gegenstande richtet, so lange vor- oder rückwärts geht, bis man durch das Ocularprisma die Deckung der Bilder von r und l wahrnimmt. Der Griff des Instruments steht alsdann in der gegebenen Geraden (rl). Diese Aufgabe kann selbstverständlich mit dem Spiegelsextanten nicht gelöst werden; dagegen lassen sich mit ihm wie mit dem Spiegelkreise rechte und andere Winkel abstecken, wenn man den Nonius auf die Zahl einstellt, welche der Grösse des abzusteckenden Winkels entspricht, vom Scheitel aus das Bild des einen gegebenen

[1] Bei einem Winkel von 180° kommt das Licht in der Richtung oc (Fig. 155) auf den Spiegel ab, während dieser mit der Linie kp einen rechten Winkel bildet.

Objects auf die optische Axe des Fernrohrs bringt und den Stab, der das andere Object vorstellt, so lange fort verrücken lässt, bis sein Bild das erste deckt.

Wenn im vorigen Paragraph angeführt wurde, dass die Winkel zwischen 130° und 180° durch Anvisiren des rechten Schenkels gemessen werden müssen, so folgt daraus nicht, dass man nicht auch kleinere Winkel als 130° auf diese Weise messen kann: es lassen sich offenbar alle jene Winkel so bestimmen, deren linke Objecte noch ein Bild im Fernrohr geben, wenn dieses auf den rechtseitigen Gegenstand gerichtet ist. Dieses thun aber bei dem Pistor'schen Spiegelkreise alle Winkel zwischen 100° und 180°. Es ist somit klar, dass die Winkel zwischen 100° und 130° auf zwei Weisen gemessen werden können, indem man bei der einen Messung den linken und bei der andern den rechten Schenkel anvisirt.

Was die Messung der Vertikalwinkel betrifft, so gilt hier alles, was darüber bei dem Spiegelsextanten angeführt wurde.

§. 157.
Prüfung und Berichtigung

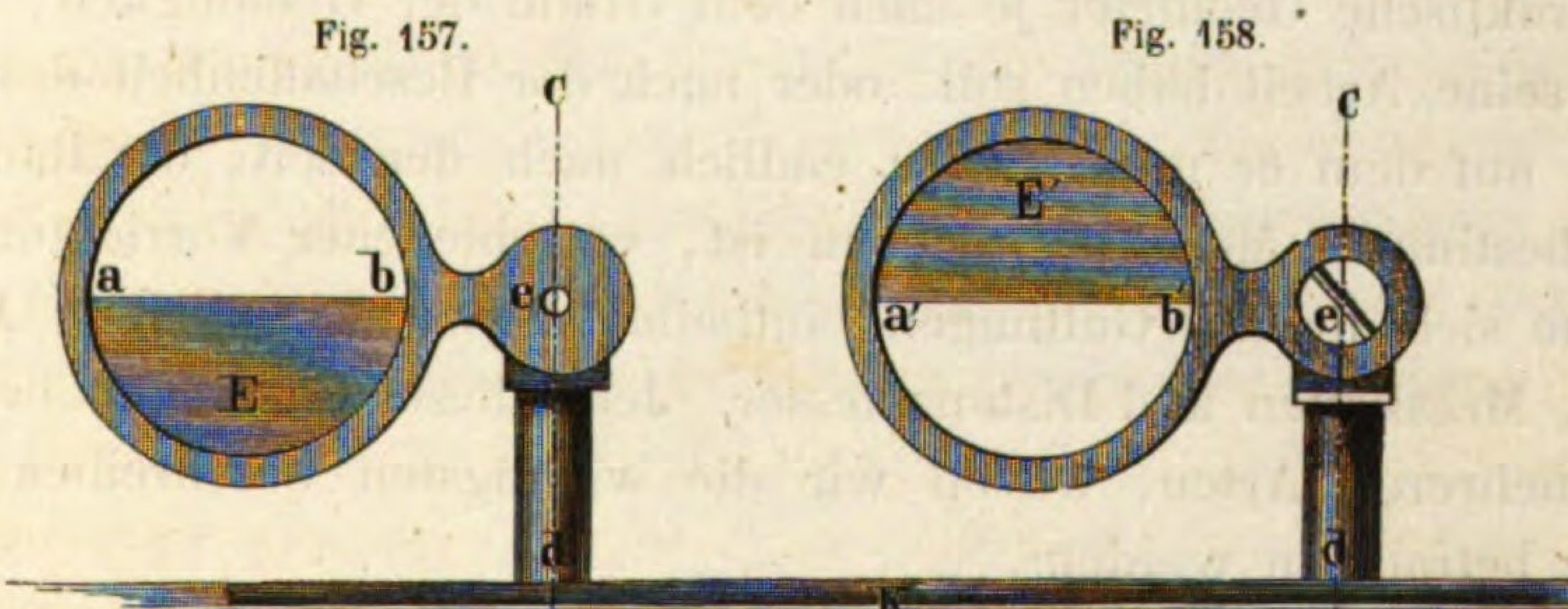
des Spiegelkreises unterscheiden sich nur sehr wenig von jenen des Spiegelsextanten. Es ist nämlich vor dem Gebrauch des Spiegelkreises zu untersuchen:

1) ob der Limbus und die Nonien richtig getheilt sind;
2) ob der Spiegel ebene und parallele Seiten hat;
3) ob die Seitenflächen des Prisma's eben und der Prismenaxe parallel sind;
4) ob der Spiegel und das Prisma auf der Limbusebene senkrecht stehen;
5) ob die Fernrohraxe dieser Ebene parallel läuft;
6) ob ein Collimationsfehler vorhanden und wie gross er ist;
7) ob die Einschlaggläser eben und parallel sind.

Die erste Untersuchung wird nach §. 135 und die zweite nach §. 28 vorgenommen. Was die dritte betrifft, so genügt es zunächst, sich auf dieselbe Weise wie bei einem Spiegel zu überzeugen, ob die Prismenflächen eben sind, da man bei der vierten Untersuchung findet, ob die Ebenen des Prisma's mit dessen Axe parallel laufen. Nachdem man nämlich nach §. 147 Nr. 3 den senkrechten Stand des grossen Spiegels, wenn er nicht vorhanden gewesen seyn sollte,

hergestellt hat, richtet man das Fernrohr auf ein sehr weit entferntes, gut beleuchtetes und scharf begrenztes Object, und versucht, durch Drehung der Alhidade dieses Object und sein doppelt gespiegeltes Bild zur Deckung zu bringen. Gelingt dieses vollständig, so sind alle Prismenebenen zur Limbusebene senkrecht und der Prismenaxe parallel; gelingt aber diese Deckung nicht, so stehen entweder alle oder eine oder zwei Prismenebenen nicht senkrecht auf der Ebene des Instruments. Man wird nun zunächst den Stand des Prisma's durch seine Stellschrauben mehrmals ändern und zusehen, ob hierdurch die mangelhafte Deckung, welche man vorhin beobachtet hat, verbessert oder gar beseitigt wird. Ist letzteres der Fall, so ist das Prisma richtig; kann man es aber in keiner Weise dahin bringen, dass das Object und sein Bild sich decken, so ist das Prisma pyramidenförmig und daher im Instrumente eben so unbrauchbar wie ein prismatischer Spiegel. Die fünfte und sechste Untersuchung weichen von der vierten und fünften des Spiegelsextanten in keiner Weise ab, wesshalb hier auf die Nummern 4 und 5 des §. 147 verwiesen wird. Die Prüfung der Einschlaggläser kann zwar auch wie bei dem Spiegelsextanten (§. 147, Nr. 6) vorgenommen werden; allein in dem vorliegenden Falle, wo sich der Träger der Einschlaggläser um eine auf der Instrumentenebene senkrecht stehende Axe (d) so weit drehen lässt, dass die Gläser zwei einander entgegengesetzte Lagen erhalten, ist folgende Untersuchung einfacher. Man bestimme nämlich auf bekannte Weise den Collimationsfehler des Instruments, indem man das zu untersuchende Glas (E) vor das Prisma stellt,

Fig. 157. Fig. 158.



wie Fig. 157 zeigt. Hierauf drehe man dieses Glas um sein Scharnir und dessen senkrechten Träger (d) in die Stellung der Fig. 158. Während vorhin die untere Hälfte des Objectivs durch das Einschlagglas

verdeckt war, ist jetzt die obere Hälfte gedeckt, und wenn vorhin die Glasflächen nach oben oder nach rechts zusammenliefen, schneiden sie sich jetzt nach unten oder nach links. In dieser neuen (zweiten) Lage des Glases bestimme man abermals den Collimationsfehler. Erhält man ihn eben so gross wie das erste Mal, so ist das Glas richtig; wird er aber grösser oder kleiner als bei der ersten Bestimmung und ist sonst sorgfältig gearbeitet worden, so rührt die Abweichung von der prismatischen Gestalt des Einschlagglases her, und es ist der Fehler, den dieses Glas bewirkt, gleich der halben Differenz der Collimationsfehler für die beiden Lagen des Glases. In gleicher Weise kann man auch das zweite Einschlagglas für sich und dann in Verbindung mit dem ersten untersuchen. Sind die aufgefundenen Fehler, welche von den Einschlaggläsern herrühren, so bedeutend, dass sie nicht vernachlässigt werden können, so müssen diese Gläser durch neue bessere ersetzt oder die Fehler bei jeder Messung in der rechten Weise in Rechnung gebracht werden.

Vierter Abschnitt.

Instrumente zum Längenmessen.

§. 158.

Zur unmittelbaren Messung von Entfernungen zweier Punkte, welche nicht lothrecht über oder unter einander liegen, bedient sich der praktische Geometer je nach dem Grade der Genauigkeit, welchen seine Arbeit haben soll, oder nach der Beschaffenheit des Bodens, auf dem er misst, oder endlich nach der Zeit, die ihm für eine bestimmte Messung gegeben ist, verschiedener Vorrichtungen, welche sich in drei Gattungen eintheilen lassen, nämlich in Massstäbe, Messketten und Distanzmesser. Jede dieser Gattungen besteht aus mehreren Arten, wovon wir die wichtigsten beschreiben und näher betrachten werden.

1. Massstäbe.

§. 159.

Der Ausdruck Massstab bezeichnet erstens eine Vorrichtung mit genauen Längenmassen, welche entweder zur Abgleichung

anderer Massstäbe oder zur unmittelbaren Ausmessung von geraden Linien dient; zweitens das Verhältniss der Entfernung zweier Punkte auf einem Plane zu ihrem Abstande in dem natürlichen Grundrisse; und drittens die Verjüngung der Längenmasse, welche zum Zweck des Zeichnens auf einem passenden Stoffe abgetragen wird. Hier gebrauchen wir das Wort Massstab nur in der ersten Bedeutung; in den beiden letzteren wird es beim Plan- und Kartenzeichnen angewendet.

Die Massstäbe zur Abgleichung oder Ausmessung werden aus verschiedenen Stoffen angefertigt: aus Metall oder Glas, wenn sie die gesetzliche Längeneinheit eines Landes darstellen und zur Abgleichung anderer Massstäbe dienen (Urmassstäbe); bloss aus Metall, wenn sie zu den feinsten Längenmessungen bei Erforschung der Gestalt und Grösse der Erde oder eines Landes gebraucht werden (Messstangen); aus Holz, wenn es sich entweder um zwar minder feine aber doch immerhin noch sehr genaue Massstäbe (Messlatten), oder um ganz gewöhnliche Längenmessungen handelt (Messstäbe).

Das Spiegelglas ist für Normal- oder Urmassstäbe ein sehr geeignetes Materiale; zu Messstangen taugt es aber wegen seiner Zerbrechlichkeit nicht: hiezu sind nur Metalle, wie Eisen, Zink und Kupfer verwendbar, weil sie nicht bloss fester sind als Glas und Holz, sondern sich auch regelmässiger als das letztere ausdehnen und zusammenziehen. Der Verwendung des Holzes zu Messstangen steht übrigens weniger die Unregelmässigkeit in der an und für sich sehr geringen Ausdehnung,[1] als vielmehr die unter dem Namen Schwinden bekannte Formveränderung entgegen, welche aus dem Einflusse der atmosphärischen Feuchtigkeit entspringt und trotz aller Vorsichtsmassregeln niemals ganz zu vermeiden ist. Damit soll aber keineswegs behauptet werden, dass man mit gut gearbeiteten Messlatten aus völlig trockenem Tannenholze nicht noch eine Genauigkeit der Längenmessung von 1 auf 10 000 erreichen könnte.

Urmassstäbe.

§. 160.

Die Ur- oder Normalmassstäbe werden in den Staatsarchiven sorgfältig aufbewahrt und niemals zu unmittelbaren Messungen,

[1] Nach Kater dehnt sich das Tannenholz für 1° C. nur um 0,000004 der Länge aus, welche es bei 0° hat.

sondern nur zur Abgleichung derjenigen Massstäbe gebraucht, welche in der praktischen Geometrie und bei wissenschaftlichen Untersuchungen zu genauen Längenmessungen dienen. Man unterscheidet zwei Formen derselben: nämlich solche, welche das Ur- oder Muttermass bei einer bestimmten Temperatur durch den Abstand ihrer ebenen oder abgerundeten Endflächen angeben (Massstäbe mit Endflächen, étalons à bouts) und solche, welche die einfache oder zusammengesetzte Längeneinheit bei einem bestimmten Wärmegrad durch die Entfernung zweier zur Axe des Massstabs senkrechter Striche darstellen (Massstäbe mit Endstrichen, étalons à traits). Die Urmassstäbe mit Endflächen verdienen stets den Vorzug vor denen mit Endstrichen, weil sie erfahrungsmässig nicht bloss eine leichtere und genauere Abgleichung mit anderen Massstäben gestatten, sondern auch bei einer geringen Biegung, die sie fast immer erleiden, wenn ihre Unterlage nicht eine vollkommene und ganz feste Ebene ist, ihre Länge weniger ändern als jene. Das Letztere ist leicht einzusehen. Denn da bei der Biegung eines wagrecht liegenden Stabes dessen obere Fasern zusammengedrückt, die unteren ausgedehnt, die mittleren aber weder verlängert noch verkürzt werden, so behält die Axe des Stabes ihre Länge bei, während der Bogen zwischen den auf der oberen Fläche des Stabes befindlichen Strichen kürzer wird. Bei der Abgleichung wird nun zwar nur die Sehne der Bögen zwischen den Endpunkten oder den Endstrichen benützt, eine einfache Ueberlegung zeigt aber, dass die Sehne zwischen den Mittelpunkten der Endflächen weniger von der Normallänge abweicht als die Sehne zwischen den Endstrichen auf der Oberfläche des Massstabes.

Einer der vorzüglichsten Urmassstäbe, welche es gibt, ist ohne Zweifel der preussische, welchen Bessel im Jahre 1837 herstellte. Der drei Fuss lange prismatische Stab besteht aus Gussstahl und hat einen quadratischen Querschnitt von dreiviertel Zoll Seite. Seine Enden sind durch abgestumpfte Kegel von Saphir in der Art gebildet, dass die grösseren Grundflächen dieser in Gold gebetteten Kegel sich im Inneren des Stabes befinden und die kleineren abgerundeten nur wenig über die Enden des Stahlstabs vorstehen. Gegen Abnützung der Endflächen bei Vergleichungen schützt die Härte der Steine, und gegen die Erweiterung der Kegelbetten und die damit verbundene Längenänderung, welche in Folge einer Rostbildung

eintreten könnte, das Gold. Die Entfernung der beiden äussersten Endflächen der Saphire, in der Axe des Stabes und bei $16\frac{1}{4}{}^{0}$ C gemessen, beträgt nach der Aufschrift des Massstabes 0,00063 Linien weniger als drei preussische oder rheinländische Fusse.

Von diesem Normalmassstabe kann man Copien durch die kön. Normaleichungscommission in Berlin beziehen. Dieselben bestehen, wie das Urmass, aus weichem Gussstahl, haben aber keine Saphir-, sondern Stahlenden, welche nach der Befestigung am Stabe senkrecht zur Axe abgeschliffen und fein polirt werden. Zum Schutze gegen Staub und Rost sind sie mit messingnen Kapseln bedeckt.

Die Arbeiten, welche Bessel bei Herstellung des preussischen Urmasses vornahm, hat derselbe in dem im Jahre 1839 von dem preussischen Ministerium der Finanzen und des Handels bekannt gemachten Werke: „Darstellung der Untersuchungen und Massregulirungen, welche in den Jahren 1835—1838 durch die Einführung des preussischen Längenmasses veranlasst worden sind", beschrieben. Wir verweisen hier um so mehr auf dieses lehrreiche Werk, als es ausser unserer Absicht liegt, hier Näheres über die Vergleichung von Normalmassen unter sich und mit anderen Massstäben mitzutheilen. Wer sich in dieser Hinsicht weiter unterrichten will, mag die Abhandlung von Steinheil in den Denkschriften der Münchener Akademie der Wissenschaften (1844, Bd. IV.) über die Copie des Meters der Archive in Paris und die von Abbildungen begleitete Beschreibung der Comparatoren des Wiener polytechnischen Instituts von Stampfer in den Jahrbüchern dieses Instituts (Bd. 18, S. 149 bis 210) nachlesen.

Messstangen.

§. 161.

Apparat nach Reichenbach.

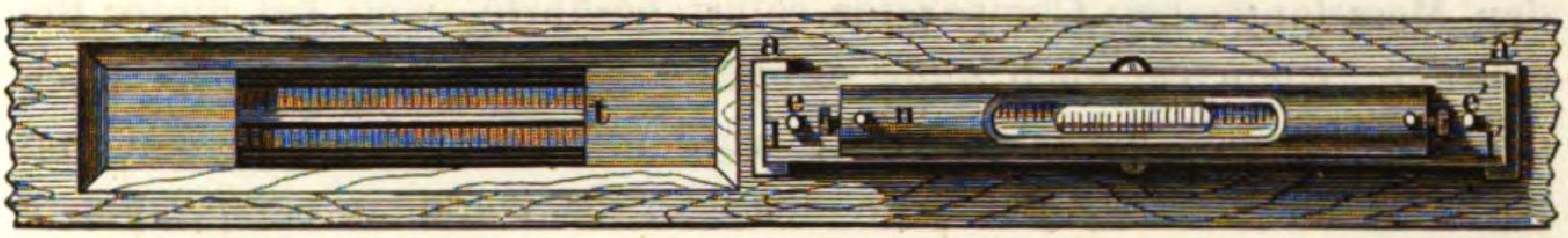
Man hat früher die Messstangen senkrecht auf ihre Axen abgeschnitten und bei der Längenmessung mit den stumpfen Endflächen aneinandergestossen. Hierdurch wurde in der Regel der Erfolg der Mühe, welche man auf das Vergleichen dieser Stangen mit den Urmassen verwendet hatte, wieder vernichtet. Borda unterliess zuerst das Aneinanderstossen der Messstangen, indem er dieselben an einem Ende mit einem eingetheilten Schieber versah, der bis an das andere Ende der nächstliegenden Stange gerückt werden konnte. Die

Berührung eines leichten Schiebers vermochte eine schwere Messstange nicht mehr zu verrücken; und da der Schieber mit einem Nonius versehen war, so konnte man den Abstand der Endflächen der Messstangen mit ziemlicher Genauigkeit messen, so lange diese ganz wagrecht lagen: bei schiefer Lage traten, wie leicht zu begreifen, wegen der nicht mehr parallel laufenden Endflächen Fehler ein, die eine weitere Verbesserung der Messstangen wünschen liessen. Diese Verbesserung ging von Reichenbach aus, indem er die Messstangen an ihren Enden mit Schneiden versah und den Messkeil einführte, der in §. 74 beschrieben wurde. Seit Reichenbach wendet man fast ausschliesslich Messstangen mit Schneiden und Keilen an; wenigstens sind die bedeutendsten Grad- und Landesmessungen mit solchen Stangen gemacht worden. Wir legen unserer Beschreibung den Basisapparat zu Grunde, welchen Schwerd nach dem Münchener, womit die grosse Speierer und die Nürnberger Basis gemessen wurde, angefertigt und zur Messung der kleinen Speierer Basis, wovon schon S. 129 die Rede war, benützt hat.

Dieser Apparat besteht aus 5 Messstangen von Eisen, jede von 4 Meter Länge und 1 Centimeter Dicke und Breite. Die beiden Enden jeder Stange sind von federhartem Stahl und keilförmig zugearbeitet; während die eine Kante lothrecht ist, liegt die andere wagrecht; beide stehen senkrecht zur Axe der Messstange. Jede solche Stange befindet sich in einem hölzernen Gehäuse, aus dem nur die Stahlkanten 2 Centimeter weit hervorragen. Die Bretter sind, um das Verziehen zu hindern, der Länge nach entzwei geschnitten und mit entgegengesetzten Fasern zusammengeleimt, und zur Verstärkung des Gehäuses gegen Biegung dient ein an der unteren Fläche angebrachter Riegel von 6 × 6 Quadratcentimeter Querschnitt. In der Mitte des Gehäuses ist jede Eisenstange festgeklemmt, nach den Enden hin kann sie sich aber frei ausdehnen. Neben dieser Klemmung liegt das Thermometer, womit die Temperatur der Messstange gemessen wird, auf einem dünnen Brettchen so, dass die Kugel das Eisen berührt und die Röhre der Axe des Massstabs parallel läuft. Ueber der Scale t in Fig. 159 (die eine Oberansicht des mittleren Theils einer Messstange mit ihrem Gehäuse vorstellt), ist der Deckel des Gehäuses durchbrochen und mit einer Glasscheibe versehen, welche vor und nach der Ablesung des Thermometers mit einem Brettchen zugedeckt wird. Mitten auf dem Gehäuse ruht eine

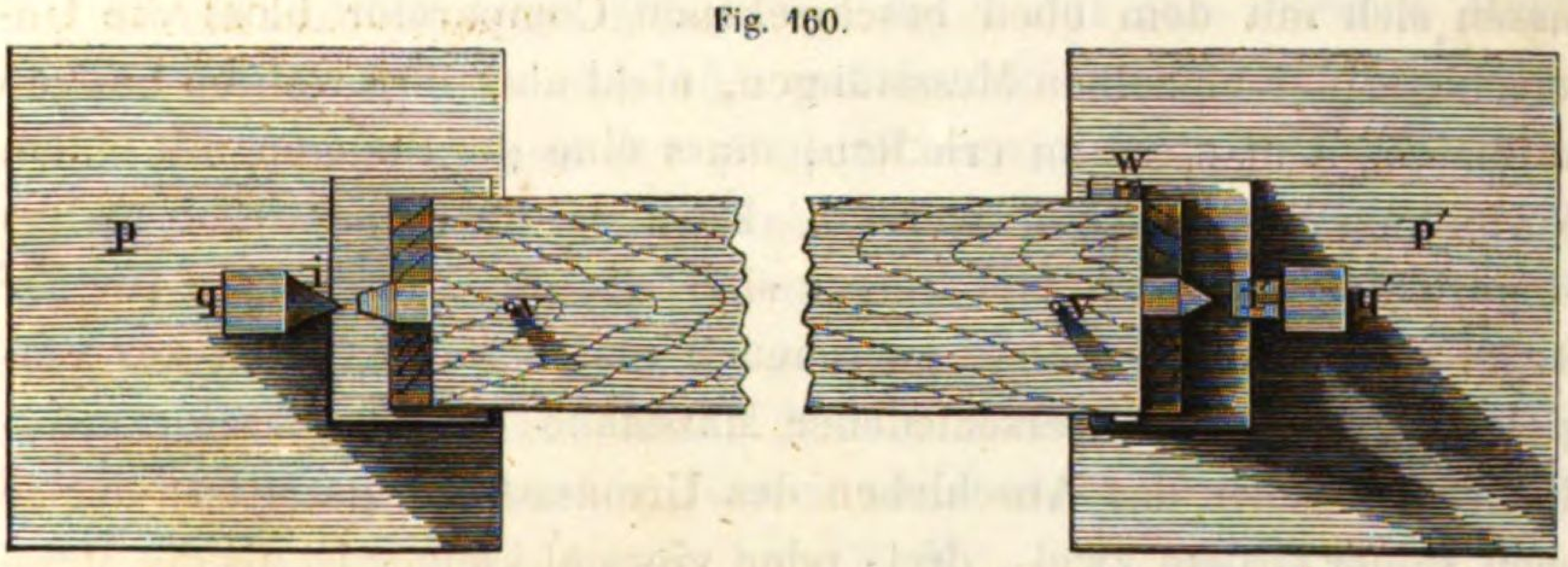
Röhrenlibelle (n) auf zwei Messingblättchen (a, a'). Das Lineal (l l'), welches die Libelle trägt und diese Blättchen berührt, wird an einer seitlichen Bewegung durch zwei lothrechte Stifte (e, e') gehindert; es kann sich jedoch auf und ab bewegen, da diese Stifte nur lose hindurch gehen. Zur Messung des Neigungswinkels der Massstabaxe

Fig. 159.



gegen den Horizont dient der Messkeil, welcher in folgender Weise angewendet wird. Man schiebt ihn auf der unteren Seite der Libelle so weit zwischen a und l oder a' und l', bis die Luftblase einspielt, und bemerkt die Ordinate, bis zu welcher er eingedrungen ist: aus der Länge derselben und der Länge des Lineals l l' ergibt sich die Tangente des gesuchten Neigungswinkels. Um die Messstangen genau in die zu messende gerade Linie einstellen zu können, befinden sich auf den Enden jedes Gehäuses zwei lothrechte Visirstifte (v, v), welche durch die Axe der Messstange gehen.

Fig. 160.



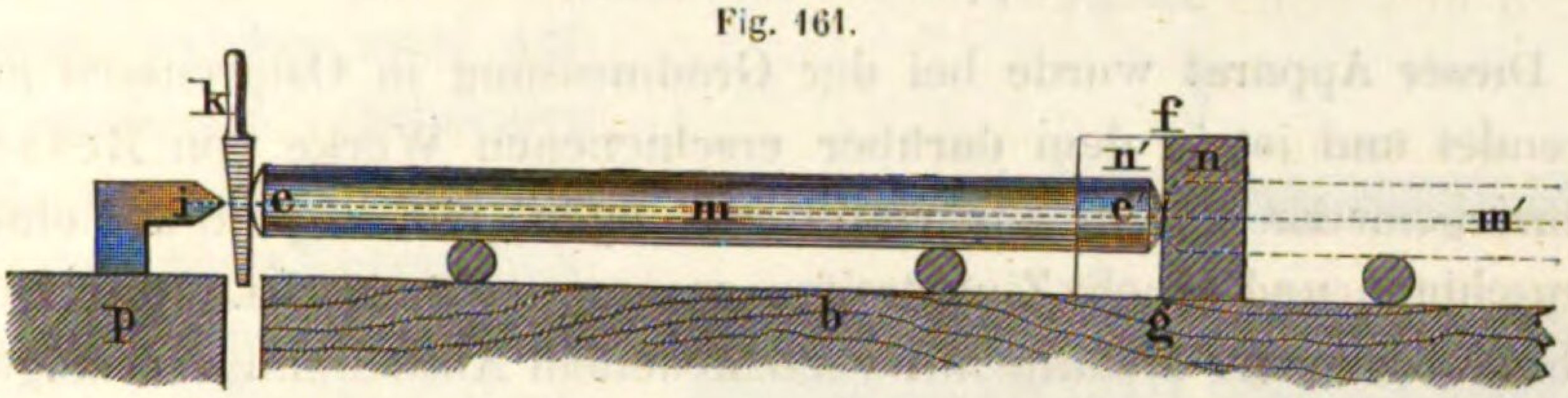
Der Comparator (Massvergleicher), welchen Prof. Schwerd zur Bestimmung der Längen der einzelnen Messstangen anwandte, hatte folgende Einrichtung. In zwei 4 Meter von einander entfernten und auf guten Fundamenten ruhenden Steinpfeilern (p, p') standen zwei mit Blei eingegossene lothrechte eiserne Prismen (q, q') von $0^{m},15$ Höhe, welche an den einander zugewendeten Seiten Stahlkeile (i, i') trugen, wovon der eine mit einer wagrechten, der andere mit einer lothrechten Schneide versehen war. Diese Schneiden standen auf der geraden Linie, welche ihre Mitten verband, senkrecht

und waren in dieser Richtung 4^m,004 von einander entfernt. Bei der Vergleichung der Stangen wurde eine nach der anderen so auf den Comparator gebracht, dass je eine wagrechte Kante einer lothrechten gegenüberstand und ein kleiner Zwischenraum blieb, der durch den bekannten geometrischen Keil gemessen werden konnte. Es wurde durchaus vermieden, dass eine Schneide der abzugleichenden Messstange den Comparator selbst berührte, weil bei dieser Berührung, wenn sie auch ganz sorgfältig geschieht, die Eisenprismen q, q' stets etwas zurückgedrückt werden. Um beim Auflegen und Richten der Messstangen jede aus starker Reibung entspringende Verrückung der Steinpfeiler zu vermeiden, wurden die Gehäuse an einem Ende auf eine dünne Walze (w) gelegt, wodurch sie leicht zu verschieben waren. Eine kleine Verschiebung wurde immer vorgenommen, wenn man eine Stange mehrmals nacheinander messen wollte: hiebei musste nothwendig die Summe der Ordinaten dieselbe bleiben, wenn keine Temperaturveränderung stattfand. Der Unterschied in den Längen zweier Messstangen ist selbstverständlich dem Unterschiede der für diese Stangen gefundenen Ordinatensummen gleich.

Hat man zur Vergleichung keine schon genau bestimmte Messstange von gleicher Grösse und Einrichtung wie die übrigen, so lassen sich mit dem eben beschriebenen Comparator bloss die Unterschiede der einzelnen Messstangen, nicht aber ihre wahren Längen auffinden. Um diese zu erhalten, muss eine der Stangen mit einem Normalmasse verglichen werden. Da aber die Urmassstäbe anders eingerichtet und auch viel kürzer sind als die Messstangen (in der Regel wechselt ihre Länge zwischen 3 und 6 Fuss), so ist zur Vergleichung zweier so verschiedener Massstäbe ein Comparator erforderlich, welcher das Abschieben des Urmassstabes gestattet, der je nach seiner Grösse zwei-, drei- oder viermal kleiner ist als die Messstange. Um zwischen den Endpunkten des Comparators eine passende Unterlage zu erhalten, befestigt man innerhalb der beiden Steinpfeiler p, p' (Fig. 161) einen starken vierkantigen Balken b aus trockenem Tannenholze in wagrechter Lage so, dass der aufgelegte Urmassstab in die Höhe der Schneiden i, i' kommt. Auf diesem Balken zieht man zwei Linien, die der Mittellinie i i' parallel und um die halbe Massstabbreite von ihr entfernt sind. Zwischen diesen Linien geschieht die Abschiebung des Urmasses mit Hilfe zweier genau geschliffener Messingplatten in folgender Weise.

Man bringt das Urmass (m) in die gegebene Richtung, stellt zwischen dem vorderen Ende l und der Schneide i den Keil ein, schiebt die Messingplatte n an das andere Ende e' des Urmasses, nimmt hierauf den Keil und den Massstab m weg, rückt ganz dicht

Fig. 161.



die zweite Platte n' an die erste n, legt jetzt das Urmass m an die Platte n' an, und verfährt weiter wie vorhin, bis man an das andere Ende i' des Comparators gelangt, wo der Raum zwischen dem Ende e' des Normalmasses und der Schneide i' durch den Keil gemessen wird. Es versteht sich von selbst, dass man sowohl bei der Abgleichung der Messstangen unter sich als bei der Vergleichung einer derselben mit dem Urmasse fortwährend die Temperatur der in Untersuchung befindlichen Massstäbe beobachten und jede ungleiche Erwärmung derselben vermeiden muss.

Schwerd hat seine Messstange Nr. 1 mit dem eisernen Meter-Etalon von Lenoir, welcher sich auf dem k. topographischen Bureau in München befindet und der schon früher zur Abgleichung der Messstangen für die grossen Grundlinien zur bayerischen Landesvermessung benützt wurde, verglichen und gefunden, dass dieselbe bei einer Temperatur von 13° R. eine Länge von $4^m - 0^m,0002607$ hat. Da er die Längen der Messstangen Nr. 2 bis 5 bereits durch die Länge der ersten ausgedrückt hatte, so waren somit auch deren absolute Längen bekannt; es war nämlich bei 13° R.:

die Stange Nr. 1 = $4^m - 0^m,0002607 = 4^m - 0^m,0002607$
„ „ Nr. 2 = Nr. 1 $+ 0^m,0000582 = 4^m - 0^m,0002025$
„ „ Nr. 3 = Nr. 1 $- 0^m,0002782 = 4^m - 0^m,0005389$
„ „ Nr. 4 = Nr. 1 $- 0^m,0003616 = 4^m - 0^m,0006123$
„ „ Nr. 5 = Nr. 1 $- 0^m,0002708 = 4^m - 0^m,0005315$

und eine ganze Lage von 5 Stangen somit = $20^m - 0^m,0021459$. Den mittleren Fehler dieser Längenbestimmungen nimmt Schwerd nach seinen Untersuchungen hierüber zu 1,5 Milliontel jeder einzelnen Länge, d. h. für eine Messstange zu 0,006 Millimeter an. Die

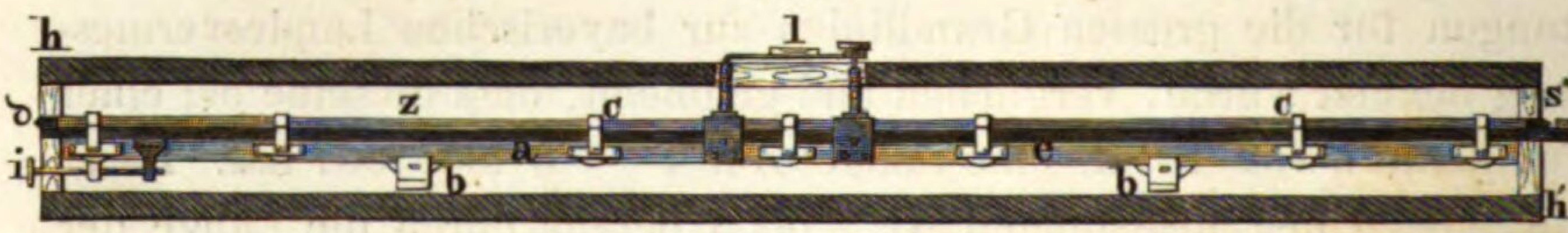
Ausdehnung des Eisens, aus welchem die Messstangen bestehen, wurde hierbei für 1^0 R und 1^m Länge gleich $0^m,00001445$ gefunden.

§. 162.

Apparat von Bessel.

Dieser Apparat wurde bei der Gradmessung in Ostpreussen angewendet und ist in dem darüber erschienenen Werke von Bessel beschrieben. Er besteht aus vier Messstangen, wovon jede aus einer Eisenschiene und einem Zinkstreifen zusammengesetzt ist. Durch die Verbindung zweier Metalle mit verschiedenem Ausdehnungsvermögen ist es, wie wir bald sehen werden, möglich, die Temperatur und Ausdehnung der Messstangen genauer als durch ein Quecksilberthermometer zu messen, welches in der Regel nur die Temperatur der Luft im Gehäuse der Stangen anzeigt, während die Erfahrung lehrt, dass der Wärmegrad eines festen Körpers von dem seiner Atmosphäre sehr abweichen kann, namentlich wenn sich die Temperatur der letzteren schnell ändert. Von den folgenden Figuren 162 bis 167 ist die erste nicht bloss in kleinerem Massstabe als die übrigen gezeichnet, sondern auch nach der Länge etwas verkürzt, um auf dem gegebenen beschränkten Raum eine vollständige Uebersicht der Anordnung einer Messstange zu gewähren.

Fig. 162.



Jede der Messstangen des Bessel'schen Basisapparates besteht zunächst aus einer Eisenschiene (e) von 2 Toisen Länge, 12 Linien Breite und 3 Linien Dicke. Auf dieser Schiene liegt ihrer ganzen Länge nach ein eben so dicker aber nur 6 Linien breiter Zinkstreifen (z). Die einander zugewendeten Flächen berühren sich möglichst gut, da sie abgehobelt sind. An einem Ende — wir wollen es das linke nennen — ist der Zinkstreifen auf die Eisenschiene geschraubt und gelöthet; ausserdem aber haben beide keine feste Verbindung. Beide Enden des Zinkstreifens sind mit keilförmigen Stahlstücken (σ s) bewaffnet, deren Kanten den Berührungsflächen

der Metallstreifen parallel sind. Auf dem rechten Ende der Eisenschiene, welche etwas über das Zinkende vorsteht, ist, wie aus Fig. 163 (wovon der obere Theil einen Aufriss, der untere einen Grundriss zweier Stangenenden vorstellt) entnommen werden kann, ein Stahlstück (s′ s″) befestigt, welches zwei aufrechtstehende Schneiden hat, von denen die eine (s′) dem bewaffneten Zinkende (s) und die andere (s″) der wagrechten Kante (σ) der nächsten Messstange sich zuwendet. Durch einen Keil k kann man, wie bei dem Reichenbach'schen Apparat, den Abstand σ s″ zweier Messstangen, und durch einen zweiten Keil k′ die Entfernung s s′ messen, welche in einer bestimmten Beziehung zur Temperatur der Messstange steht. Jede solche Stange ist von einem hölzernen Kasten (h h′) umgeben und nach Fig. 162 in sieben Punkten (c, c) unterstützt. Brächte man diese Unterstützungspunkte in den Wänden des Kastens selbst an, so würde die Messstange den Einflüssen, welche Feuchtigkeit und Wärme auf das Holz ausüben, unmittelbar ausgesetzt seyn. Um dieses zu vermeiden, sind die Ruhepunkte an einer 6 Linien dicken und 14 Linien

Fig. 163.

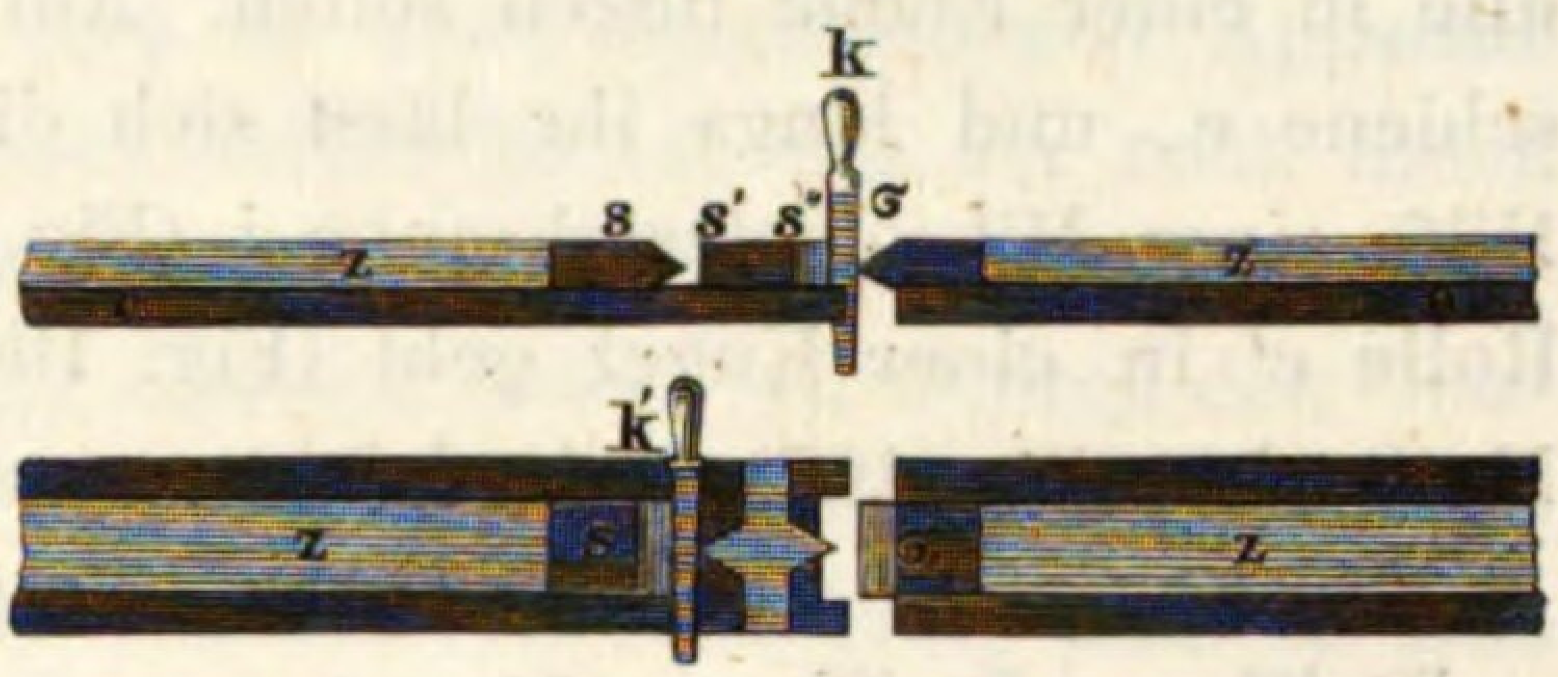


Fig. 164.

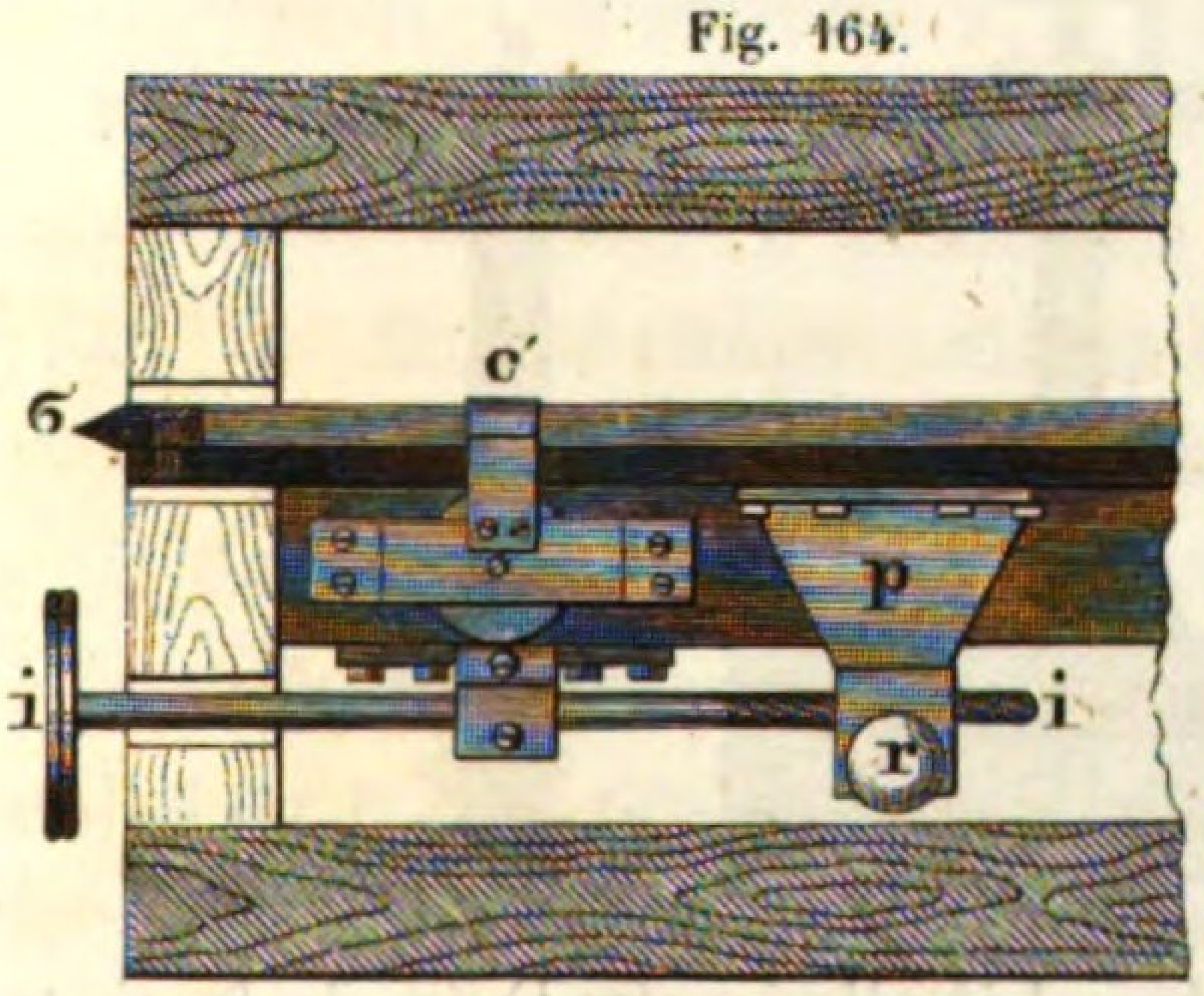
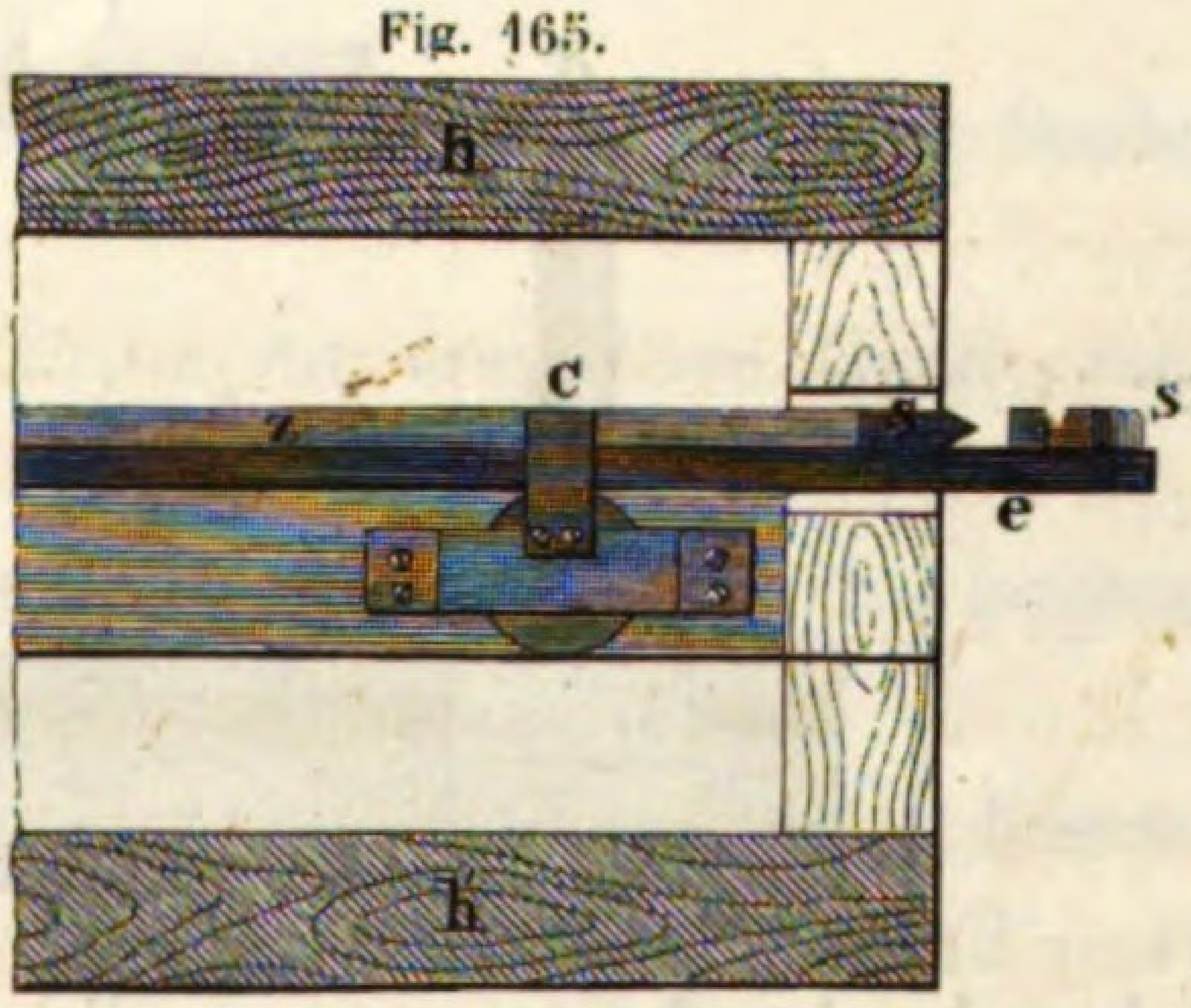


Fig. 165.



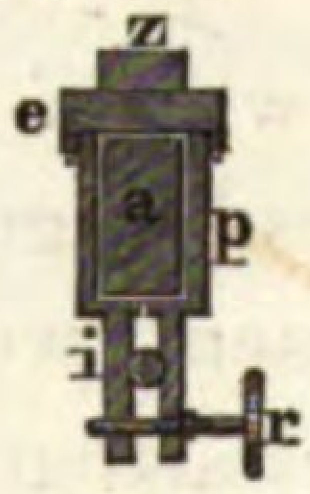
hohen Eisenschiene (a) angebracht, welche durch den ganzen Kasten geht und mit ihrer hohen Kante auf zwei an den Wänden befestigten gabelförmigen Trägern (b, b) ruht. Die Unterstützungen (c, c) bestehen (nach den Figuren 164 und 165, welche die beiden Enden einer Messstange nebst Gehäuse vorstellen, und nach Fig. 166, welche ein Schnitt durch die Stelle c′ der Fig. 164 ist) aus Rollen (ϱ, ϱ),

von denen je zwei sich gegenüberstehen und eine gemeinschaftliche von der Schiene a getragene Axe haben. Die Durchmesser dieser Rollen sind nicht ganz gleich, sondern die der mittleren um so viel grösser als die aus dem Eigengewicht entspringende Biegung der Schiene a für den Fall fordert, dass die obersten Stellen der Rollen alle in einer Ebene liegen sollen. Auf dieser Ebene ruht die Eisenschiene e, und längs ihr lässt sich die ganze Messstange (e z) mit Hilfe einer Mikrometerschraube i (Fig. 164), welche unterhalb der Rolle c′ in einer Kugel geht (Fig. 166) und in dem Ansatz p ihre Mutter hat (Fig. 167), sehr leicht etwas vor- und rückwärts bewegen.

Fig. 166.

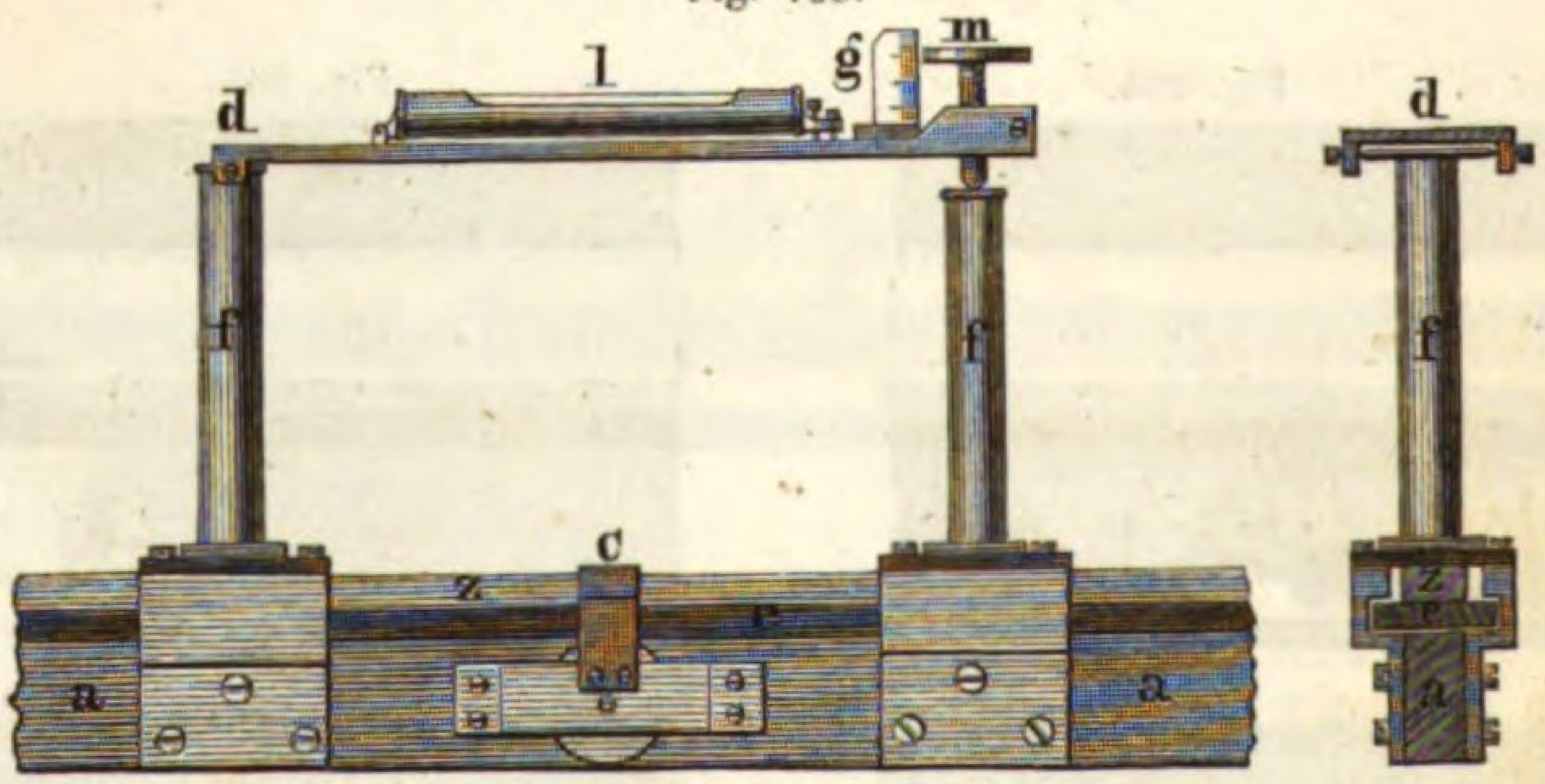


Fig. 167.



Zur Verhütung einer Seitenbewegung der Messstange dient ein an den Rollen angebrachter und die Metallstreifen fast berührender Bügel (c′). Die Röhrenlibelle (l), womit die Messstange wagrecht gestellt oder ihre Neigung gegen den Horizont gemessen werden kann, ist auf die aus Fig. 168 deutlich zu entnehmende Weise mit der Eisenschiene a verbunden. Durch eine Mikrometerschraube (m), deren Kopf in 50 Theile getheilt ist, kann sie um eine wagrechte Axe (d) gedreht und folglich horizontal gestellt werden. Liest man bei dieser Stellung den Stand des

Fig. 168.



Schraubenkopfes m gegen die auf der Libellenunterlage befestigte Scale g ab, und weiss man, bei welchem Stande die Libellenaxe der Messstange parallel läuft, so ist der Unterschied der Ablesungen dem Neigungswinkel der Messstange proportional und es kommt, wenn man den Neigungswinkel selbst will, nur darauf an, durch Versuch zu bestimmen, welcher Höhen- oder Tiefenwinkel der Libellenaxe einem Scalentheil entspricht. Mit der Schraube m und der

Scale g können an dem Bessel'schen Basisapparate Neigungswinkel der Messstangen bis zu drei Graden gemessen werden. Was die Keile betrifft, welche zu diesem Apparate gehören, so sind dieselben aus Glas und war von ihnen bereits in §. 75 die Rede.

Die Aenderungen, welche die Wärme in der Länge einer Messstange bewirkt, werden an dem so eben beschriebenen Apparate durch den Abstand (s s′) des freien Zinkendes (s) von der nach innen gewandten Schneide (s′) des auf der Eisenschiene e befestigten Stahlstücks (s′ s″) gemessen, und der Abstand selbst wird durch den Glaskeil k′ (Fig. 163) ermittelt. Da sich das Eisen bei gleicher Temperaturänderung weniger ausdehnt als das Zink, so ist klar, dass es eine Temperatur (T^0) geben muss, bei welcher der Abstand s s′ null ist, d. h. die Schneiden s und s′ sich berühren, und eben so ist klar, dass die Messstangen keiner höheren Temperatur als dieser ausgesetzt werden dürfen, wenn sich die Schneiden s und s′ nicht in einander drücken und folglich beschädigen sollen. Je weiter die Temperatur unter T^0 herabsinkt, desto mehr entfernen sich die Schneiden s und s′ von einander, desto grösser wird also der Abstand s s′. Heisst

L die Länge (σ s″) der Eisenschiene (e) der Messstange bei der Temperatur T^0;

L′ die Länge (σ s) des Zinkstreifens (z) der Messstange bei derselben Temperatur T^0;

k der Ausdehnungscoefficient des Eisens für einen Grad der Scale, nach welcher T gemessen wird;

k′ der Ausdehnungscoefficient des Zinks für denselben Grad, wofür k gilt; und ist endlich

a der durch den Glaskeil (k′) angezeigte Abstand (s s′) der beiden Schneiden s und s′ bei der Temperatur t^0:

so hat sich bei der Senkung der Temperatur von T auf t der Eisenstreif um die Länge $kL\,(T-t)$ und der Zinkstreif um $k'L'\,(T-t)$ verkürzt. Die Verkürzung des Zinkstreifens ist, weil $k' > k$, bedeutender als die des Eisenstreifens: es geht folglich der Abstand Null der Schneiden s und s′ in a über, und es ist somit

$$a = k'L'(T-t) - kL\,(T-t) = (T-t)\,(k'L' - kL); \quad . \quad (126)$$

woraus man die Temperatur, welche die Messstange hat, nämlich

$$t = T - \frac{a}{k'L' - kL} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (127)$$

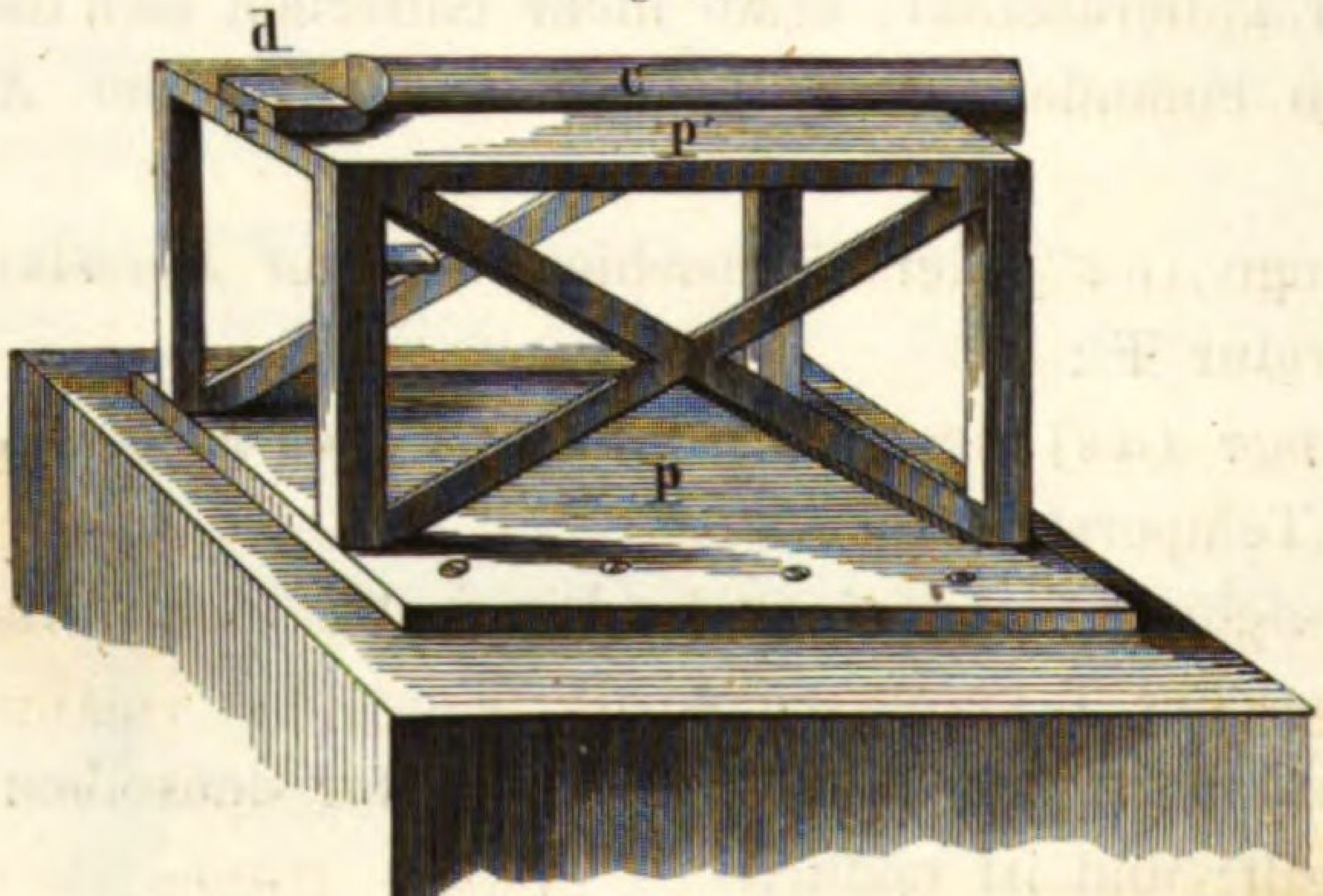
findet, während die Länge der Messstange bei dieser Temperatur

$$l = L - kL\,(T - t) = L\left(1 - \frac{a\,k}{k'L' - kL}\right) \quad . \; . \; . \quad (128)$$

ist. Man entnimmt hieraus, dass man die Länge l der Messstange bei irgend einer Temperatur t^0, welcher der Abstand a entspricht, ohne ein Quecksilberthermometer erhält, wenn nur die Coefficienten k und k', die Längen L und L', sowie die Ordinaten des Messkeils vorher genau bestimmt sind.

Der Comparator, dessen sich Bessel zur Abgleichung seiner Messstangen bediente, hatte folgende Einrichtung. Auf einer festen unbiegsamen Holzunterlage, welche einige Fuss länger war als die abzugleichenden Messstangen und die eine unveränderliche wagrechte Lage hatte, wurden in einer Entfernung, welche die Länge einer Stange etwas übertraf, zwei kleine Metallgestelle, wie Fig. 169 eines zeigt, mit ihren Grundplatten (p) in der Art festgeschraubt, dass die

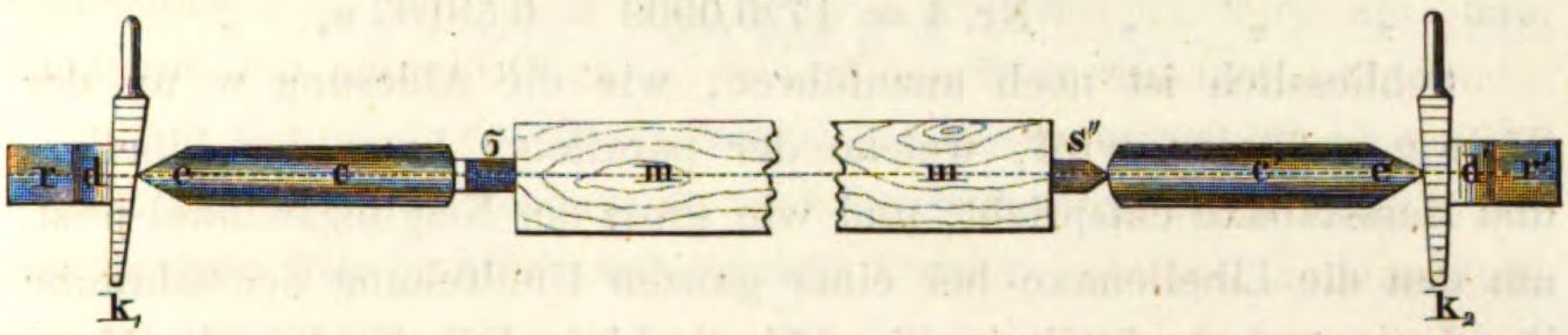
Fig. 169.



auf den oberen Platten (p') befindlichen Stahlstücke (r) nach aussen und die abgerundeten Endflächen der polirten Stahlcylinder (c), welche sich in einer hohlen Bahn auf den Platten p', p' verschieben lassen, nach innen standen. Die Axen dieser Cylinder oder ihrer Bahn mussten hiebei in die gerade Linie gebracht werden, welche auf den Schneiden d, d der Stahlstücke r, r senkrecht stand und durch ihre Mittelpunkte ging. Die lothrechten Schneiden der Cylinder c, c standen den wagrechten der Stahlstücke r, r gegenüber und es konnte ihr Abstand von einander durch Messkeile (k, k') bestimmt werden. Zwischen die kugelförmigen Endflächen der Cylinder c, c wurde die

Messstange (m) so gelegt, das ihre Axe mit jener der Cylinder zusammenfiel und folglich die Mitten der Kanten σ und s″ die Mittelpunkte der Kugelflächen der Cylinder berührten, wenn man diese gegen die Stange so schob, wie Fig. 170 zeigt.

Fig. 170.



Nennt man A den unveränderlichen Abstand der Schneiden d, d′ von einander; e, e′ die Längen der Cylinder c, c′; u′, v′ die Dicken der eingeschobenen Keile an der Berührungsstelle, und l′ die Länge der Messstange m bei dieser Vergleichung: so ist offenbar

$$A = l' + e + e' + u' + v'.$$

Für eine zweite Messstange von der Länge l″ hat man, wenn u″, v″ die Keildicken vorstellen:

$$A = l'' + e + e' + u'' + v'',$$

und hieraus den Längenunterschied der beiden Stangen

$$l' - l'' = (u'' + v'') - (u' + v') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129)$$

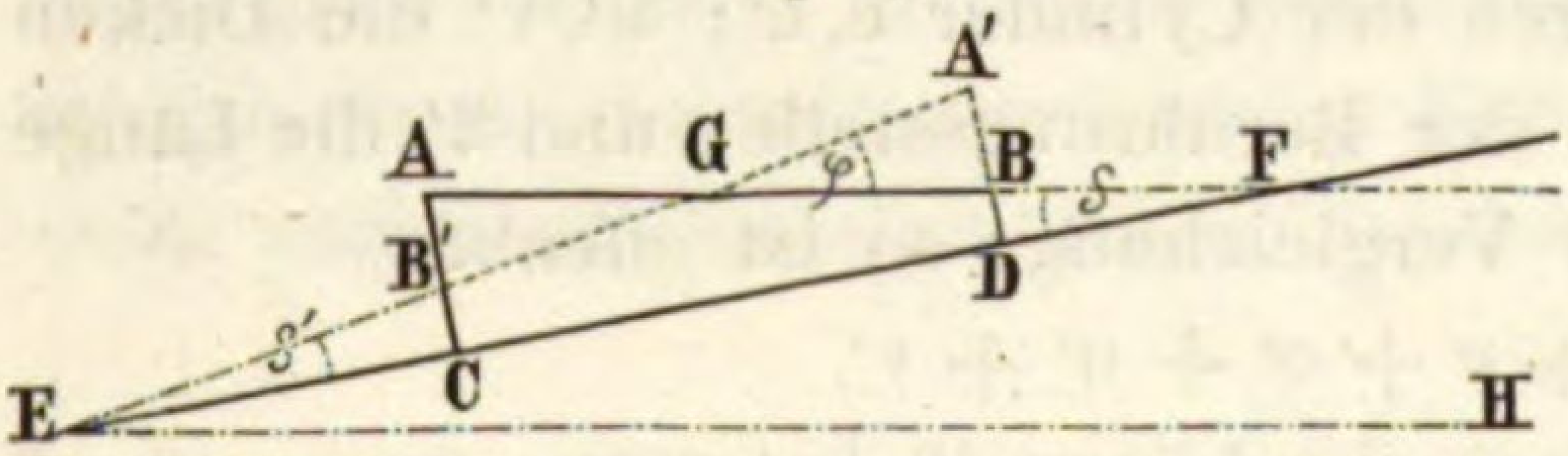
gleich der Differenz der Ordinatensummen wie bei dem Schwerd'schen Comparator. Es lassen sich also die Stangen leicht unter sich vergleichen, wenn die Keile genau bestimmt sind; aber ihre absolute Länge erfordert eine Vergleichung mit dem Normalmasse. Bessel hatte hiezu eine Toise, welche, da die Messstangen zwei Toisen lang waren, einmal abgeschoben werden musste. Dieses Abschieben kann in derselben Weise wie das des Meters, den Schwerd zur Abgleichung seiner Messstangen benützte, (Seite 308), geschehen: die vorstehende Figur gibt davon einen Begriff, wenn man sich statt der Messstange m zweimal die Normaltoise gesetzt denkt. Bessel's Verfahren wich zwar in der Ausführung von dem Schwerd'schen etwas ab, dem Wesen nach aber war es von diesem nicht verschieden. Wir werden es daher nicht weiter beschreiben, sondern sofort die Resultate anführen, welche nach oft wiederholten und mit den vorausgegangenen Abgleichungen verbundenen Versuchen und Rechnungen daraus hervorgingen. Bezeichnen nämlich a_1, a_2, a_3, a_4 die durch die Keile gemessenen und in Duodecimallinien ausgedrückten Abstände

der Schneiden s und s' auf den Messstangen Nr. 1 bis Nr. 4, so ist die

Länge der Stange Nr. 1 = 1728,8152 — 0,54033 a_1 Linien;
„ „ „ Nr. 2 = 1729,5153 — 0,55976 a_2 „
„ „ „ Nr. 3 = 1729,0454 — 0,57575 a_3 „
„ „ „ Nr. 4 = 1729,0909 — 0,58103 a_4 „

Schliesslich ist noch anzuführen, wie die Ablesung w an der Scale g gefunden wird, welche der parallelen Lage der Libellen- und Massstabaxe entspricht, und wie gross der Neigungswinkel p ist, um den die Libellenaxe bei einer ganzen Umdrehung der Schraube ihre Lage ändert. Stellt in Fig. 171 die Linie EF die Axe der Messstange, welche auf dem Comparator in die Axe der verschiebbaren Cylinder gebracht ist, und AB die Libellenaxe vor, welche soeben wagrecht gestellt wurde, so wird an der Scale g und der Schraube m eine Ablesung n' gemacht werden. Setzt man hierauf die Messstange mit der Libelle um, so behält die Axe der Stange ihre Lage EF bei, die Libellenaxe aber kommt in die Richtung A'B'. Wird nun die Libelle wieder zum Einspielen gebracht und der neue Stand n'' der Schraube abgelesen, so ist die Differenz der Umdrehungen n'' — n' dem Neigungswinkel φ, um welchen in dem letzten Falle die Libellenaxe gegen den Horizont geneigt war, proportional. Dieser Winkel ist aber doppelt so gross als ihr Neigungswinkel δ gegen die Massstabaxe; daher hat man die Ablesung, welche der parallelen Lage der Libellenaxe entspricht,

Fig. 171.



$$w = n' + \tfrac{1}{2}(n'' - n') = \tfrac{1}{2}(n' + n'') \quad . \quad . \quad . \quad (130)$$

gleich dem arithmetischen Mittel aus den beiden Ablesungen an der Scale vor und nach dem Umsetzen der Stange und bei wagrechter Lage der Libellenaxe. Will man den kleinen Winkel p kennen, welcher einer ganzen Umdrehung der Schraube entspricht, so braucht man nur, nachdem die Ablesung w bestimmt ist, den Neigungswinkel FEH der Messstange EF gegen den Horizont zu messen und zu bedenken, dass dieser Winkel $\frac{1}{2}\varphi$ und

$$\varphi = p\,(n'' - n'), \text{ also } p = \frac{\varphi}{n'' - n'} \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

ist. Wäre zufällig EF wagrecht, folglich δ und φ null, so müsste man, um p zu finden, die Messstange um einen gewissen Winkel $\delta = \frac{1}{2}\varphi$ erheben, die Libelle zum Einspielen bringen und den Stand der Schraube ablesen. Heisst diese Ablesung w' und die bereits bekannte Ablesung für die Normallage der Libelle w, so ist offenbar

$$\delta = p\,(w - w') \text{ und } p = \frac{\delta}{w - w'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

Der Gebrauch der Messstangen zur Bestimmung der Länge der Grundlinie eines Dreiecknetzes (zur Basismessung) kann füglich erst im zweiten Theile näher beschrieben werden.

Messlatten.

§. 163.

Die Forderungen, welche man an eine Messlatte stellt, sind weniger streng als die an eine Messstange: man begnügt sich mit einer Genauigkeit dieser Latten von 1 auf 10 000 und vernachlässigt daher alle Einflüsse, welche geringere Fehler als den eben angegebenen erzeugen: es bleibt desshalb die Ausdehnung der Latten unberücksichtigt und die Abgleichung derselben unter sich und mit dem Urmasse wird nicht bis auf den höchsten Grad der Genauigkeit getrieben. Dagegen muss den schädlichen Einflüssen der Feuchtigkeit durch eine gute Auswahl und Behandlung des zu den Latten verwendeten Holzes vorgebeugt werden. In der Regel schneidet man die Latten aus jahrelang getrockneten Brettern von Tannen, welche in gutem trockenem Boden gewachsen sind, in einer Länge von 10 bis 15 Fuss, einer Breite von 2 bis 3 Zoll und einer Dicke von 6 bis 12 Linien. Diese Holzstäbe werden in Oel getränkt, vierkantig zugehobelt, an den Enden mit Eisen oder Messing beschlagen und schliesslich zwei oder dreimal mit Oelfarbe angestrichen. Die Beschläge sind senkrecht auf die Axe der Messlatte so genau als möglich abgefeilt. Der Comparator, welcher zur Abgleichung dient, ist ein wagrecht liegender starker Balken von Tannenholz, an dessen einem Ende ein senkrechter Stift steht, an den man sowohl die Messlatte als das Normalmass genau anlegen kann, und an dessen anderem Ende ein Messingplättchen in die Oberfläche so eingesetzt ist, dass seine Mitte ungefähr um die Länge einer Latte, welche ein Vielfaches des Urmasses ist, vom Stifte entfernt liegt. Auf der Mittellinie, welche vom Stift aus über dieses Plättchen gezogen wird,

bemerkt man die zwei-, drei- oder vierfache Länge des mit Hilfe zweier starker ebenen Platten in der Richtung dieser Linie (nach §. 161) abgeschobenen Normalmasses durch einen feinen Strich, den man quer über die Mittellinie macht. Hierauf legt man die Messlatten nach und nach auf den Comparator und bezeichnet ihre Längen ebenfalls durch feine Striche auf dem genannten Messingplättchen. Die Abstände dieser Striche von dem, welcher dem Normalmasse angehört, werden durch Stangenzirkel, die mit Mikrometerschrauben versehen sind, gemessen und als Reductionsgrössen jeder Lattenlänge beigefügt. Mit dieser Abgleichung darf man sich aber noch nicht begnügen, weil die Erfahrung lehrt, dass die Summe der Längen, welche man für die einzelnen Latten gefunden hat, nicht der Länge gleich ist, welche man erhält, wenn alle Latten genau aneinander gefügt sind, wie es bei ihrem Gebrauche geschieht. Dieser Unterschied rührt offenbar davon her, dass sich die Endflächen nicht so vollständig berühren, wie es seyn sollte, oder dass sie nicht ganz genau auf der Axe senkrecht stehen. Man muss desshalb den Comparator so weit verlängern, dass man alle Messlatten in der Reihenfolge ihrer Nummern aneinanderfügen und ihre Gesammtlänge direct messen kann, was wie vorhin durch Abschieben des Normalmasses, Bezeichnen der Längen durch feine Striche auf einem Messingplättchen und Abmessung der Entfernungen dieser Striche durch Stangenzirkel geschieht. Die Länge, welche man auf diesem Wege erhält, wird bei Längenmessungen für jede ganze Lage des Lattenapparates in Rechnung gebracht, während die Länge der einzelnen Latte nur dann einzusetzen ist, wenn die ganze Lage nicht hergestellt werden konnte, wie es z. B. am Ende einer Linie der Fall ist.

Die Messlatten, welche der Verfasser dieses Buchs für die polytechnische Schule in München anfertigen liess, haben folgende Einrichtung. Jede Latte ist sehr nahe 3 Meter lang und hat den in Fig. 172 in halber Grösse gezeichneten Querschnitt. Der eine Theil a b ist eine ganze Latte, während der andere c d aus zwei Stücken zusammengesetzt ist; a ist etwas länger als c und an den Enden mit Stahlkanten (s), welche in der Ebene a b liegen, versehen, während c d stumpf abgeschnitten ist, wie Fig. 173 zeigt. Diese Messlatten werden bei dem Gebrauch nicht wie die vorhergehenden aneinandergestossen, sondern wie die Messstangen einander nur sehr nahe gebracht, worauf man ihren Abstand durch den Messkeil

bestimmt. Dabei versteht sich von selbst, dass, wenn die Stahlkanten der einen Latte in der Richtung a b liegen, die der anderen die Richtung c d haben müssen, damit man den Keil gehörig einschieben und ablesen kann. Hat man aber die Absicht, diesen Keil gar nicht anzuwenden, was wohl auch in den wenigsten Fällen nöthig ist, so lässt man die Stahlkanten weniger scharf machen, damit sie bei der Berührung keine Eindrücke erleiden. Der Comparator zur

Fig. 172.

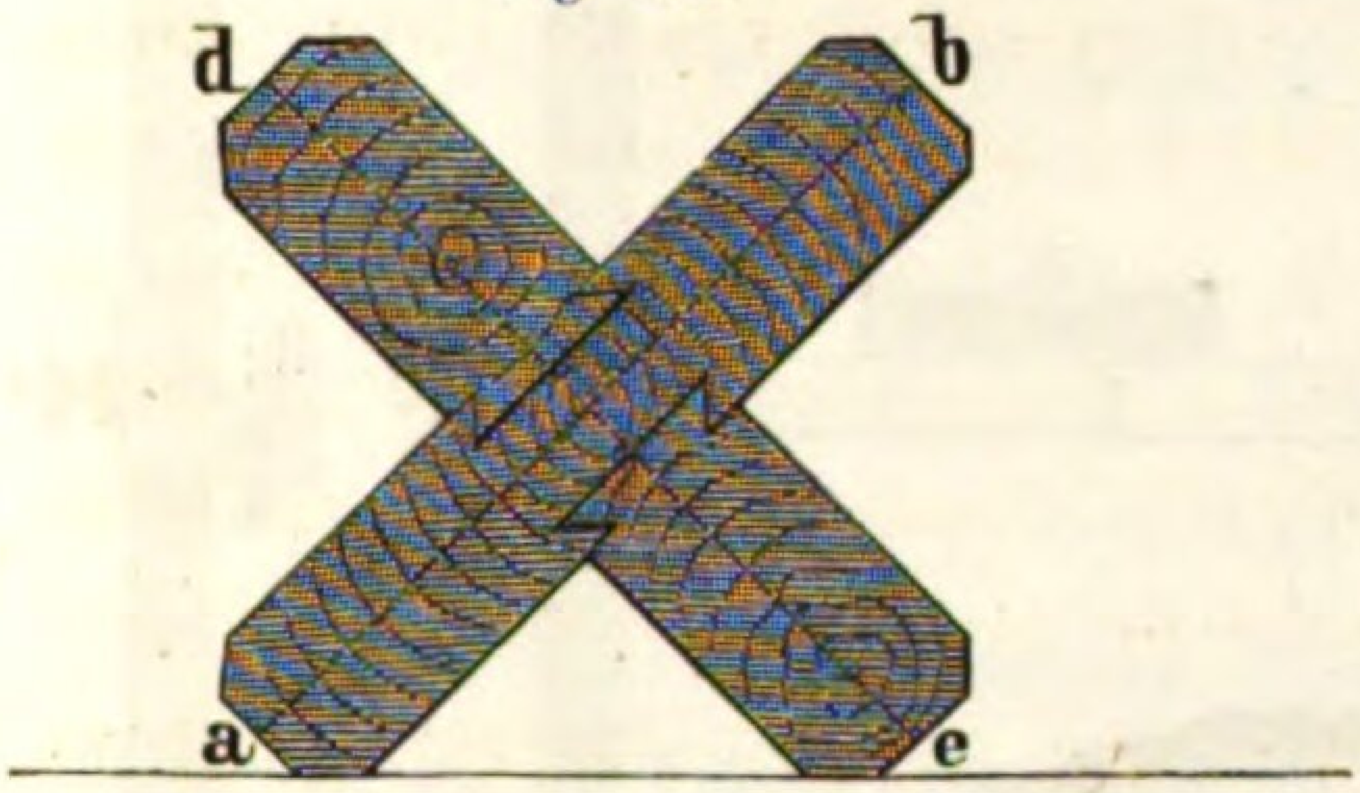
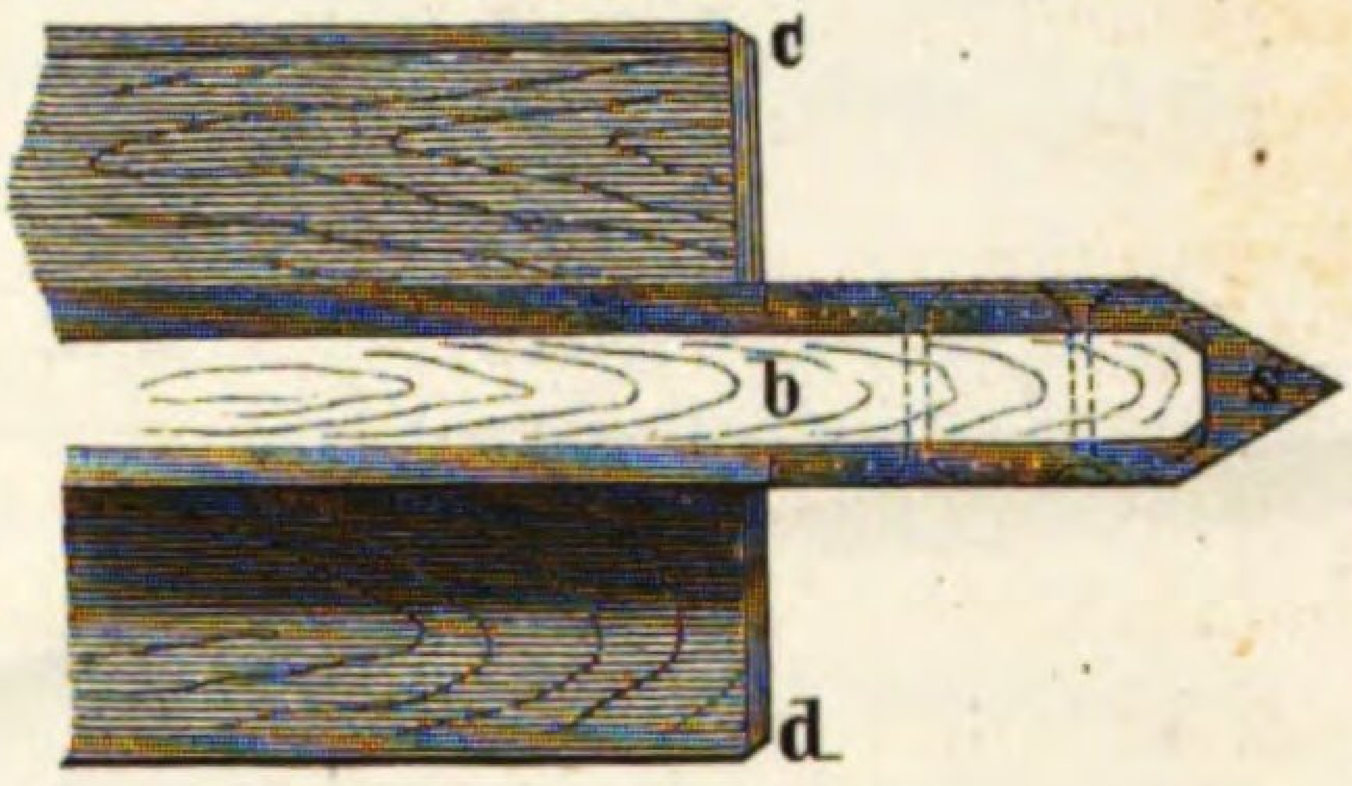


Fig. 173.



Abgleichung dieser Messlatten war eben so eingerichtet wie der, welcher auf Seite 308 beschrieben wurde. Indem wir es dem eigenen Urtheile des Lesers überlassen, Vergleichungen zwischen unseren und den vorhergehenden Messlatten anzustellen, fügen wir nur noch bei, dass mehrere mit trigonometrisch bestimmten Punkten des bayerischen Dreiecknetzes in Verbindung gebrachte Messungen eine Genauigkeit unserer Latten von mindestens 1 : 50 000 verbürgen lassen.

Messstäbe.

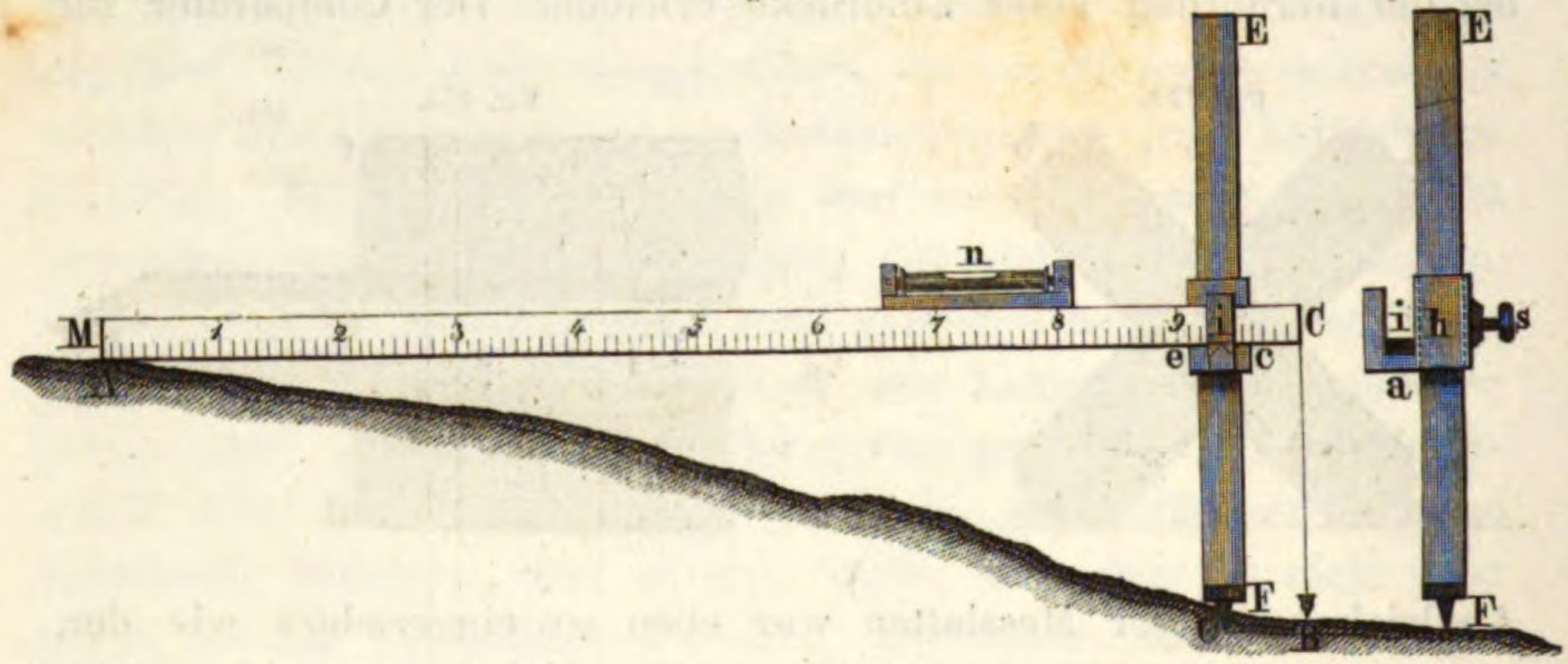
§. 164.

Der Ruthenstab.

Wenn es sich nur um kleinere Aufnahmen handelt, welche nicht auf ein Dreiecknetz gegründet zu werden brauchen, oder wenn überhaupt Längenmessungen zu machen sind, welche keine grössere Genauigkeit als 1 auf 2000 fordern, so bedient man sich der Messstäbe, welche sich von den Messlatten dadurch unterscheiden, dass sie erstens nicht so genau abgeglichen sind wie diese, und dass sie zweitens zwischen ihren Endflächen eingetheilt sind, was bei den Messlatten nicht der Fall ist. Die Ruthenstäbe sind eine Ruthe lang, ungefähr $2\frac{1}{2}$ Zoll breit, $\frac{3}{4}$ Zoll dick, an den Enden beschlagen und ihrer ganzen Länge nach in Fusse und Zolle abgetheilt. Ihre Seitenflächen müssen genau eben und parallel, die Endflächen darauf

senkrecht seyn. Will man einen Ruthenstab zu Längenmessungen auf sehr abschüssigem Boden gebrauchen, so muss er mit einer Vorrichtung verbunden werden, welche erstens den Stab wagrecht zu legen und zweitens seinen erhobenen Endpunkt lothrecht zu projiciren gestattet. Eine solche Vorrichtung stellt Fig. 174 dar, in

Fig. 174.



welcher MC die Ruthe, BC einen Senkel mit dünnem Faden, n eine Wasserwage[1] und E einen Stab bezeichnet, an dem sich eine Hülse h verschieben und mit einer Bremsschraube s feststellen lässt. Diese Hülse hat nach vorne einen Ausschnitt (a), in welchem die Ruthe auf drei Punkten e, i, c′, welche in einer geraden und zur Axe des Stabs E senkrechten Linie liegen, ruht. Verschiebt man die Hülse so weit, bis die Wasserwage einspielt, so liegt der Stab MC wagrecht und der Senkel bezeichnet den Punkt B, welcher von A gerade um eine Ruthe in wagrechter Richtung entfernt ist. Im weiteren Verfolge der Messung ist selbstverständlich der Punkt M des Messstabes an B zu legen und wie eben angedeutet zu verfahren. Den Stab E kann man auf seiner Rückseite in der Art eintheilen, dass ein mit der Hülse verbundener Zeiger die Höhen Fi angibt. Es ist klar, dass man mit dieser Einrichtung den Durchschnitt der Bodenoberfläche durch eine Vertikalebene, d. i. ein Profil derselben aufnehmen kann, indem man für die wagrechte Abscisse Ai, die man auf MC abliest, sofort die lothrechte Ordinate Fi durch den Zeiger auf EF erhält, wenn dieser letztere Stab vertikal und so tief im Boden steht,

[1] Statt der Libelle kann man selbstverständlich auch eine Setzwage anwenden, um den Ruthenstab wagrecht zu legen.

dass der Punkt F die Oberfläche berührt. Um den Stab E lothrecht zu stellen genügt es, ihn, wenn die Ruthe wagrecht ist, so zu verrücken, dass die zwei Endpunkte (e, e') des Hülsenausschnitts die untere Seitenfläche des Ruthenstabes berühren; denn da e e' senkrecht zu E F steht, so muss auch E F lothrecht seyn, sobald e e' wagrecht ist. Will man sich überzeugen, ob die Linie e e' zur Axe e i des Stabes E senkrecht steht, so braucht man nur diesem Stabe mit Hilfe des Senkels eine lothrechte Stellung zu geben und zuzusehen, ob eine auf die Kanten e und e' gestellte berichtigte Libelle oder Setzwage einspielt.

§. 165.

Der Lachterstab.

Die Markscheider nennen ihren Massstab für den gewöhnlichen Gebrauch einen Lachterstab, weil er die Länge einer Lachter hat. Sein Querschnitt ist ein Rechteck von etwa einem Zoll Breite und 8 bis 10 Linien Höhe. Er wird aus ganz trockenem harten Holze gemacht und an den Enden mit Messing- oder Kupferplättchen beschlagen, deren Seitenflügel in das Holz versenkt sind. Die Eintheilung des Stabs geschieht meist nach dem Decimalsysteme: 1 Lachter in 10 Lachterzehntel, 1 Zehntel in 10 Zolle und 1 Zoll in 10 Primen; ausserdem ist die Eintheilung der Lachter in Achtel, des Achtels in 10 Zolle und des Zolles in 10 Primen gebräuchlich. Auf dem Lachterstab wird indess die Theilung nicht weiter als bis zu den Zollen fortgesetzt. Kleinere Unterabtheilungen enthalten die Achtels- oder Zehntelsstäbe, welche neben den Lachterstäben gebraucht werden. Ungefähr wie die Lachterstäbe sind die Messstäbe beschaffen, welche eine halbe Ruthe oder eine Klafter lang sind und welche man zum Abmessen der Ordinaten bei der Aufnahme oder der Absteckung krummer Linien gebraucht.

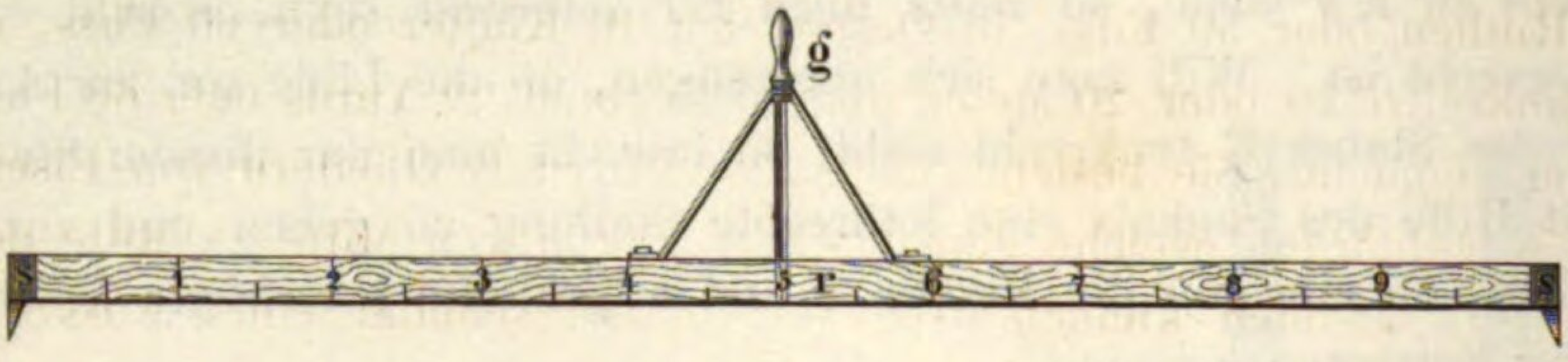
§. 166.

Der Feldzirkel.

Sind für flüchtige Aufnahmen Längen zu messen, so kann man sich der in Fig. 175 dargestellten Drehlatte oder des Feldzirkels bedienen. Dieses Werkzeug besteht aus einer Latte, an welcher sich in dem Abstande von einer Ruthe zwei senkrechte Spitzen von Eisen befinden, welche mit Hilfe des Griffes (g), der in der Mitte der

Latte befestigt ist, auf dem Felde in derselben Weise gebraucht werden, wie beim Zeichnen der Zirkel zum Abmessen von Längen. Da die Spitzen ihren Abstand ändern können, so muss derselbe

Fig. 175.



von Zeit zu Zeit durch einen Ruthenstab geprüft und nöthigenfalls berichtigt werden. Die Genauigkeit dieses Instruments ist begreiflicherweise eine viel geringere als die der Ruthen und Lachterstäbe; man darf sie auf höchstens 1 : 400 anschlagen.

2. Messketten.

§. 167.

Das Auflegen der Messstäbe zum Zwecke der mechanischen Ausmittelung der Länge einer geraden Linie erfordert immer sehr viel Zeit und Umstände; in vielen technischen Fällen aber und in allen, wo es sich nur um Sicherung des Grundbesitzes handelt, steht dieser Aufwand von Zeit und Mühe mit den mässigen Anforderungen des praktischen Bedürfnisses nicht im Einklange: man bedient sich daher hier, wo die Genauigkeit der Längenmessung zwischen 1 auf 500 und 1 auf 1000 schwanken darf, der in ihrer Anwendung sehr einfachen und bequemen Messketten, welche im Grunde nichts anderes als zusammenlegbare Massstäbe sind. Der praktische Geometer hat zu Feldmessungen eine Kette aus Eisen- oder Stahldraht, der Markscheider aber muss in der Grube, wenn er die Bussole bei sich hat, alle Werkzeuge vermeiden, welche dieses Metall an sich tragen: seine Kette besteht desshalb aus Messingdraht. Da sie auch eine andere Eintheilung und Einrichtung hat als die erstere, welche wir die Feldkette nennen wollen, so unterscheidet man sie von dieser durch die Bezeichnung Lachterkette. Ausser diesen eigentlichen Ketten werden in gewissen Fällen, wo sie gute Dienste thun und durch Metallketten gar nicht ersetzt werden können, auch Messschnüre angewendet; es wird desshalb nicht ungeeignet erscheinen, über dieselben in diesem Capitel einige Bemerkungen zu machen.

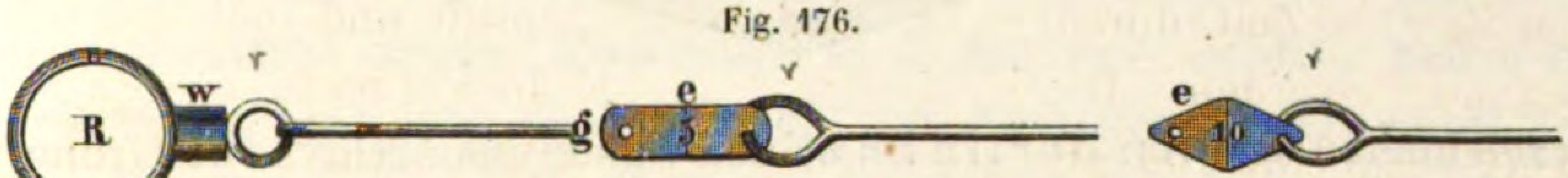
Die Feldkette.

§. 168.

Beschreibung.

Die Feldkette wird in dem grösseren Theile von Deutschland 5 Ruthen oder 50 Fuss, in Oesterreich 10 Klafter oder 60 Fuss, in Frankreich 10 oder 20 Meter und in England 22 Yards oder 66 Fuss lang gemacht. Sie besteht (nach Fig. 176) aus Gliedern von Eisen- oder Stahldraht, welche eine Linie dick und von Mitte zu Mitte der sie verbindenden kleinen Ringe (r) in Deutschland einen Fuss, in

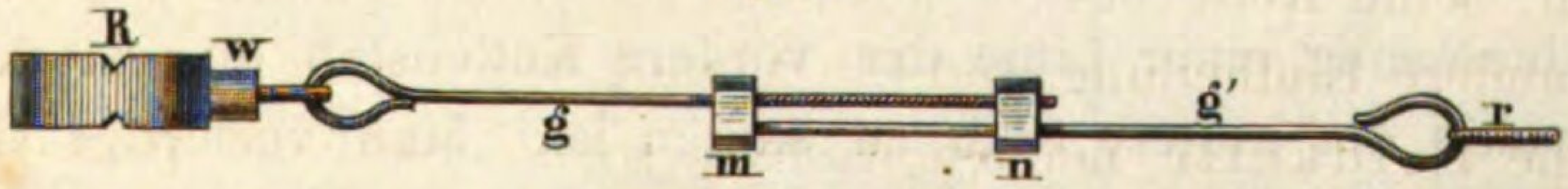
Fig. 176.



Frankreich 0,2 Meter und in England 0,66 Fuss lang sind. Jedes fünfte oder zehnte Glied ist durch ein besonders geformtes und mit einer Zahl versehenes Eisenplättchen (e) kenntlich gemacht, um die Uebersicht der Längen, welche kürzer als eine Kette sind, zu erleichtern. An den Enden der Kette befinden sich anderthalb Zoll weite Ringe (R), durch welche zwei fünf Fuss lange, $1\frac{1}{4}$ Zoll dicke und mit spitzen Schuhen (s) beschlagene Kettenstäbe aus Tannen- oder Eschenholz gesteckt werden, um die Kette in der abzumessenden Richtung auszuspannen. Die Schuhe haben einen Ansatz, welcher das Abrutschen der Ringe verhindert.

Da die Länge der Messkette sich sehr leicht ändert, indem entweder die Verbindungsringe oder die Oehre der Glieder sich ausdehnen, oder letztere sich biegen, so werden an den meisten Feldketten Vorrichtungen zur Herstellung ihrer wahren Länge angebracht. Fig. 177 stellt die Vorrichtung dar, welche man an den Messketten

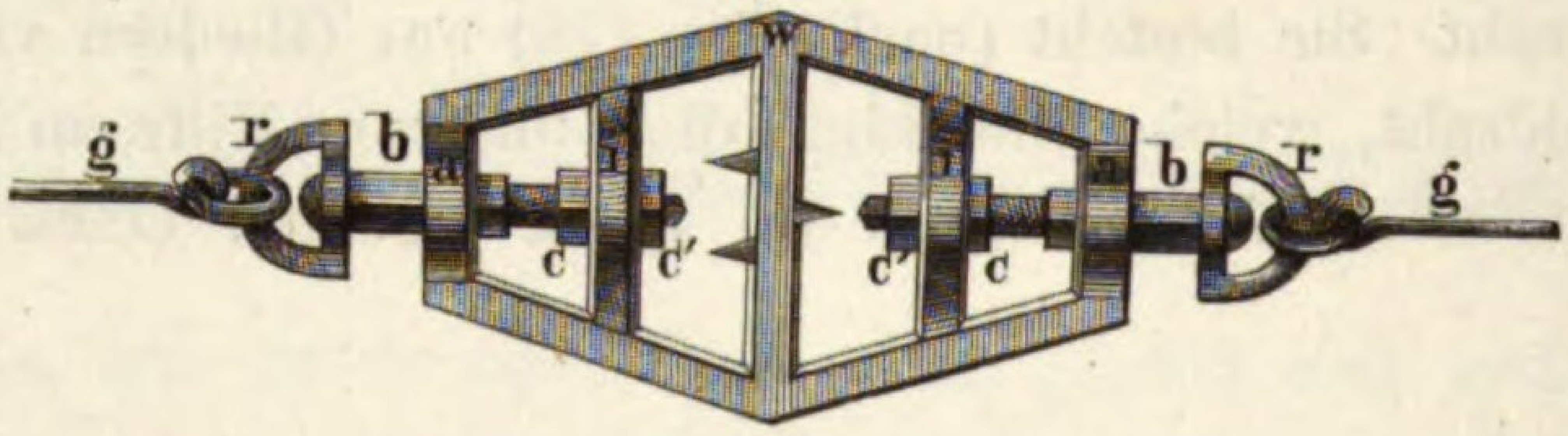
Fig. 177.



von Ertel findet. Das erste oder letzte Glied besteht nämlich aus zwei Theilen (g, g′), von denen der eine (g′) zwei feste Ansätze (m, n) enthält, der andere aber in ein Schraubengewinde ausläuft, dessen Mutter der zweite Ansatz (n) ist. Der erste Ansatz (m) ist

durchbohrt und dient zur Führung der Schraube, welche sich um einen Wirbel (w) drehen kann. Durch dieses Glied kann man auf leichte Art die ganze Kettenlänge, aber nicht einzelne Abtheilungen derselben, berichtigen. Soll dieses geschehen, so muss man von Ruthe zu Ruthe eine Vorrichtung anbringen, welche der in Fig. 178

Fig. 178.



gezeichneten und von Berlin im achten Bande des Archivs von Grunert beschriebenen gleich oder ähnlich ist. Ein Wirbel (w) wird nämlich mit den anstossenden Gliedern (g) durch einen Halbring (r) und einen vierkantigen Bolzen (b), der in dem scheibenförmigen Ende (a) des Wirbels verschiebbar ist, so verbunden, dass er nach Lösung der Schraubenmuttern (c, c'), welche sich am Ende des Bolzens (b) befinden, durch einfache Umdrehung mit der Hand den anstossenden Gliedern genähert oder von ihnen entfernt werden kann. Hat man auf diese Weise jeder Ruthe ihre gehörige Länge gegeben, so stellt man die Schraubenmuttern c, c' an dem Ansatze i wieder fest und die Kette ist berichtigt. Wenn jede Abtheilung von 10 Fuss Länge verbessert werden soll, so hat eine Kette von 50 Fuss Länge 4 solche Wirbel nöthig; da indessen die eben beschriebene Vorrichtung doch schon zusammengesetzter ist, als sie die meisten Feldmesser wünschen werden, so dürfte es nach unserer Meinung auch genügen, wenn man sie nur einmal in der Mitte oder höchstens zweimal in Abständen von 15 Fuss von den Enden anwendet.

Zur Feldkette gehört noch eine entsprechende Anzahl kleiner Stäbchen, welche zum Bezeichnen der Stellen dienen, an denen bei der Abmessung einer Linie der vordere Kettenstab eingesteckt war und wohin der hintere Stab zu stellen ist. Man verfertigt sie am besten aus Stahldraht von einer Linie Dicke und macht sie ungefähr einen Fuss lang; unten sind sie zugespitzt und oben haben sie ein Oehr, um sich an dem Haken eines Ledergürtels aufhängen zu lassen, womit jeder der zwei Messgehilfen versehen ist. Diese Stahlstäbchen nennt man Kettennägel. Es gehören deren zu jeder

Messkette 10 Stück und es ist folglich nach ihrer gänzlichen Verwendung durch den vorderen Kettenzieher eine Länge von 500 Fuss abgemessen, wenn die Kette 50 Fuss lang ist. Der hintere Kettenzieher muss die zehn Stäbchen nach und nach an seinen Gürtel aufgenommen haben, die er nun wohlgezählt an den Vordermann wieder abgibt.

§. 169.

Gebrauch.

Es sey die zu messende Linie durch zwei Signale A und B bezeichnet, und es geschehe die Messung von A nach B. Der Hintermann steckt seinen Kettenstab in A fest und richtet, indem er über diesen Stab weg nach B sieht, den Stab des Vordermanns ein. Hierauf spannt dieser die Kette in der Art an, dass er sie mittels des Kettenstabs ein wenig erhebt und über die Stelle, wo der Stab eben steckte, wegzieht. Dadurch bekommt der vordere Kettenstab einen neuen Standpunkt, der etwas vor dem ersten liegt. In das neue Loch wird der erste Kettennagel gesteckt, nachdem der Hintermann abgerufen wurde. Sobald dieser sich dem Kettennagel genähert hat, lässt er den Vordermann Halt machen, hängt den Nagel an und steckt den Kettenstab an dessen Stelle. Nun folgt wieder das Einrichten des Vordermanns, das Anspannen der Kette, das Einstecken eines Kettennagels, das Abrufen und Weitergehen wie vorhin. In der zweiten Hälfte der Linie AB richtet der Vordermann seinen Stab selbst ein, indem er ihn mit dem Signal A und dem hinteren Kettenstabe in eine Vertikalebene bringt; das übrige Verfahren aber bleibt sich gleich. Hat der Vordermann das Ende B der Linie AB erreicht und trifft sein Stab nicht zufällig auf dieses Ende, so geht er darüber hinaus und steckt den Kettenstab in der verlängerten Richtung fest, worauf der Messende die Länge vom Hinterstabe bis zum Signale B an der Kette abnimmt und zu den ganzen Kettenzügen addirt.

Ist die Breite eines Hohlwegs, eines Bachs oder sonst einer Vertiefung des Bodens, worüber die Kette noch reicht, zu bestimmen, so wirft man letztere, das eine Ende festhaltend, von einem Rand zum andern, spannt sie in der vorgeschriebenen Richtung an und zählt an den betreffenden Gliedern die Breite ab, wobei wie vorhin die Zolle geschätzt werden. Geht die zu messende Linie AB über

einen Fluss oder eine Schlucht von mehr als einer Kettenlänge Breite, so wird an dem einen Ufer die Kettenmessung unterbrochen und von dem anderen aus wieder fortgesetzt. Die ausgelassene Strecke wird durch zwei Pfähle bezeichnet, deren Entfernung später durch eine mittelbare Messung bestimmt wird. Auf abschüssigem Boden soll der tiefer stehende Messgehilfe die Kette so hoch erheben, dass sie nahezu wagrecht wird, wenn sie angespannt ist. Dabei muss er aber seinen Stab lothrecht halten, ihn also weder auf sich zuziehen, noch von sich abziehen lassen. Fällt die Bodenoberfläche so stark ab, dass das untere Kettenende nicht mehr genug erhoben werden kann, so muss statt der Kette ein Ruthenstab nach Fig. 174 zur Längenmessung angewendet werden. Ist die abzumessende Linie AB sehr lang, so ist es zweckmässig und sogar nöthig, sie durch Absteckstäbe in kleinere Theile zu theilen, weil sonst die Kettenstäbe nicht richtig einvisirt werden. An diesen Absteckstäben misst man vorbei, ohne ihren Abstand von einander oder von A und B zu bestimmen. Für die Prüfung der Messung ist es aber gut, wenn man nach den erten 10 Kettenzügen den ersten Stab herausnimmt und an das Ende des zehnten Zugs, also in einer Entfernung von 500 Fuss von A aufstellt. Ebenso kann man mit dem zweiten und dritten Stab verfahren, wobei beziehlich der erste und zweite an die Stelle von A treten.

§. 170.

Genauigkeit.

Die Längenbestimmungen mit der Messkette können unrichtig werden:

1) wenn die Kette nicht gehörig untersucht und berichtigt ist;

2) wenn sie fehlerhaft gebraucht wird, und

3) wenn der Boden kein sicheres Einstecken der Kettenstäbe gestattet.

Zu 1. Die Messkette wird schon nach dem Gebrauche von zwei bis drei Tagen länger, wesshalb sie häufig zu untersuchen ist. Man wählt dazu einen ebenen festen Boden, spannt darauf die Kette vollständig aus und misst längs derselben von der Spitze des einen Kettenstabs aus mit einem Ruthenstabe 5 Ruthen genau ab. Ist die Kette mit der Berlin'schen Vorrichtung versehen, so kann man jede Ruthe verbessern, ausserdem nur die ganze Kette. Es kann

kommen, dass bei häufigem Gebrauch der Kette die in §. 168 beschriebenen Wirbel unwirksam werden, wenn die Bolzen b, b an das Mittelstück des Wirbels anstossen: in solchen Fällen müssen die Öhre und Kettenringe, welche zu sehr ausgedehnt sind, durch einen Schmied oder Schlosser wieder kreisförmig gemacht werden.

Zu 2. Als einen fehlerhaften Gebrauch der Messkette sehen wir an:

a) das Messen auf abschüssigem Boden ohne Rücksicht auf dessen Neigung;

b) die Einsenkung der Kette, wenn sie in der Mitte mehr als ein Procent der Kettenlänge beträgt;

c) das Einstellen des vorderen Kettenstabs ausserhalb der Vertikalebene, welche die gerade Linie bezeichnet;

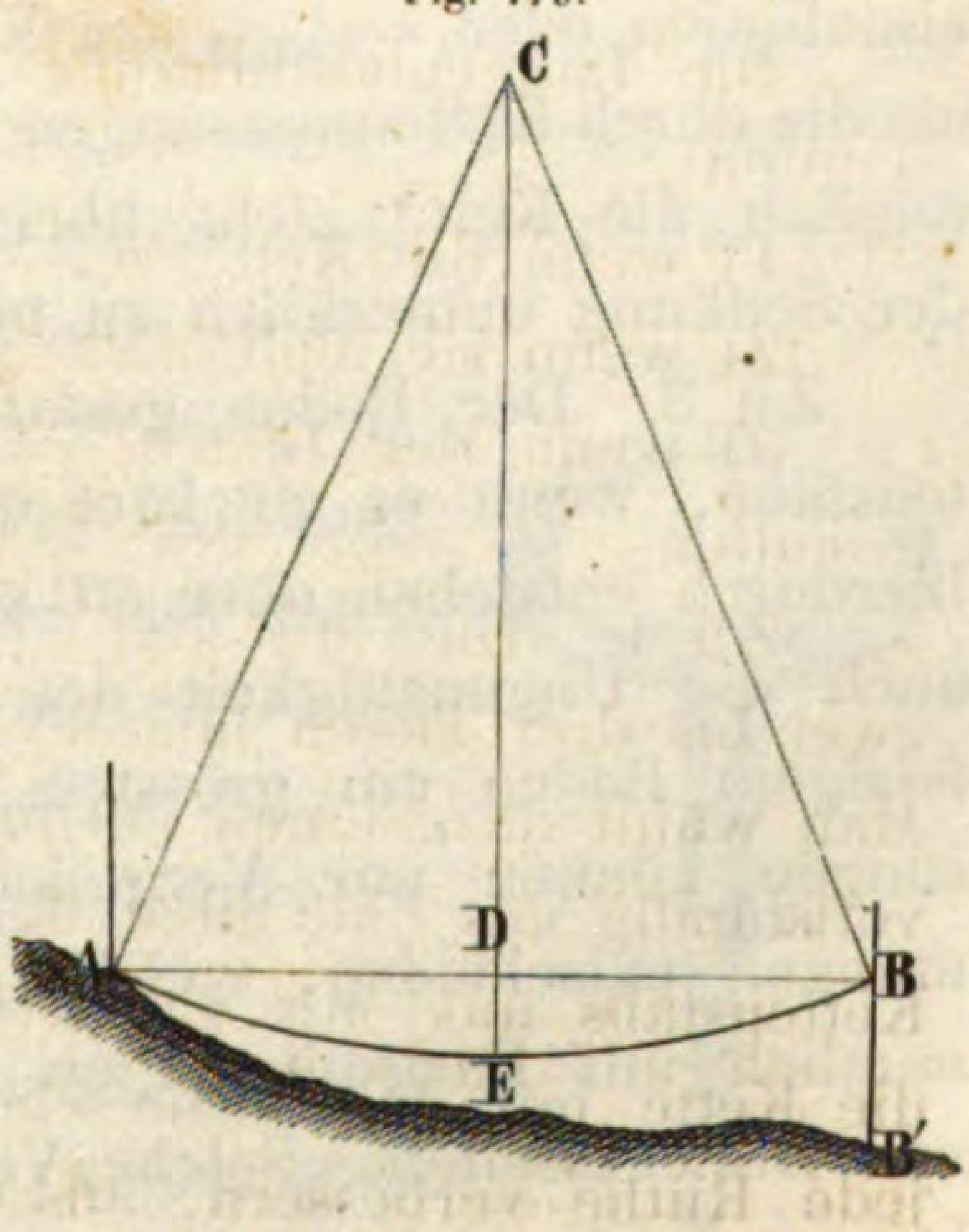
d) das Einstecken des hinteren Kettenstabs an einer anderen Stelle als der, welche der vordere Stab einnahm und der Kettennagel bezeichnet;

e) die schiefe Stellung des Kettenstabs, an welchem auf geneigtem Boden die Kette erhoben wird; endlich

f) das schlaffe Anspannen der auf dem Boden liegenden Kette und das Vorrücken des hinteren Stabs beim Anziehen derselben.

Der Einfluss der hier aufgeführten Fehlerquellen auf das Ergebniss einer Kettenmessung lässt sich durch Rechnung bestimmen, wenn man die Grösse der vorgekommenen Abweichungen kennt; es ist jedoch diese Bestimmung in fast allen Fällen so einfach, dass wir sie hier mit Ausnahme des zweiten Falles übergehen zu dürfen glauben.

Fig. 179.



Wenn aber eine Messkette von der Länge l bei erhobenem unterem Ende in der Mitte um die Grösse p eingesunken ist, so besteht der Fehler, welchen man in diesem Falle begeht, darin, dass man den Bogen für seine Sehne nimmt und folglich die Entfernung der Kettenstäbe um den Unterschied zwischen Sehne und Bogen zu gross erhält. Nennt man den Fehler f und die (wagrecht

gedachte) Sehne AB der als Kreisbogen anzusehenden Kette s, so ist zunächst $f = l - s$ und es kommt nun darauf an, diesen Unterschied durch l und p auszudrücken. Zu dem Ende sey r der Krümmungshalbmesser des Bogens AEB und φ der Winkel ACB im Bogenmass, d. h. $r\varphi = l$. Da $s = 2r \sin \frac{1}{2}\varphi$ und nach der Sinusreihe genau genug

$$\sin \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}\varphi - \frac{1}{48}\varphi^3 = \frac{l}{2r} - \frac{l^3}{48r^3}$$

ist, so wird, wenn man substituirt, der Fehler

$$f = l - 2r \sin \frac{1}{2}\varphi = \frac{l^2}{24r^2}.$$

Nun ist aber $p = r - r\cos \frac{1}{2}\varphi = r(1 - \cos \frac{1}{2}\varphi)$ und ebenfalls genau genug

$$\cos \frac{1}{2}\varphi = 1 - \frac{1}{8}\varphi^2 = 1 - \frac{l^2}{8r^2};$$

daher auch $8rp = l^2$ und wenn man hieraus r sucht und in den letzten Ausdruck für f setzt:

$$f = \frac{8p^2}{3l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

Der Fehler wächst sonach mit dem Quadrat der Einsenkung, während er mit der Kettenlänge abnimmt. Würde $p = 1',25$ betragen, so wäre für $l = 50'$ der Fehler $f = 1$ Duodecimalzoll und folglich $= \frac{1}{600}$ der Kettenlänge. Ist dagegen, wie wir unter (b) als noch zulässig angenommen haben, $p = 0',5 =$ einem Procent der Kettenlänge von 50 Fuss, so wird $f = \frac{4}{3}$ Decimallinien oder $= \frac{1}{3750}$ der Kettenlänge, also noch viermal kleiner als die durch Kettenmessungen erreichbare Genauigkeit. Man braucht folglich die Kette nicht übermässig zu spannen, um den Einfluss der Senkung unmerklich zu machen.

Zu 3. Der Boden gestattet kein sicheres Einstecken der Kettenstäbe, wenn er zu hart oder felsig und wenn er zu weich ist; hierdurch entstehen aber oft sehr bedeutende Fehler, und darum ist auch die Ungenauigkeit der Kettenmessungen auf sumpfigem und felsigem Boden am grössten. Ueber die Genauigkeit dieser Messungen können nur Vergleichungen derselben mit Längenbestimmungen entscheiden, welche als fast fehlerfrei zu betrachten sind, nämlich mit Basismessungen und den daraus abgeleiteten Längen von Dreiecksseiten. Solche Vergleichungen lehren aber, dass die

Genauigkeit der Kettenmessung auf ebenem festem Boden gleich 1:1000, auf Fels- und Sumpfboden gleich 1:500, und auf gemischtem Terrain gleich 1:700 gesetzt werden darf; man wird also, wenn man sonst vorsichtig arbeitet, unter den hier angegebenen Verhältnissen auf 1000 Fuss Länge beziehungsweise einen, zwei oder anderthalb Fuss fehlen.

Die Lachterkette.

§. 171.

Diese Kette unterscheidet sich von der Feldkette durch ihr Materiale und ihre Einrichtung. Sie hat in der Regel eine Länge von 5 Lachtern und folglich von 10 Metern da, wo die Lachter 2 Meter beträgt. Jede Lachter besteht aus 10 messingenen Gliedern (Lachterzehnteln) und es ist eine von der andern durch ein Messingplättchen getrennt, während die Glieder unter sich wie bei der Feldkette durch Ringe und Öhre verbunden sind. Die erste und letzte Lachter zählen bis in die Mitte der an den Kettenenden befindlichen und zum Ausziehen und Anspannen dienenden Handringe, welche hier unentbehrlich sind, da man in Bergwerken mit Kettenstäben nicht arbeiten kann. Vorrichtungen zur Berichtigung erhalten die Lachterketten in der Regel nicht; wo sie aber damit versehen sind, weichen sie von den in §. 168 beschriebenen Einrichtungen nicht wesentlich ab. Die Prüfung der Lachterkette geschieht wie bei der Feldkette, und hinsichtlich ihres Gebrauchs ist Folgendes zu bemerken. Die gerade Linie, welche in Gruben durch die Lachterkette auszumessen ist, wird durch eine angespannte Schnur bezeichnet, welche man auf die erforderliche Länge von einer Rolle, worauf sie sich befindet, abwickelt und an den Endpunkten mit sogenannten Markscheideschrauben befestigt. Diese Schrauben, wovon Fig. 180 eine Ansicht gibt, werden aus Messing gemacht, sind etwa eine Linie dick, 2 bis 3 Zoll lang, haben oben einen Griff wie ein Schlüssel und unten ein Gewinde wie die Holzschrauben, um entweder in das Zimmerwerk der Stollen und Schächte oder in besondere Holzstücke (Spreitzen) eingeschraubt zu werden, die in dem Gestein befestigt sind. Bei wagrechten (söhligen) und schiefen (flachen) Linien setzt man die Schrauben höchstens 8 Lachter weit

Fig. 180.



auseinander, weil sonst die Schnur eine für die Genauigkeit der Messung schädliche und nach Formel (133) zu beurtheilende Biegung annimmt; bei lothrechten (seigeren) Linien ist diese Vorsicht selbstverständlich unnöthig. Die Spannung der Schnur wird mit der Hand dadurch geprüft, dass man dieselbe mit ausgespanntem Daumen und Mittelfinger von unten, mit dem Zeigefinger aber von oben drückt und zusieht, ob eine Biegung stattfindet oder nicht; wenn nicht, ist die Spannung hinreichend, um die Lachterkette an die Schnur anzulegen und deren Länge zu messen. Die Zählstäbchen, deren man sich bei Messungen mit der Feldkette bedient, werden hier durch einfache messingene Zwingen ersetzt, welche die Gestalt von Cigarrenhaltern haben und wovon eine in Fig. 181 dargestellt ist. Indem man die Spange s anzieht, umfassen die Griffe g der Zwinge die Schnur (c). Ueber den so bezeichneten Punkt wird bei dem zweiten Kettenzuge die Mitte des hinteren Endrings gebracht und wie bei dem ersten Zug weiter verfahren. Hat der Markscheider eine Linie „über Tage," d. h. auf der Erdoberfläche zu messen, so bedient er sich einer Feldkette, welche nach Lachtern abgetheilt ist.

Fig. 181.



Messschnüre und Bänder.

§. 172.

Bei den Geometern sind Schnüre und Bänder wegen ihrer grossen Dehnbarkeit beim Anspannen und ihrer Veränderlichkeit bei feuchtem Wetter fast ganz ausser Gebrauch gekommen; manche Markscheider ziehen indess eine Messschnur der Lachterkette vor, und in besonderen Fällen bedienen sich auch die Ingenieure oder Geometer mit Vortheil einer starken Messschnur: dann nämlich, wenn sie Aufnahmen und Wassermessungen an breiten und tiefen Flüssen und Strömen zu machen haben und sehr umständliche mittelbare Längenmessungen vermeiden wollen.

Die Messschnüre werden aus gut gehecheltem Hanf oder aus Bast drei Linien dick gemacht und zum Schutz gegen die Wirkungen der Nässe in Wachs oder Öl gesotten. Die grösseren Abtheilungen derselben (Ruthen, Klafter, Lachter) werden durch festgenähte farbige Streifen bezeichnet, die kleineren aber durch Ruthen- oder Lachterstäbe nachgemessen. Zum bequemeren Gebrauch wird die

beliebig lang zu machende Schnur auf eine Spule gewunden, von der sie sich leicht abwickeln lässt. Bei Messungen auf grossen Flüssen ist es wegen des Einsinkens der auf grosse Entfernungen gespannten Schnur rathsam, an dieselbe stellenweise leichte Schwimmer von Holz, wie sie an Fischernetzen zu sehen sind, anzubinden.

Für Messbänder gibt Netto folgende zweckmässige Einrichtung an. Ein zollbreites Zwirnband, das die dem Messbande zu gebende Länge von 100 oder 150 Fuss um 2 Fuss übertrifft, wird in kochendem Wasser gebrüht, dann sorgfältig getrocknet und mittelst einer überwendlichen und einer Steppnaht so zusammen genäht, dass es nunmehr einen halben Zoll breit ist. Hierauf legt man das Band einen Monat lang in Leinölfirniss, trocknet es alsdann an einem luftigen Ort, gibt ihm die erforderliche Eintheilung welche durch farbige Streifen kenntlich gemacht wird, und befestigt die Enden an zwei um ihre Axen drehbare Blechhülsen. Diese Hülsen werden von zwei Metallringen getragen, durch welche sich Kettenstäbe stecken lassen, wenn man nicht vorzieht, sie in der Hand zu halten. Bei ausgespanntem Bande sollen die Mitten dieser Ringe genau um 100 oder 150 Fuss von einander abstehen, worauf also bei der Befestigung der Bandenden an die Hülsen zu achten ist.

3. Distanzmesser.

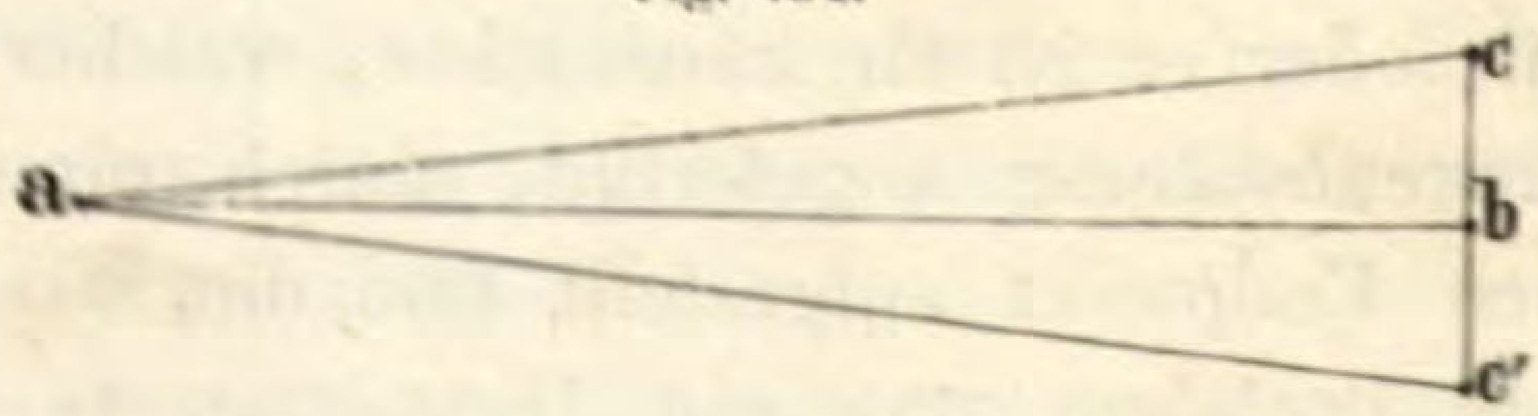
§. 173.

Distanzmesser heissen diejenigen Messinstrumente, welche die Entfernung zweier Punkte unmittelbar angeben, nachdem man mit ihnen von dem einen Punkte aus einen auf dem anderen befindlichen Gegenstand in bestimmter Weise beobachtet hat. Dieser Gegenstand ist entweder ein natürlicher, welcher dem entfernten Punkte ein für allemal angehört und also nicht erst aufgestellt zu werden braucht; oder er ist ein künstlicher, welcher eigens zu dem Zweck der Längenmessung angefertigt, durch einen Messgehilfen auf den zweiten Endpunkt aufgestellt und die Distanzlatte genannt wird. Je nachdem nun ein Distanzmesser die Aufstellung einer solchen Latte fordert oder nicht, heisst er ein Distanzmesser mit oder ohne Latte. Für viele und namentlich militärische Zwecke sind Distanzmesser ohne Latten sehr erwünscht: es ist aber noch kein ganz entsprechendes Instrument dieser Art vorhanden, so viele Vorschläge hiezu auch seit einigen Jahrhunderten gemacht und ausgeführt

wurden. Unmöglich, wie manche Schriftsteller über praktische Geometrie glauben und andere nachbeten, ist die Herstellung brauchbarer Distanzmesser ohne Latte nicht, aber schwierig bleibt sie wegen der ausserordentlichen Genauigkeit, womit alle Theile derselben gearbeitet seyn müssen, immer. Der Verfasser dieses Buchs hat sich hievon überzeugt, indem er nach seiner, Angabe einen auf das Princip des Spiegelsextanten gegründeten Distanzmesser ohne Latte anfertigen liess. Wir werden aber die Einrichtung dieses Instruments, da es erst noch einiger Verbesserungen bedarf, ehe es völlig brauchbar ist, hier nicht beschreiben, so wie wir uns überhaupt die nähere Würdigung der Distanzmesser ohne Latte für später und einen anderen Ort vorbehalten. Um so ausführlicher wird dagegen von den bereits im Gebrauche stehenden Distanzmessern mit Latte die Rede seyn, nachdem vorher noch gezeigt worden ist, worauf es im Allgemeinen bei der Einrichtung jeder Art von Distanzmesser ankommt.

Eine Linie, deren Länge wir nicht mit Massstäben oder Messketten unmittelbar bestimmen können, erhalten wir mittelbar dadurch, dass wir sie mit zwei andern Linien zu einem Dreiecke verbinden und in diesem drei Stücke, darunter eine Seite, messen. Das Dreieck ist für den vorliegenden Zweck am brauchbarsten, wenn es entweder rechtwinklich oder gleichschenklich ist und die gesuchte Linie in dem ersteren Falle die grössere Kathete, in dem letzteren aber die Höhe des gleichschenklichen Dreiecks bildet, während die bekannte oder zu messende Seite beziehlich die kleinere Kathete oder die Grundlinie des gleichschenklichen Dreiecks vorstellt. Ist nun (nach Fig. 182) in dem rechtwinklichen Dreieck a b c die Kathete a b aus der Linie b c und dem Winkel bei a zu finden, so können folgende vier Fälle stattfinden:

Fig. 182.



1) Der Standpunkt des Instruments befindet sich in b und es ist
 α) der Winkel bei a constant, dagegen die Linie b c mit a b veränderlich; oder es ist
 β) die Länge b c constant, der Winkel bei a aber mit der Grösse von a b veränderlich.

2) Der Standpunkt des Instruments befindet sich in a und es ist wieder

α) der Winkel bei a constant und die Linie b c mit der Entfernung a b veränderlich; oder es ist

β) die Länge b c constant und der Winkel bei a mit der Grösse von a b veränderlich.

Dieselben vier Fälle ergeben sich, wenn man statt des rechtwinklichen Dreiecks a b c das gleichschenkliche a c c' und für b c die doppelte Länge c c' setzt, und es entsprechen die beiden ersten Fälle den Distanzmessern ohne Latte, die beiden letzteren aber den Distanzmessern mit Latte, wobei b c oder c c' die Latte vorstellt. Es kommt also bei der Einrichtung eines Distanzmessers immer darauf an, entweder zu den unveränderlichen Grundlinien (b c, c c') die veränderlichen Winkel bei a, oder zu den constanten Winkeln bei a die veränderlichen Grundlinien (b c, c c') zu finden. Unter den Distanzmessern mit Latte sind die nach Reichenbach und Stampfer eingerichteten die bekanntesten und bessten, und da sie die beiden Fälle 2, α und 2, β darstellen, so genügt es, diese allein zu betrachten.

Der Reichenbach'sche Distanzmesser.

§. 174.

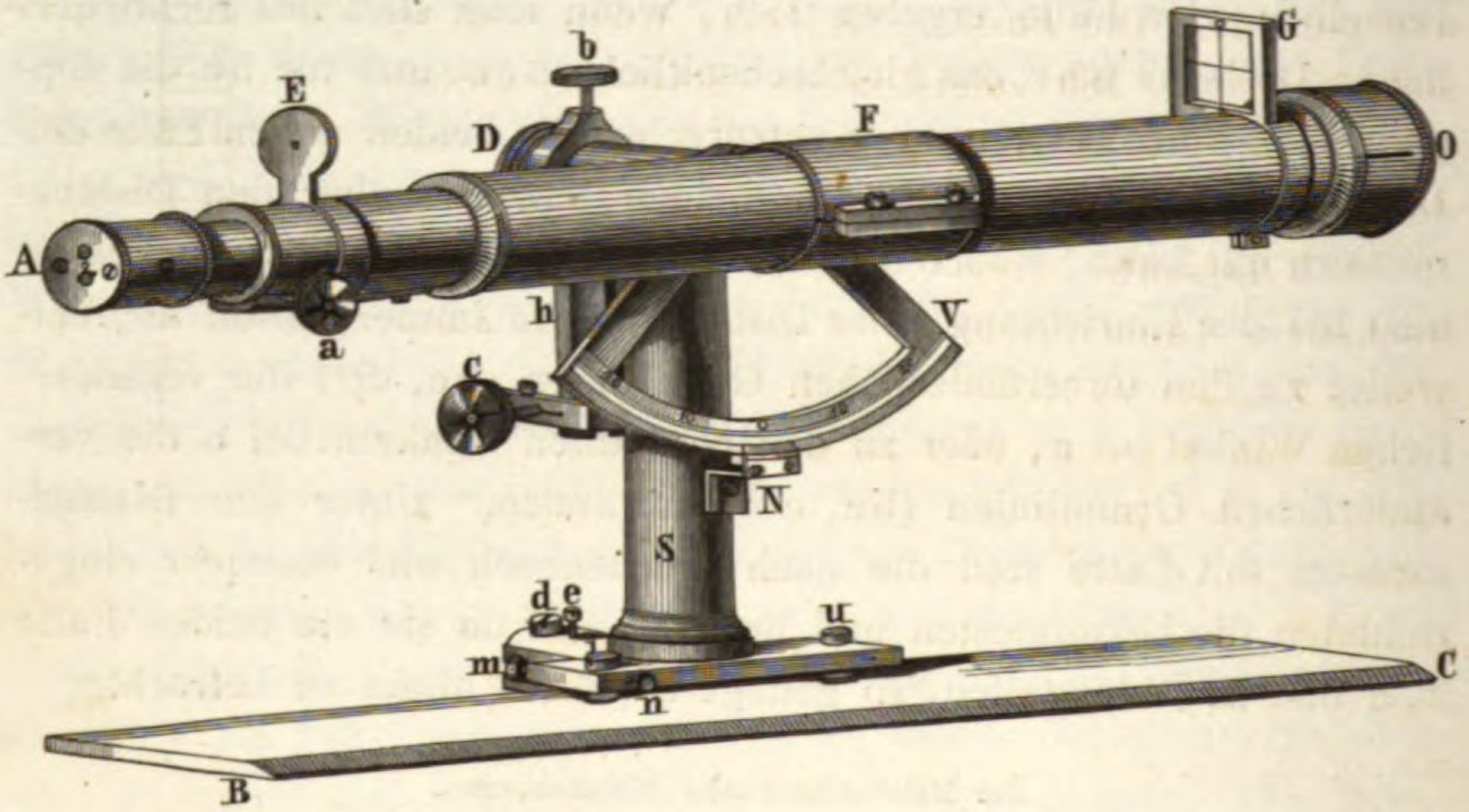
Einrichtung.

Dieser Distanzmesser, welcher dem Falle 2, α entspricht und in Fig. 183 abgebildet ist, hat, wie jedes Instrument dieser Art, zwei Hauptbestandtheile: ein Fernrohr und eine Distanzlatte.

Das Fernrohr (F) befindet sich hier an einem massiven Ständer (S), welcher auf einem Messinglineale (B C) senkrecht steht und eine Drehung des Rohrs um eine zur Ebene des Lineals parallele Axe (D F) gestattet. Aus dieser Zusammenstellung des Fernrohrs mit einem Lineale erkennt jeder, der den §. 112 gelesen hat, dass der Reichenbach'sche Distanzmesser zugleich eine Kippregel ist und also vorzugsweise zu Messtischaufnahmen angewendet wird. Wir brauchen demnach die Befestigung des Ständers auf dem Lineale, die Verbindung des Fernrohrs mit dem Gradbogen (V) und dessen Theilung, die Einrichtungen zur groben und feinen Drehung des Rohrs und die verschiedenen Vorrichtungen zur Richtigstellung des Instruments, so weit es Kippregel ist, hier nicht mehr zu beschreiben, da es bereits in dem oben angeführten Paragraph geschehen ist; sondern können uns ausschliesslich mit der Einrichtung des Fernrohrs beschäftigen.

Das Objectiv desselben besteht aus einer achromatischen Doppellinse von 15 Linien Oeffnung und 18 Zoll Brennweite, und ist in der Objectivröhre nach Fig. 53 S. 105 centrisch befestigt. Statt eines einfachen Fadenkreuzes sind in der Ocularröhre zwei in einer Ebene

Fig. 183.



liegende Fadenkreuze angebracht. Diese Fadenkreuze machen den eigentlich messenden Bestandtheil des Fernrohrs aus und bilden zusammen ein Fadenmikrometer. Die Fig. 185 stellt davon einen Längenschnitt nach der optischen Axe und Fig. 186 einen Querschnitt senkrecht zu dieser Axe vor. Das eine Fadenkreuz (o) ist auf einem

Fig. 184.

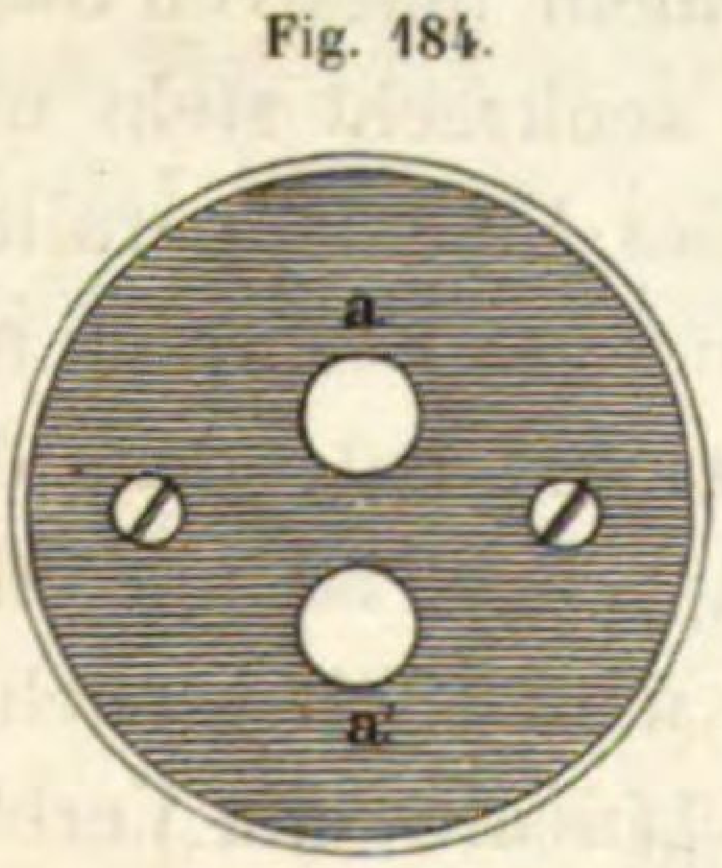


Fig. 185.

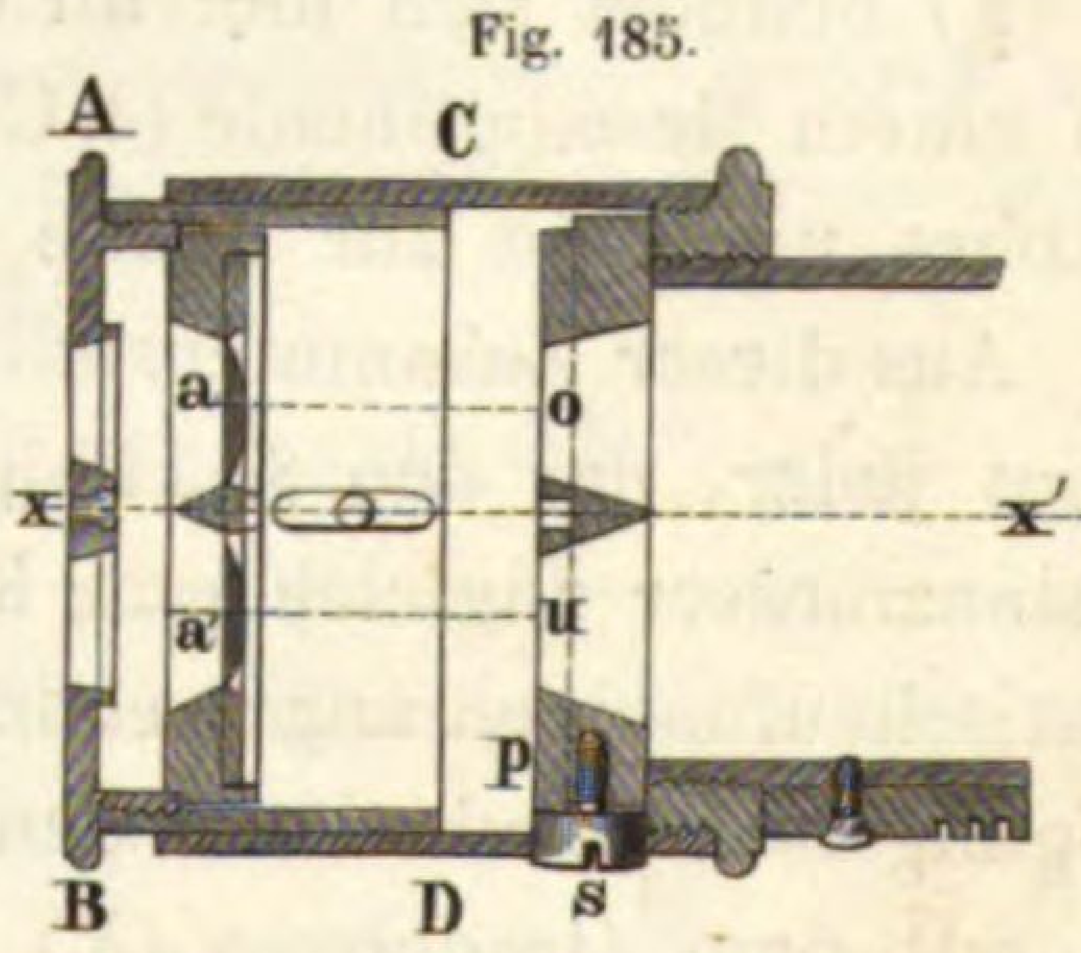
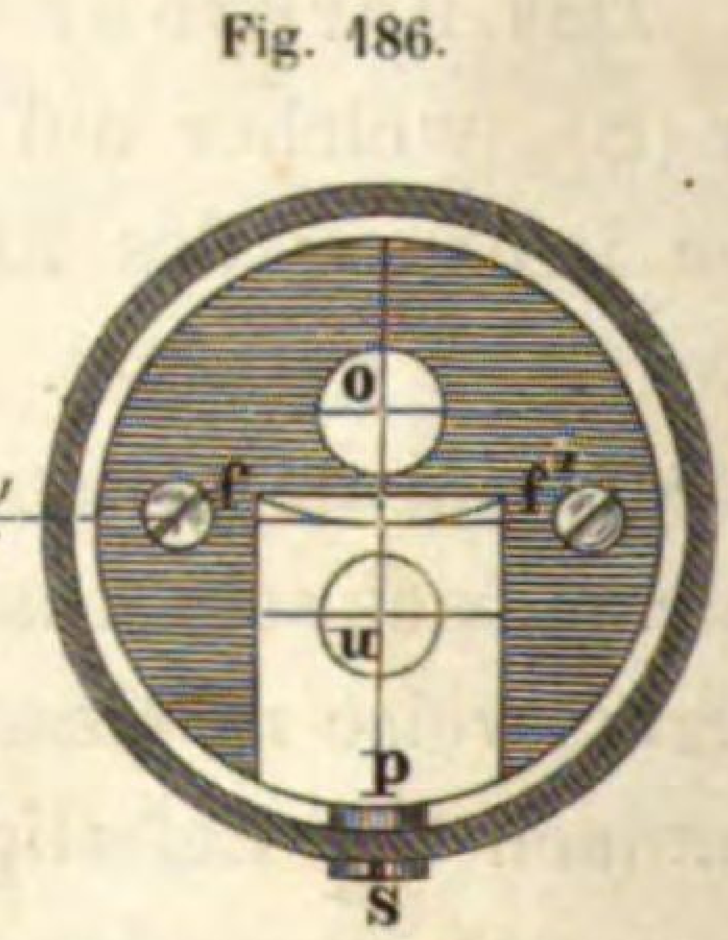


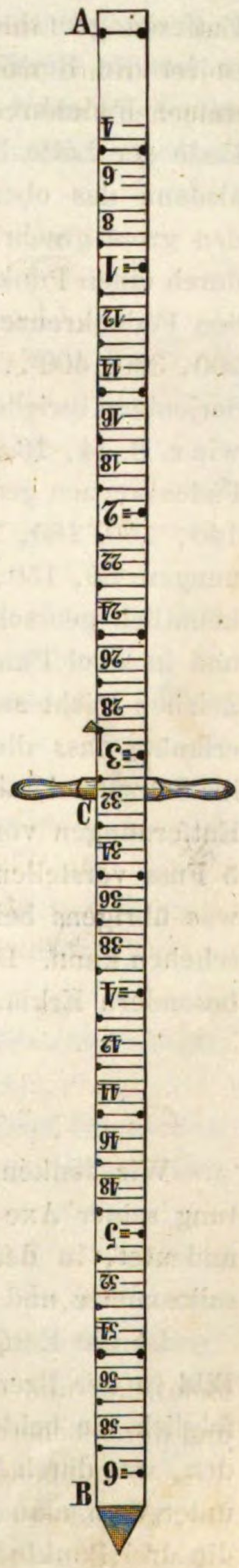
Fig. 186.



Metallring und das andere (u) auf ein in diesem Ring verschiebbares und durchlöchertes Messingplättchen (p) aufgeklebt. Die Verschiebung dieses Plättchens in der Richtung ou wird durch die Schraube s und die Stahlfeder, welche in der Höhlung ff' des vorhin genannten Ringes liegt, bewirkt; ihr Zweck ist, dem Abstande der Kreuzpunkte

o, u die ihm zukommende Grösse zu geben. Jedes der zwei Fadenkreuze hat ein eigenes Ocular: dem oberen Kreuzpunkte o entspricht das Ocular a und dem unteren Fadenkreuze u das Ocular a'. Die Axen (ao, a'u) dieser Oculare sind der Fernrohraxe parallel. Die Fassung (AB) der Oculare lässt sich, wie Fig. 185 zeigt, in der Richtung dieser Axen so weit verschieben als nöthig ist, um das deutliche Sehen der Kreuzfäden zu bewirken.

Fig. 187.



Die Distanzlatte (Fig. 187) wird aus sehr trockenem Tannenholze in einer Dicke von etwa einem Zoll, einer Breite von 3 bis 4 Zoll und einer Länge von 9 bis 15 Fuss angefertigt. Das untere Ende ist mit einem eisernen Schuh beschlagen, in einer Höhe von 4 bis 5 Fuss befinden sich zwei Handgriffe (C) zum Halten, und etwas oberhalb dieser Griffe ist an der schmalen Seite der Latte ein Diopter (Δ) so angebracht, dass es beim Gebrauche senkrecht zur Lattenaxe, ausserdem aber parallel zu ihr gestellt werden kann. Der Zweck dieses Diopters ist, die Latte nahezu senkrecht gegen die optische Axe des Fernrohrs zu stellen. Indem nämlich der Arbeiter, welcher die Latte hält, diese in ihrer Richtung gegen das Loth so lange verändert, bis die Absehlinie des Diopters auf das Objectiv des Fernrohrs trifft, wird die bezeichnete Stellung in einem für die Praxis genügenden Grade der Genauigkeit erlangt.

Für eine bequeme Messung ist es sehr wichtig, die Theilung der Latte möglichst übersichtlich und so einzurichten, dass man sofort die auf einen bestimmten Punkt des Instruments bezogenen und für die Richtung der optischen Axe des Fernrohrs gültigen Entfernungen der Latte unmittelbar ablesen kann. Die Bezeichnungsweise der Distanzlatten ist nach den Ansichten der Verfertiger und der Besteller verschieden; wir geben in Fig. 187 diejenige, welche in dem Ertel'schen Institute in München

gebräuchlich ist und in der Praxis sich als gut bewährt hat. Die Entfernungen sind hier auf die Drehaxe des Fernrohrs bezogen und es ist die Bezifferung auf die Voraussetzung gegründet, dass das untere Fadenkreuz (u) des Fernrohrs jederzeit auf den am oberen Ende der Latte befindlichen Nullpunkt (A) eingestellt wird. Wenn alsdann das obere Fadenkreuz (o) einen der Striche deckt, welche den gross geschriebenen Ziffern 1, 2, 3, 4 . . . gegenüberstehen und durch einen Punkt und Pfeil ausgezeichnet sind, so stellt der zwischen den Fadenkreuzen gesehene Lattenabschnitt die Entfernungen 100, 200, 300, 400 . . . Fuss vor. Trifft das obere Fadenkreuz auf einen derjenigen Striche, an welche in etwas kleinerer Schrift gerade Zahlen wie z. B. 14, 16, 18, 22 . . . gesetzt sind, so entsprechen die von den Fadenkreuzen gedeckten Lattenabschnitte beziehlich den Entfernungen 140, 160, 180, 220 . . . Fus. Die Abschnitte, welche den Entfernungen 50, 150, 250, 350 . . . Fuss angehören, sind durch Striche kenntlich gemacht, welche die ganze Lattenbreite zur Länge haben und in zwei Punkte endigen. Hiernach wird man sich die übrigen Zeichen leicht selber deuten können; nur die Bemerkung sey noch erlaubt, dass die Theilstriche nach unten an Dicke zunehmen, weil ihr Sehwinkel mit den Entfernungen kleiner wird, und dass man bei Entfernungen von mehr als 400 Fuss die Zwischenräume, welche je 5 Fuss vorstellen, durch Schätzung in einzelne Fusse abtheilen muss, was übrigens bei einiger Uebung mit hinreichender Genauigkeit geschehen kann. Die verkehrte Aufschrift der Ziffern bedarf wohl keiner besondern Erklärung mehr.

§. 175.

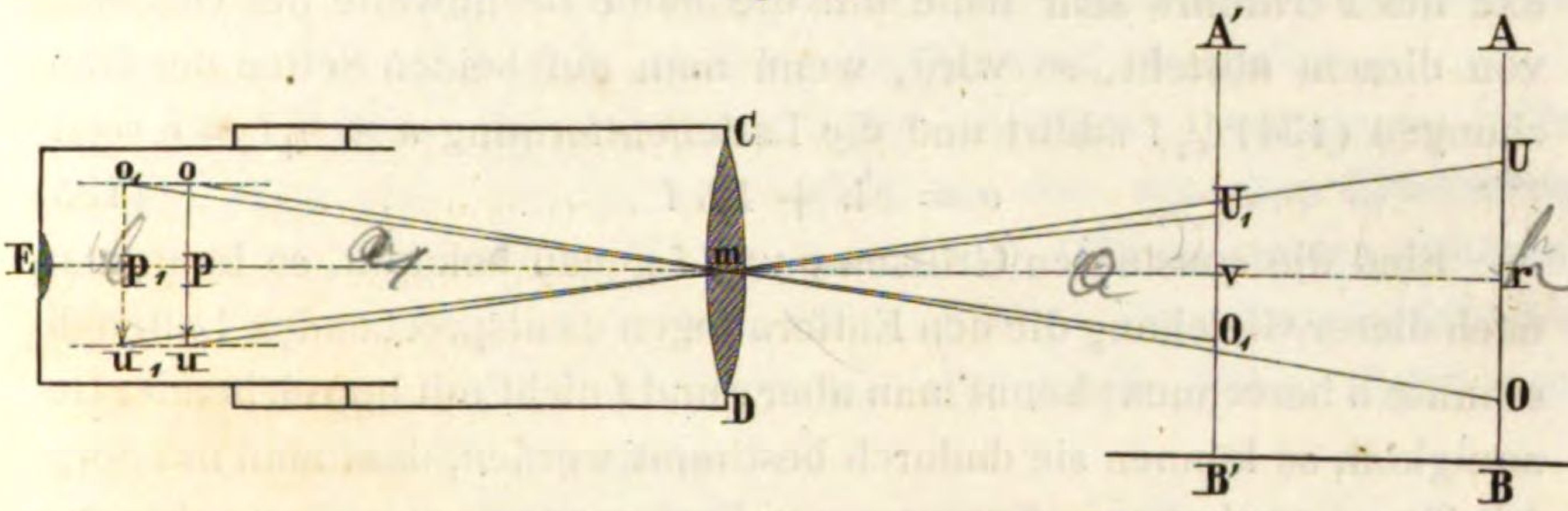
Wirkungsweise.

Wir denken uns jetzt das Fernrohr wagrecht und auf die Richtung seiner Axe die Latte lothrecht gestellt, wie dieses die Fig. 188 andeutet, in der AB die Latte, CD das Objectiv, ou das Fadenmikrometer und E das Ocular vorstellt.

Ist die Entfernung (mr) der Latte sehr gross, so wird sich ihr Bild in der Brennebene (p) des Objectivs erzeugen und es müssen folglich die beiden Fadenkreuze (o, u) in diese Ebene gebracht werden, was durch Verschiebung der Ocularröhre geschieht. Der Winkel, unter dem man die Latte von m aus sieht, ist in diesem Falle durch die drei Punkte o, m, u bestimmt; die Absehlinien om, um gehen

auf die Punkte o, u der Latte und die Fadenkreuzpunkte decken die Bildpunkte o, u. Wird die Latte näher an das Instrument (nach v) gerückt, so erzeugt sich ihr Bild entfernter vom Objectiv als vorhin; wir nehmen an in der Ebene p_1. Soll dieses Bild durch das Ocular deutlich gesehen und von den Fadenkreuzen ohne Parallaxe gedeckt

Fig. 188.



werden, so müssen diese zurückgezogen werden, bis sie in die Bildebene p_1 kommen. Dann ist aber der Winkel, welcher den der Entfernung m v zugehörigen Lattenabschnitt $U_1 O_1$ bestimmt, kleiner als bei der ersten Lattenstellung, nämlich gleich $o_1 m u_1$. Rückt die Latte dem Instrument noch näher, so findet abermals eine Zunahme der Bildweite und eine Abnahme des vom optischen Mittelpunkte (m) ausgehenden Sehwinkels statt. Bezeichnet

a die Entfernung der Latte vom optischen Mittelpunkt des Objectivs,
a_1 die Entfernung des Lattenbildes von demselben Punkte,
f die Brennweite des Objectivs,
h die Grösse des durch die Absehlinien gedeckten Lattenabschnitts,
b den Abstand der Fadenkreuzpunkte von einander,

so finden wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke, welche bei m ihre Scheitelwinkel haben, und in Folge der dioptrischen Hauptformel folgende zwei Gleichungen statt:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{h}{b} \quad \text{und} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}.$$

Setzt man den Werth von a_1 aus der zweiten in die erste Gleichung, so wird aus dieser

$$a = \frac{f}{b} h + f \text{ und } a - f = \frac{f}{b} h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

Aus der letzten Gleichung ist zu entnehmen, dass nicht die vom Objectiv aus gezählten Entfernungen der Latte, sondern

jene, welche von dem vorderen Brennpunkte des Objectivs an gezählt werden, den Lattenabschnitten genau proportional sind.

Da die Brennweite f des Objectivs und der Fädenabstand b an einem und demselben Fernrohre constante Grössen sind, so kann man das Verhältniss von $f : b = c$ setzen; und da ferner die Drehaxe des Fernrohrs sehr nahe um die halbe Brennweite des Objectivs von diesem absteht, so wird, wenn man auf beiden Seiten der Gleichungen (134) $\frac{1}{2} f$ addirt und die Lattenentfernung $a + \frac{1}{2} f = e$ setzt:

$$e = ch + 1{,}5\,f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (135)$$

Sind die constanten Grössen c und f genau bekannt, so kann man nach dieser Gleichung die den Entfernungen e entsprechenden Lattenabschnitte h berechnen; kennt man aber c und f nicht mit hinreichender Genauigkeit, so können sie dadurch bestimmt werden, dass man mit Sorgfalt die zu zwei genau abgemessenen Entfernungen e' und e'' gehörigen Lattenabschnitte h' und h'' beobachtet und aus den beiden Gleichungen

$$e' = ch' + 1{,}5\,f$$
$$e'' = ch'' + 1{,}5\,f$$

die Werthe von c und f sucht. Es bedarf wohl kaum der Erinnerung, dass es gut ist, mehr als zwei Werthe von e und h zu messen, aus je zwei Gleichungen c und f zu bestimmen und aus den so erhaltenen Werthen von c so wie aus denen von f das Mittel zu nehmen, oder, wenn man Lust dazu hat, die bessten Werthe von c und f durch die Methode der kleinsten Quadrate zu suchen. Wir werden von nun an die Constanten c und $1{,}5\,f = d$ als gegebene Grössen ansehen und sofort mit Hilfe der Gleichung

$$e = ch + d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

die Theilung der Latte näher bestimmen.

Heissen $h_1, h_2, h_3, h_4, \ldots$ die zu $e_1, e_2, e_3, e_4 \ldots$ gehörigen Lattenabschnitte, so finden die Gleichungen statt:

$$e_1 = ch_1 + d,\ e_2 = ch_2 + d,\ e_3 = ch_3 + d,\ e_4 = ch_4 + d \text{ u. s. f.}$$

Zieht man immer die vorhergehende Gleichung von der folgenden ab, so erhält man die nachstehenden Gleichungen:

$$e_2 - e_1 = c(h_2 - h_1),\ e_3 - e_2 = c(h_3 - h_2),\ e_4 - e_3 = c(h_4 - h_3) \text{ u. s. f.}$$

Sind die Längenunterschiede $e_2 - e_1$, $e_3 - e_2$, $e_4 - e_3$ u. s. w. einander gleich, so müssen auch die Abschnittsdifferenzen $h_2 - h_1$, $h_3 - h_2$, $h_4 - h_3$ u. s. w. unter sich gleich seyn. Hieraus geht hervor, dass die Distanzlatte, auch wenn die Entfernungen auf die

Drehaxe des Fernrohrs bezogen werden, von einer beliebig zu wählenden Stelle (h_1) an gleichmässig getheilt werden muss. Die Stelle h_1 entspricht der Entfernung e_1 und diese Entfernung kann so klein als man will angenommen werden. Setzen wir sie, da man mit dem Distanzmesser kleinere Längen nicht zu messen pflegt, gleich 50 Fuss, so ist die Latte von dem Punkte an, welcher von 0 um die aus der Gleichung $50' = c h_1 + d$ sich ergebende Grösse h_1 absteht, gleichförmig zu theilen.

Wir wollen diese Betrachtungen an einem besonderen Falle näher erläutern. Die Latten, welche zu den aus dem Ertel'schen Institute hervorgehenden Reichenbach'schen Distanzmessern gehören, haben für die Entfernung von 100 und 1000 Fuss Lattenabschnitte von 1,375 und 14,11 Fuss bayerisch. Mit diesen Daten findet man aus den beiden Gleichungen:

$$100 = 1{,}375\,c + d \quad \text{und} \quad 1000 = 14{,}11\,c + d$$

die Constanten $c = 70{,}833$ und $d = 2{,}55$ Fuss. Da aber $d = 1{,}5\,f$ und $c = f : b$, so findet man weiter die Brennweite des Objectivs $f = 1',70$ und den Fädenabstand $b = 0',024 = 2{,}4$ bayer. Decimallinien. Für das in Rede stehende Instrument gilt also die Gleichung

$$e = 70{,}833\,h + 3{,}55,$$

aus der sich, wenn man die Werthe von e bei 50 Fuss beginnen und immer um diese Länge wachsen lässt, folgende Lattenabschnitte h durch Rechnung ergeben:

Für $e_1 = 50'$ wird $h_1 = 0',670$;
„ $e_2 = 100'$ „ $h_2 = 1',376$;
„ $e_3 = 150'$ „ $h_3 = 2',083$;
„ $e_4 = 200'$ „ $h_4 = 2',789$; u. s. w.

Während demnach

für die ersten	50 Fuss der Lattenabschnitt		$h_1 = 0',67$ ist, wird
„ „ zweiten	50 „ „	„	$h_2 - h_1 = 0',706$,
„ „ dritten	50 „ „	„	$h_3 - h_2 = 0',707$,
„ „ vierten	50 „ „	„	$h_4 - h_3 = 0{,}706$ u. s. w.

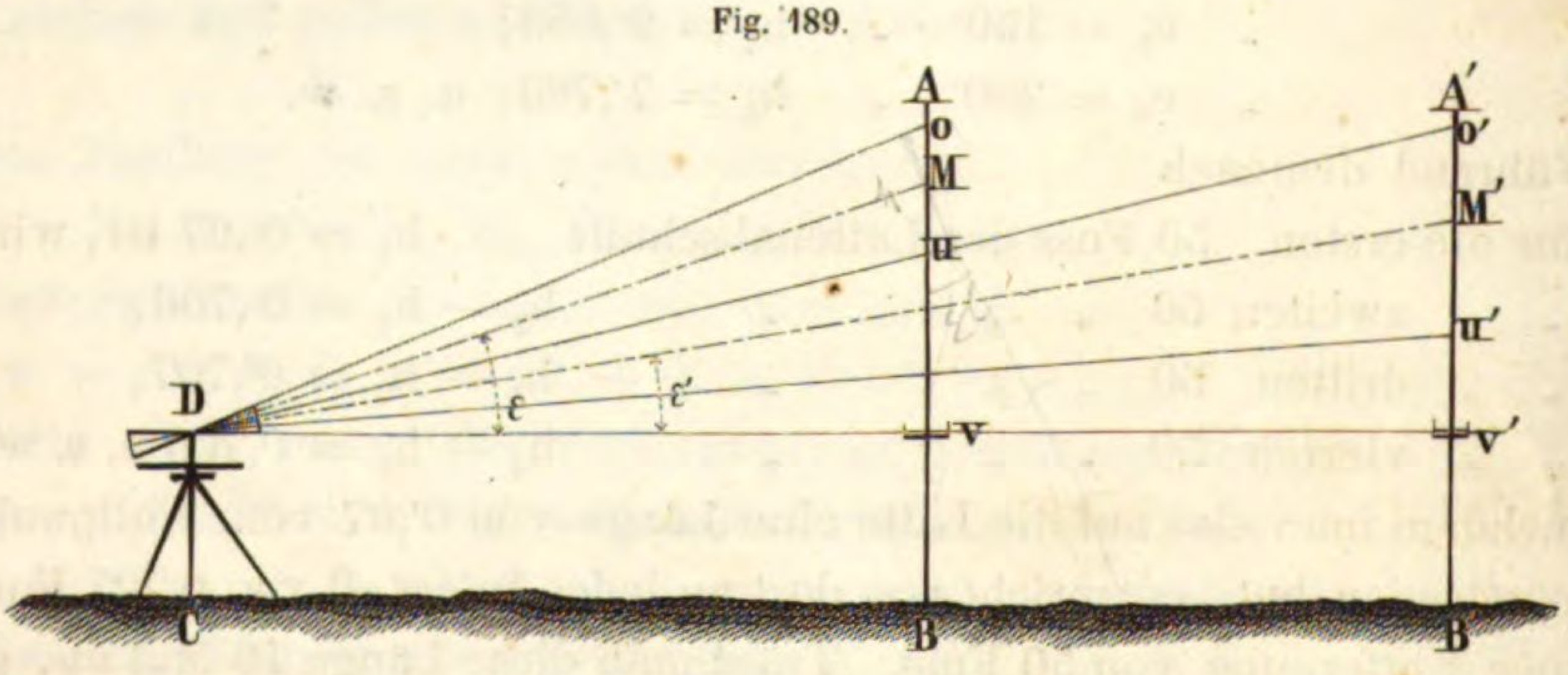
Nachdem man also auf die Latte eine Länge von 0',67 vom Nullpunkt aufgetragen hat, entspricht von dort an jedes Intervall von 0,707 Fuss einer Entfernung von 50 Fuss. Trägt man diese Länge 19 Mal ab, so erhält die Latte für 1000 Fuss Entfernung eine Länge von $0{,}67 + 19 \times 0{,}707 = 14{,}10$ Fuss. Theilt man die Strecke von 0',707 in zehn gleiche Theile, so entspricht ein Latteninterval von 7,07 Dezimallinien

einem Längenunterschied von 5 Fuss und ein Intervall von 1,414 Linien einem Längenunterschiede von 1 Fuss. Die hier berechneten Werthe von f, b, h_1, h_2, h_3 bis h_{20} gehen mit den wirklichen Abmessungen am Fernrohre und an der Latte überall bis auf weniger als ein Tausendstel, also so genau zusammen, als man nur wünschen kann. Die Theilung einer Distanzlatte ist demnach sehr einfach und setzt weder jene weitläufigen Berechnungen noch die mühsamen Versuche voraus, welche man hie und da in Zeitschriften und Lehrbüchern angegeben findet.

§. 176.
Reduction der schiefen Längen.

Im vorigen Paragraph wurde vorausgesetzt, dass die Fernrohraxe wagrecht und die Latte lothrecht, also die eine senkrecht zur anderen gerichtet sey. Diese Forderung ist aber nur selten zu erfüllen; denn selbst auf einem wagrechten Terrain muss das Fernrohr so weit erhoben werden als nöthig ist, um das untere Fadenkreuz auf den Nullpunkt der Latte einzustellen. Da man nun durch den Distanzmesser, wenn er zu Messtischaufnahmen dient, die horizontale Entfernung der Lattenfusspunkte von dem durch die Drehaxe des Fernrohrs gehenden Loth erfahren will, so ist zu entwickeln, in welcher Weise man bei erhobenem oder gesenktem Fernrohr aus der abgelesenen schiefen Länge die gesuchte Horizontalprojection erhält. Zu dem Ende werden wir zunächst ein wagrechtes und dann ein geneigtes Terrain voraussetzen.

Fig. 189.



1) Die Bodenfläche ist wagrecht, Fig. 189. Der Standpunkt des Instruments befinde sich in C und es sey die Drehaxe D des Fernrohrs lothrecht über C. Mit dem Diopter v, welches in der

Regel 5 Fuss über dem Fusspunkt B der Latte steht, wird nach dem Fernrohr D visirt und hierdurch die Latte AB senkrecht zur Linie vD gestellt: von dieser Linie aber darf man, da DC nahezu gleich Bv ist, annehmen, dass sie der BC parallel und folglich ihr auch gleich sey. Wird das untere Fadenkreuz auf den Nullpunkt (o) der Latte gerichtet und ist $ou = h$ der Abschnitt, welchen das obere Fadenkreuz angibt, so kann ohne merklichen Fehler der Schnittpunkt M der optischen Axe DM des Rohrs mit der Latte in der Mitte von ou angenommen werden. Hiernach lässt sich für jede beliebige Ablesung e der Winkel ε berechnen, welchen die Fernrohraxe mit dem Horizont oder der Linie vD bildet. Denn da der Abstand l des Nullpunktes o der Latte von der Absehlinie des Diopters v bekannt und $oM = \frac{1}{2}h$ ist, so wird zunächst

$$(Mv) = l - \tfrac{1}{2}h = (DM) \sin \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (137)$$

Würde die Latte auf MD senkrecht stehen, so wäre die Ablesung bei u gleich der Länge MD; da aber die Latte mit der Senkrechten auf MD den Winkel ε einschliesst, so entspricht der Entfernung MD der Lattenabschnitt $(ou) \cos \varepsilon = h \cos \varepsilon$; es ist somit nach Gleichung (136)

$$(MD) = ch \cos \varepsilon + d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138)$$

und wenn man diesen Werth von MD in die vorletzte Gleichung setzt und dieselbe mit 2 multiplicirt:

$$2l - h = 2ch \sin \varepsilon \cos \varepsilon + 2d \sin \varepsilon.$$

Da ε selbst bei einer Lattenhöhe von 14 Fuss und einer Entfernung von nur 80 Fuss weniger als 7^0 beträgt, also stets ein kleiner Winkel ist, so kann man annähernd $2 \sin \varepsilon = \sin 2\varepsilon$ setzen. Thut man diess und berücksichtigt, dass $2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon = \sin 2\varepsilon$ ist, so findet man aus der letzten Gleichung

$$\sin 2\varepsilon = \frac{2l - h}{ch + d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (139)$$

Will man statt des Lattenabschnitts h lieber die Entfernung e einführen, welche ihm entspricht, so kann man dieses, indem man h aus der Gleichung $e = ch + d$ sucht. Setzt man dabei die constanten Werthe

$$\frac{2lc + d}{c} = m \quad \text{und} \quad \frac{1}{c} = n,$$

so erhält man schliesslich

$$\sin 2\varepsilon = \frac{m}{e} - n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140)$$

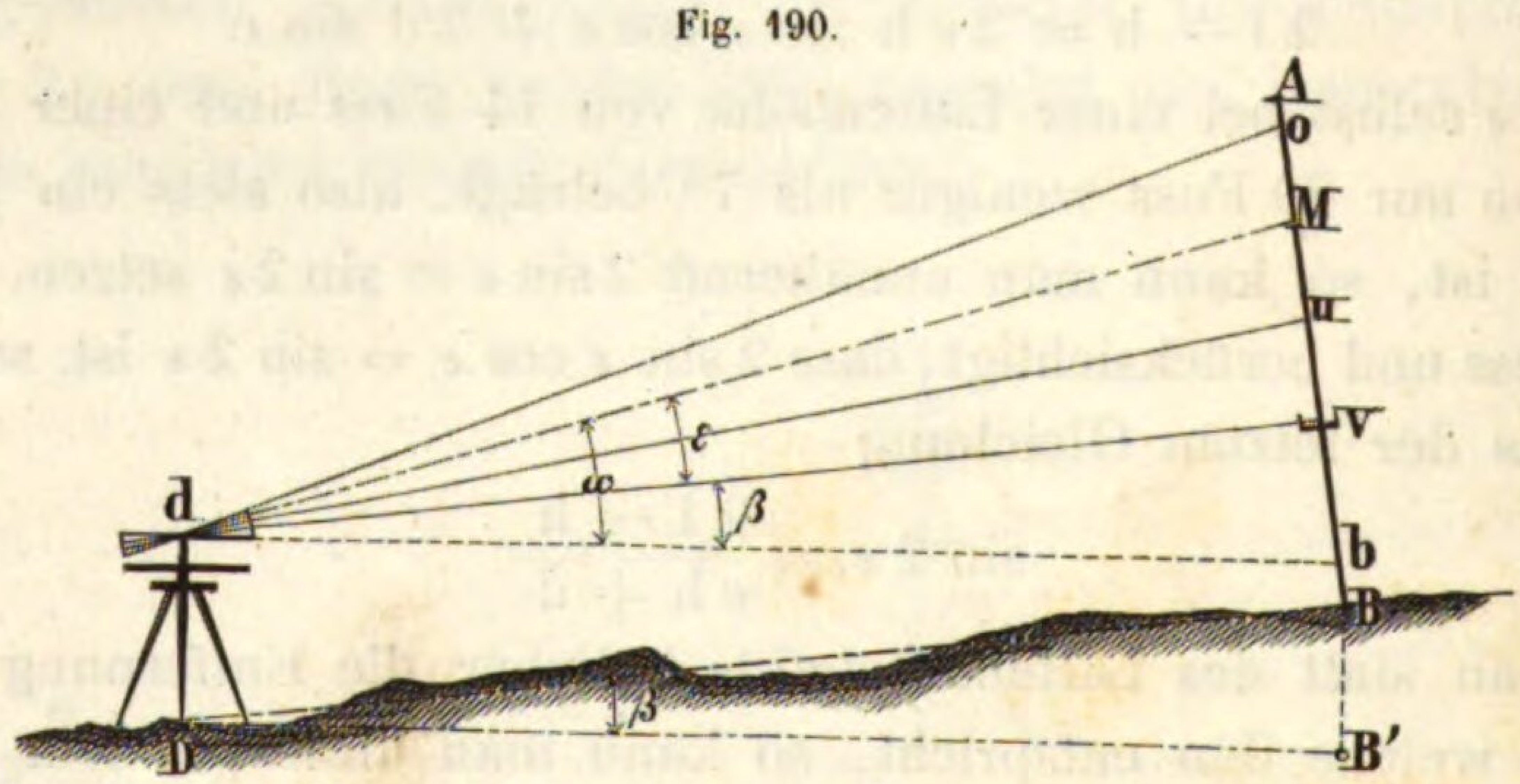
Mit Hilfe dieser Formel ist die nachstehende Tafel berechnet, welche die Werthe des Winkels ε für gegebene Entfernungen e oder diesen entsprechende Lattenabschnitte h liefert. Die Constanten c und d sind dieselben wie im vorigen Paragraph, und l ist nach einer Messung an der Latte = 9,8 Fuss. Da c = 70,833 und d = 2',55, so wird m = 19,636 und n = 0,01412, folglich

$$\sin 2\varepsilon = \frac{19{,}636}{e} - 0{,}01412.$$

Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε
50'	11° 7'	225'	2° 3'	500'	0° 43'	850'	0° 15'
75'	7° 10'	250'	1° 51'	550'	0° 37'	900'	0° 13'
100'	5° 15'	275'	1° 39'	600'	0° 32'	950'	0° 11'
125'	4° 6'	300'	1° 28'	650'	0° 28'	1000'	0° 9'
150'	3° 25'	350'	1° 12'	700'	0° 24'	1100'	0° 6'
175'	2° 46'	400'	1° 0'	750'	0° 20'	1200'	0° 4'
200'	2° 25'	450'	0° 50'	800'	0° 17'	1390'	0° 0'

2) Die Bodenfläche ist geneigt. In diesem Falle kann das Instrument tiefer oder höher stehen als die Latte: Fig. 190 stellt den ersten, Fig. 191 den zweiten Fall vor. In beiden Figuren bezeichnet DB' die zu messende wagrechte Länge e', Dd das durch

Fig. 190.



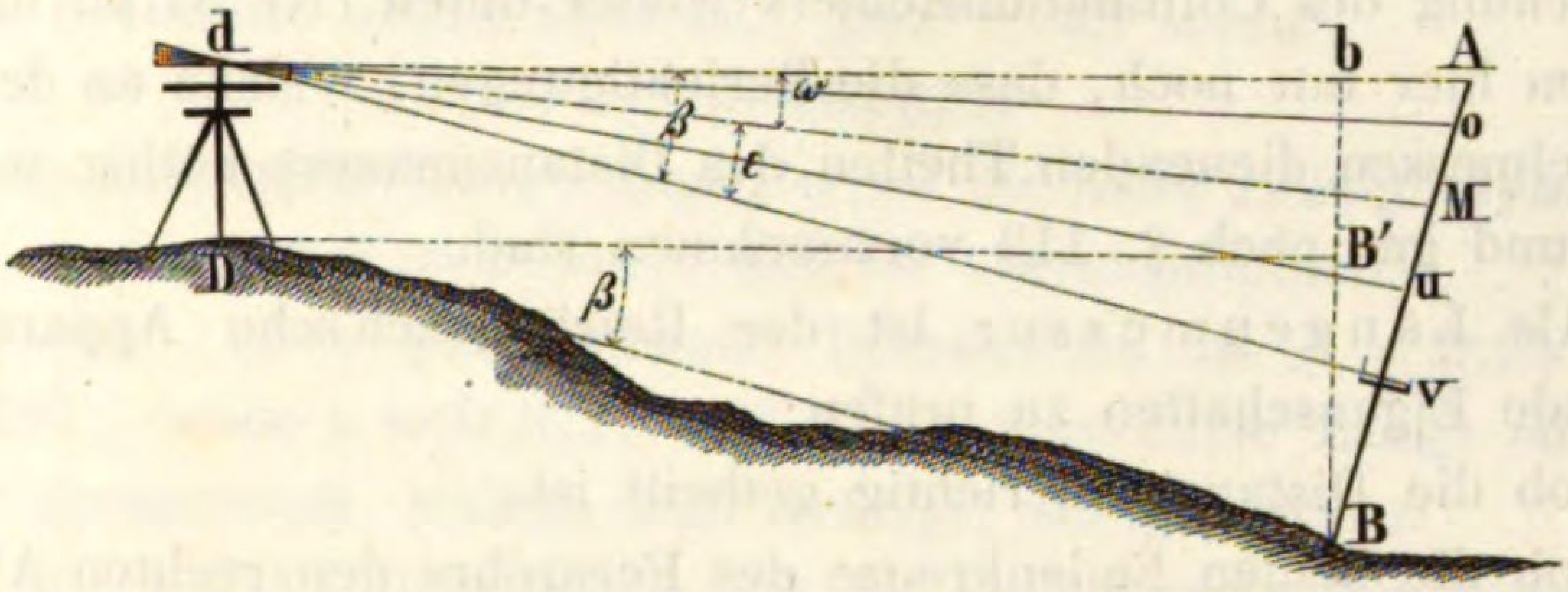
die Drehaxe des Instruments gehende Loth, AB die auf vd senkrecht stehende Latte, dM die optische Axe des Fernrohrs, ω deren Neigungswinkel gegen den Horizont, welchen der Gradbogen angibt, β den Neigungswinkel des Bodens gegen den Horizont, ou den von den Fadenkreuzen gedeckten Lattenabschnitt.

Nach der vorausgehenden Nummer ist die Länge von (dv) =

$e \cos^2 \varepsilon$, und nach den Figuren kann man die Länge $DB = (dv)$ setzen, da $DBvd$ nahezu ein Rechteck ist. Somit wird $DB' = (DB) \cos \beta = e \cos^2 \varepsilon \cos \beta$, und da der Winkel β in dem ersten Falle (Fig. 190) gleich $\omega - \varepsilon$ und in dem zweiten Falle (Fig. 191) gleich $\omega + \varepsilon$ ist, so folgt schliesslich die Horizontalentfernung

$$e' = e \cos^2 \varepsilon \cos (\omega \mp \varepsilon) \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (141)$$

Fig. 191.



Zeigt bei einem erhöhten Standpunkte des Instruments der Gradbogen den Winkel $\omega = o$ an, so ist offenbar $e' = e \cos^3 \varepsilon$; und wird bei einem schwach abfallenden Terrain der Winkel ω kleiner als ε, so hat man $\cos (\varepsilon - \omega)$ für $\cos (\omega - \varepsilon)$ zu setzen.

Es würde zu mühsam seyn, wenn man auf dem Felde, wo man sehr viele schiefe Längen nach einander zu messen und ihreHorizontalprojectionen in die Aufnahme einzutragen hat, die Bestimmung jeder Projection nach der Formel (141) vornehmen müsste. Darum rechnet man für den Distanzmesser und seine Latte eine Tafel, welche sofort für jede abgelesene Entfernung und Neigung die Reductionsgrösse oder diejenige Länge angibt, welche von der Ablesung abzuziehen ist. Im Anhange zu diesem Buche findet man diejenige Reductionstabelle (Nr. II), welche wir für den Reichenbach'schen Distanzmesser, wie er in der Ertel'schen Werkstätte angefertigt wird, neu berechnet und im Eingange des Anhangs erläutert haben. In Dingler's polytechnischem Journal, Bd. CXXIX, hat Herr Ministerialrath v. Steinheil ein graphisches Verfahren zur Reduction der schiefen Längen mitgetheilt, das wir der Würdigung der praktischen Geometer empfehlen.

§. 177.

Prüfung und Berichtigung.

Der Reichenbach'sche Distanzmesser ist zunächst in seiner Eigenschaft als Kippregel und hierauf als längenmessendes Instrument zu

prüfen. Als Kippregel hat er dieselben sechs Anforderungen zu erfüllen, welche nach §. 113 an diese gestellt werden. Ob jenen Forderungen genügt wird, ist nach dem eben angeführten Paragraph zu untersuchen; nur die Bestimmung des Collimationsfehlers erheischt ein etwas abgeändertes Verfahren, weil die Visirlinien des Distanzmessers mit der optischen Axe wohl in einer Ebene aber nicht in einer geraden Linie liegen. Wir geben diese Abänderung in der Aufsuchung des Collimationsfehlers weiter unten (Nr. 3) an und bemerken hier nur noch, dass die Berichtigungen, welche an den zum Winkelmessen dienenden Theilen des Distanzmessers nöthig werden, ganz und gar nach §. 113 vorzunehmen sind.

Als Längenmesser ist der Reichenbach'sche Apparat auf folgende Eigenschaften zu prüfen:

1) ob die Distanzlatte richtig getheilt ist;
2) ob die beiden Fadenkreuze des Fernrohrs den rechten Abstand von einander haben; und
3) ob die optische Axe des Fernrohrs mit der Linealkante parallel läuft, wenn der Vertikalkreis auf Null steht.

Zu 1. Darf man, wie es hier geschieht, eine hinreichend starke aber nicht zu schwere, aus gut getrocknetem Holze angefertigte, mit einem kurzen Diopter und zwei festen Handgriffen versehene Latte voraussetzen, so ist die weitere Untersuchung dieser Latte sehr einfach. Man misst nämlich die Länge der Latte von der Stelle an, welche einer Entfernung von 50 Fuss entspricht, bis zu einem der unteren Endstriche, der etwa 1000 Fuss Entfernung angehört, berechnet sich hieraus durch eine einfache Division dasjenige Stück (i) der Theilung, welches einem Längenunterschiede von 50 Fuss zwischen 50 und 1000 Fuss entspricht, und sieht zu, ob zwischen diesen zwei Stellen die Lattentheilung ganz gleichförmig ist, wie sie seyn soll.

Nun fragt es sich, ob der Lattenabschnitt von 0 bis 50 die richtige Länge hat. Diese Länge ist aber nach den vorausgegangenen Messungen mit Hilfe der in §. 175 aufgestellten Formeln leicht zu berechnen. Bezeichnet nämlich

x den gesuchten Lattenabschnitt für die Entfernung von 0 bis 50 Fuss,

i den Lattenabschnitt für je 50 Fuss Längenunterschied zwischen 50 und 1000 Fuss,

c die erste und d die zweite Constante des Distanzmessers,

so gelten nach §. 185 und Gl. 136 für den vorliegenden Fall folgende Gleichungen:

$$50' = cx + d;$$

$$100' = c(x + i) + d;$$

$$150' = c(x + 2i) + d \quad \text{u. s. w.}$$

Zieht man jede vorhergehende Gleichung von der folgenden ab, so folgt $ci = 50'$, woraus sich die Constante c ergibt, während $d = 1,5\,f$ an dem Fernrohre abzumessen ist. Man erhält somit

$$x = (1 - 0,02\,d)\,i,$$

und diese berechnete Länge muss, wenn die Latte richtig seyn soll, mit der gemessenen zwischen 0 und 50 übereinstimmen.

An dem oben beschriebenen Instrumente ist $d = 2',55$ und $i = 0',707$; daher $x = 0',671$, und diese berechnete Länge stimmt mit der gemessenen, welche 0',67 beträgt, völlig überein.

Zu 2. Um zu untersuchen, ob die Fadenkreuze den richtigen Abstand von einander haben, ist zunächst nöthig, dass man auf festem ebenen Boden eine lange gerade Linie ausstecke und genau abmesse. Von 100 zu 100 Fuss lässt man Pfähle einschlagen, um die Latte in bestimmten Entfernungen vom Instrumente aufstellen zu können. Ueber dem ebenfalls mit einem Pfahl bezeichneten Anfangspunkt der abgemessenen Linie stellt man den Messtisch centrisch und horizontal auf und bezeichnet auf dem Tischblatte durch die Lothgabel die Projection des Anfangspunktes, um den Ständer des Distanzmessers darüber zu bringen. Die Fadenkreuze sind schon vorher so gerichtet worden, dass man sie deutlich sieht und dass sich ihre Schnittpunkte bei horizontal stehendem Tische in Vertikalebenen bewegen. Nun lasse man die Latte auf dem Pfahl Nr. 1, der 100 Fuss entfernt ist, aufstellen und richte selbst das Fernrohr so auf dieselbe, dass man deutlich lesen und keine Parallaxe bemerken kann. Das eine (untere) Fadenkreuz wird auf Null gestellt und am anderen (oberen) abgelesen. Ausser dieser Ablesung macht man noch eine zweite am Vertikalkreise und schreibt beide auf. Dasselbe Verfahren wiederholt man vorsichtig für alle abgesteckten Punkte und reducirt alsdann alle abgelesenen Entfernungen mit Hilfe der Reductionstabelle auf den Horizont. Stimmen diese reducirten Entfernungen mit den abgemessenen genau überein oder finden nur ganz geringe bald positive bald negative Abweichungen davon statt, so hat man an dem Fadenmikrometer nichts zu

verbessern; sind aber diese Entfernungen entweder alle kleiner oder alle grösser als die abgemessenen Längen, so muss man in dem ersten Falle den Abstand der Fäden etwas grösser und in dem zweiten Falle etwas kleiner machen, was durch Lüften oder Anziehen der in Fig. 185 mit s bezeichneten Stellschraube geschieht. Nach dieser Berichtigung — welche so gemacht wird, dass die Ablesung für einen bestimmten Standpunkt der Latte (z. B. auf dem Pfahl Nr. 5) deren Entfernung genau entspricht — wiederholt man die früheren Aufstellungen, Ablesungen, Reductionen und Correctionen so lange, bis man mit der Leistung des Instruments zufrieden ist.

Zu 3. Das Verfahren, den Collimationsfehler des Reichenbach'schen Distanzmessers zu bestimmen, ist nur wenig von dem in §. 113 beschriebenen, zur Kippregel gehörigen, verschieden. Da man nämlich nicht längs der optischen Axe des Fernrohrs visiren kann, so müssen die zwei Absehlinien benützt werden, welche die beiden Fadenkreuze gewähren; wir wollen zunächst die obere wählen, d. h. diejenige, welche ausserhalb des Fernrohrs über der optischen Axe liegt. Verfährt man nun mit der Messung gerade so, wie im §. 113 angegeben; behält man ferner dieselben Bezeichnungen wie dort für die Ablesungen (w′ und w″) am Gradbogen, den wahren Höhenwinkel (w) und den Collimationsfehler (c) bei, und bezeichnet man weiter noch den Winkel, welchen die hier benützte obere Visirlinie mit der optischen Axe des Fernrohrs bildet, mit δ, so ist nicht schwer einzusehen, dass folgende zwei Gleichungen richtig sind:

$$\left.\begin{aligned} w' &= w \pm c - \delta \\ w'' &= w \mp c + \delta \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (142)$$

Hieraus folgt, wenn man die zweite Gleichung von der ersten abzieht,

$$w' - w'' = \pm 2c - 2\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (143)$$

Setzt man δ als bekannt voraus, so lässt sich hiermit der Collimationsfehler c berechnen; will man aber diese Voraussetzung nicht machen, so lässt sich δ wegschaffen, indem man mit der unteren Visirlinie dasselbe Verfahren durchführt wie mit der oberen. Bezeichnen für diese Absehlinie w_1 und w_2 die abgelesenen Höhen- und Tiefenwinkel, so gelten für dieselbe folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= w \pm c + \delta \\ w_2 &= w \mp c - \delta \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (144)$$

aus denen auf demselben Wege wie vorhin

$$w_1 - w_2 = \pm 2c + 2\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (145)$$

erhalten wird. Verbindet man die Gleichungen (143) und (145) durch Addition, so folgt

$$\pm c = \frac{w' - w'' + w_1 - w_2}{4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (146)$$

Hat man den Collimationsfehler des Reichenbach'schen Distanzmessers auf diesem Wege bestimmt, so schaffe man ihn entweder durch Verschiebung des Nonius weg oder bringe ihn gehörig in Rechnung. In dieser Beziehung hat man die Gleichungen (142) und (144) zu beachten, welche folgendes lehren:

1) Misst man die Neigung einer Linie an ihren beiden Endpunkten und jedesmal mit einer und derselben Absehlinie, so gibt das arithmetische Mittel aus den beiden Ablesungen den richtigen Neigungswinkel, der Collimationsfehler mag seyn welcher er will. Denn aus (142) und (144) folgt durch Addition:

$$w = \frac{w' + w''}{2} \quad \text{und} \quad w = \frac{w_1 + w_2}{2} \quad . \quad . \quad (147)$$

2) Misst man die Neigung einer Linie nur an einem Endpunkte, aber nach einander mit beiden Visirlinien, so ist zu dem arithmetischen Mittel der beiden Ablesungen am Gradbogen der Collimationsfehler zu addiren oder von ihm zu subtrahiren, je nach der Lage dieses Fehlers und des gemessenen Winkels. Denn aus der Verbindung der beiden ersten oder der beiden letzten Gleichungen der Formeln (142) und (144) folgt:

$$w = \frac{w' + w_1}{2} \mp c \quad \text{und} \quad w = \frac{w'' + w_2}{2} \pm c \quad . \quad . \quad (148)$$

Das Ertel'sche Universalinstrument [1] als Theodolith und Distanzmesser.

§. 178.

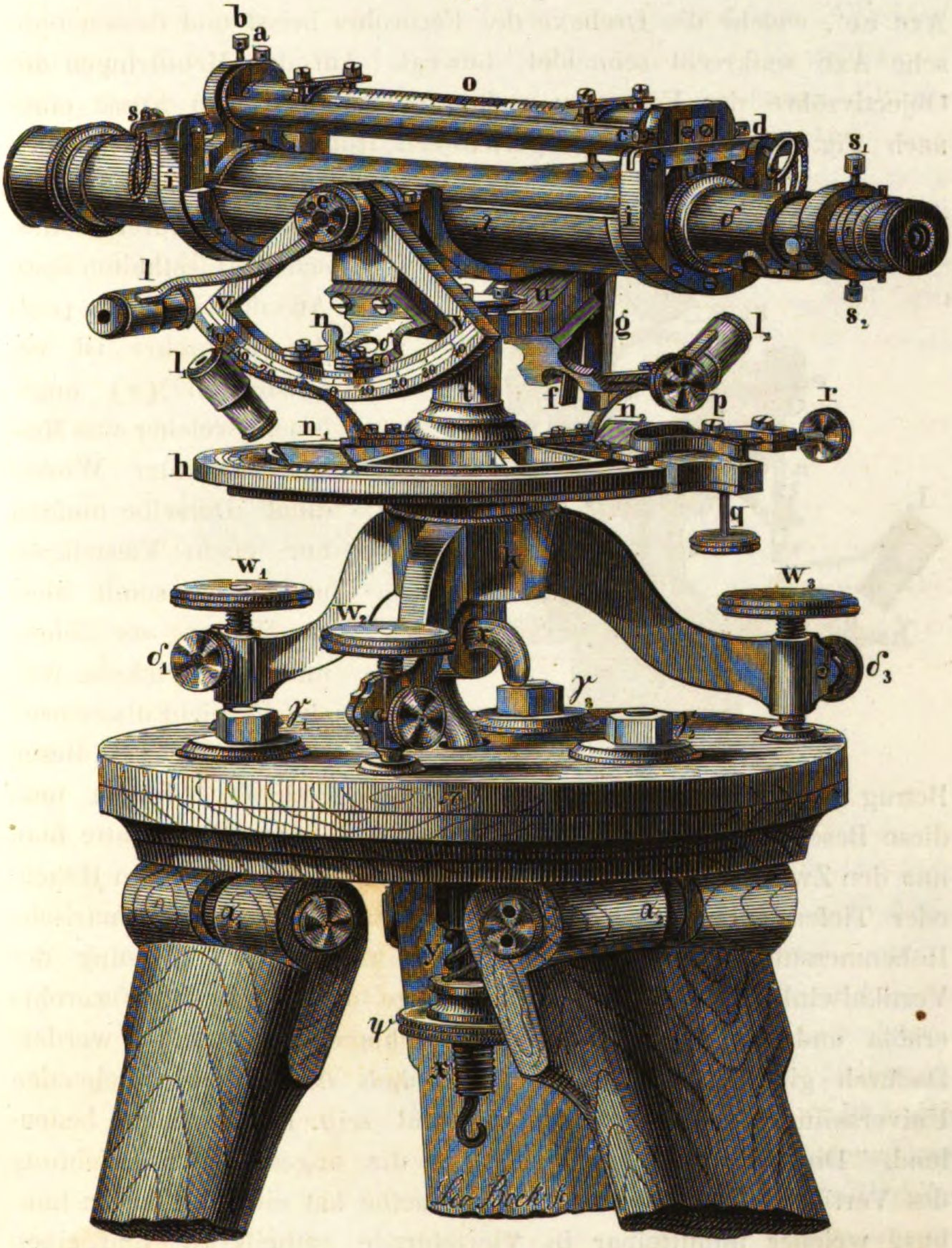
Dieses Instrument erfüllt drei Zwecke zugleich, indem es zum Messen horizontaler und vertikaler Winkel, zum Nivelliren und zum Distanzmessen dient. Als Distanzmesser stimmt es im Principe mit dem Reichenbach'schen Instrumente überein und unterscheidet sich von diesem nnr in der mechanischen Einrichtung des Fadenmikrometers, das in Folge der Verbindung von Theodolith, Nivellirinstrument und Distanzmesser einer Abänderung bedurfte. Gerade

[1] In dem Preissverzeichnisse von Ertel und Sohn ist dieses Instrument unter dem Namen „grosses Nivellirinstrument" aufgeführt, weil es als solches vorzugsweise verwendet wird.

diese Verbindung, welche in vortrefflicher Weise ausgeführt ist, macht das in Rede stehende Instrument zu einem der brauchbarsten geodätischen Apparate. Wir haben dasselbe in Fig. 192 perspectivisch, in Fig. 193 aber im lothrechten Durchschnitte abgebildet und werden es nun kurz beschreiben.

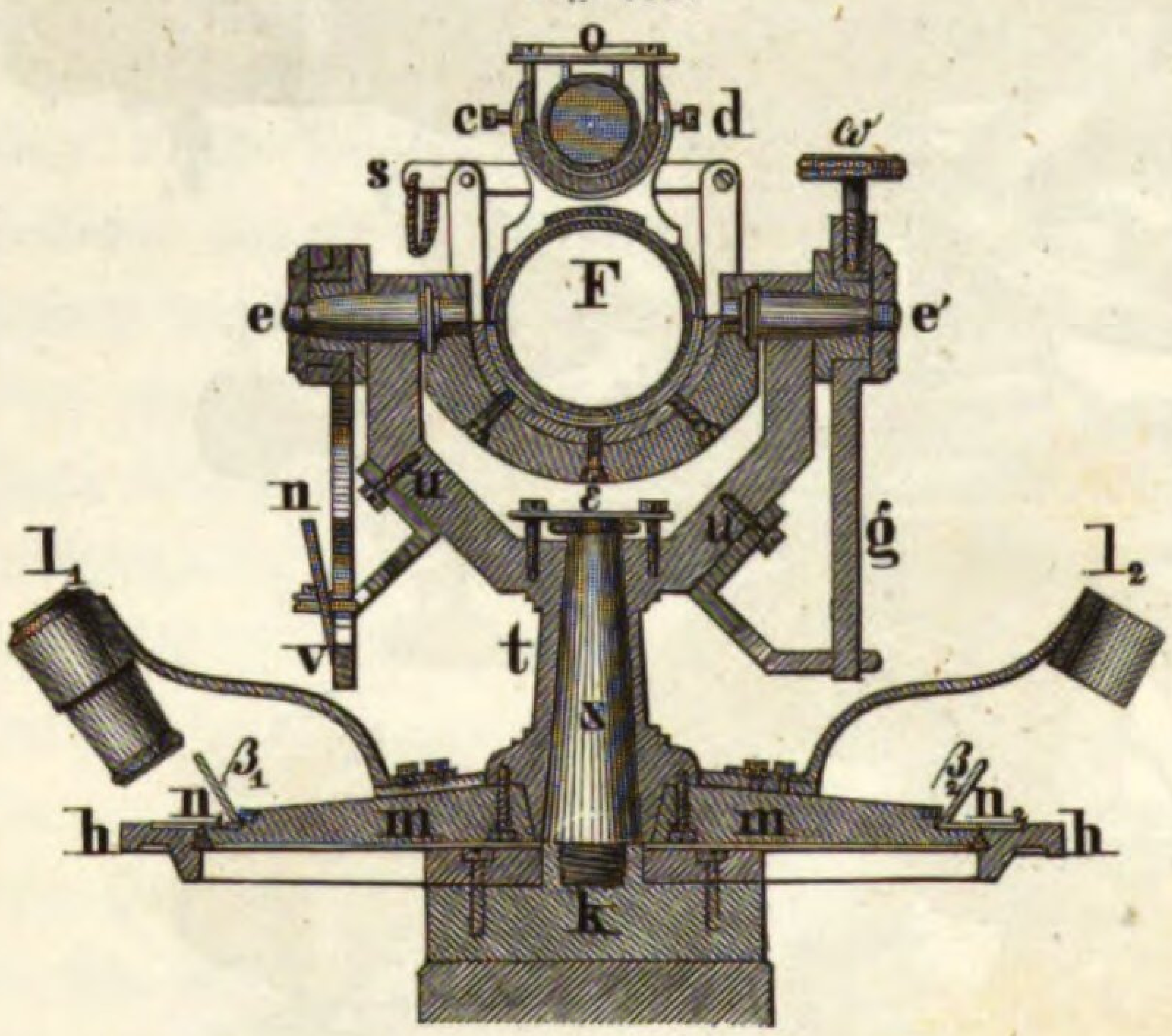
Auf dem Gestelle (π), das nach Reichenbach wie das in §. 110 S. 176 beschriebene Messtischgestelle gebaut ist, steht ein messingener Dreifuss (k) mittelst dreier Stellschrauben (w), deren aufgeschlitzte Muttern durch drei kleinere Schräubchen (δ) nach Erforderniss etwas gelüftet oder verengt werden können. Ein Haken (x) verbindet diesen Dreifuss so mit dem Gestelle, dass er nicht herabfallen, sich aber doch so viel bewegen kann, als die Horizontalstellung des Kreises durch die Fussschrauben erfordert. Zu dem Ende ist der Haken unten mit einer federnden Spirale (y) umwunden, welche einerseits an die Gestellplatte (π) und andererseits an die am unteren Ende des Hakens befindliche Schraubenmutter (ψ) drückt. An dem Dreifusse ist der Horizontalkreis (h) durch Speichen und der Zapfen (z) für den Alhidadenkreis durch eine Schraube befestigt. Dieser nach oben sich verjüngende stählerne Zapfen steckt in der Mitte des Dreifusses (k) und steht zur gemeinsamen Ebene des Horizontal- und Alhidadenkreises senkrecht. Mit Hilfe einer genau gebohrten Büchse (t), an der sich die Speichen des Alhidadenkreises (m) vereinigen, dreht sich dieser um den Vertikal-Zapfen und in dem Horizontalkreise; durch die Klemmschraube q kann der Alhidadenkreis angehalten und durch die Mikrometerschraube r alsdann noch etwas vor- oder rückwärts bewegt werden. Der silberne Limbus des Horizontalkreises ist in 2160 gleiche Theile, ein Grad also in 6 Theile getheilt. Die unmittelbare Ablesung geht somit bis zu 10 Minuten. Die beiden auf dem Alhidadenkreise befindlichen Nonien (n_1, n_2) stehen sich diametral gegenüber und haben eine Angabe von 10 Sekunden, da 60 Noniustheile 59 Limbustheilen gleich sind. Der Zweck der Lupen l_1 und l_2 ist bekannt. Die Büchse (t), welche den Alhidadenkreis trägt und deren Bewegung um den Hauptzapfen z durch die zwischen v und u sichtbaren Federn und Schrauben (ε) geregelt wird, erweitert sich nach oben in zwei Arme (u, u), in denen sich ein halbcylindrisches Lager (λ) um eine zur Hauptaxe senkrechte und zu den Kreisebenen parallele Axe (e e') drehen und feststellen lässt. Dieses Lager ist für das Fernrohr bestimmt, dessen

Fig. 192.



Objectivröhre mit zwei genau abgedrehten Metallringen von gleichem Durchmesser auf den ebenfalls genau cylindrisch ausgedrehten Endstücken (i, i) des Lagers ruht und in demselben um seine optische Axe gedreht werden kann, während es sich mit dem Lager um die Axe ee', welche die Drehaxe des Fernrohrs heisst und dessen optische Axe senkrecht schneidet, bewegt. Auf den Metallringen der Objectivröhre des Fernrohrs stehen die cylindrischen Füsse einer nach Fig. 20 und §. 38 eingerichteten Röhrenlibelle, welche sich auf dem Fernrohr umsetzen und durch Schliessen (s, s) festhalten lässt. An der Drehaxe (ee') des Fernrohrs ist ein Gradbogen (v) angebracht, welcher zum Messen vertikaler Winkel dient. Derselbe umfasst nur einen Viertelkreis und dient somit bloss zur Messung von Höhen- und Tiefenwinkeln, welche 45⁰ nicht überschreiten. Um mehr als diesen

Fig. 193.



Betrag lässt sich auch das Fernrohr nicht kippen. Indem man diese Beschränkung der Vertikalbewegung eintreten liess, hatte man nur den Zweck der Distanzmessung, welche keine grösseren Höhen- oder Tiefenwinkel fordert, und bloss gewöhnliche trigonometrische Höhenmessungen vor Augen. Wollte man in der Messung der Vertikalwinkel weiter gehen, so müsste der Träger des Fernrohrs erhöht und dieses selbst zum Durchschlagen eingerichtet werden. Dadurch gienge aber an der Einfachheit des in Rede stehenden Universalinstruments viel verloren und sein Preiss stiege bedeutend. Diese Rücksichten waren für die angedeutete Einrichtung des Vertikalkreises entscheidend. Derselbe hat einen silbernen Limbus, welcher unmittelbar in Viertelgrade getheilt ist, und einen Nonius (n), der einzelne Minuten angibt. Der Nullpunkt (0) liegt in der Mitte des Gradbogens und diese in der Ebene, welche durch die Drehaxe e e' des Fernrohrs geht und auf dessen optischer Axe

senkrecht steht. Der Nonius n läuft in zwei Körnern (δ, δ), welche eine geringe Verschiebung desselben am Gradbogen zu dem Zwecke verstatten, den Collimationsfehler zu beseitigen. Die grobe Drehung des Vertikalkreises ist möglich, wenn die bei e′ auf die Axe e e′ drückende Schraube (ω) gelüftet vird; ist dagegen diese Schraube angezogen, so kann der Vertikalkreis und das Fernrohr sammt der Libelle nur noch mit der Mikrometerschraube p, welche auf den Hebel g und die Stahlfeder f wirkt, fein gedreht werden.

Was das Fernrohr betrifft, so ist dasselbe ein astronomisches mit achromatischem Objectiv von 17 Linien Öffnung und 18 Zoll Brennweite und einem Huyghens'schen Doppelocular, welches eine 25malige Vergrösserung gewährt. Fig. 194 stellt einen Längenschnitt und Fig. 195 einen Querschnitt dieses Oculars und des in ihm angebrachten Fadenmikrometers vor.

Fig. 194.

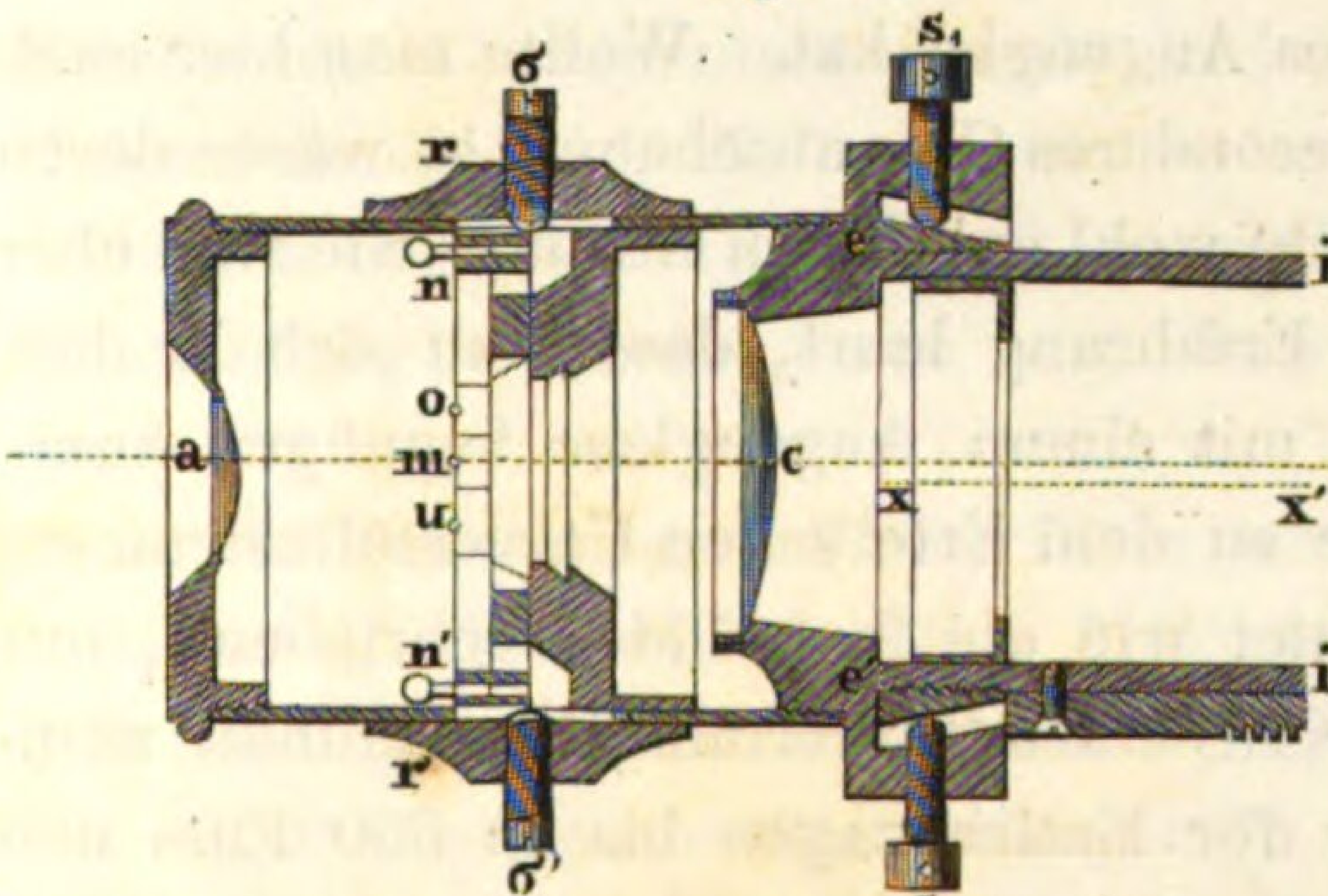
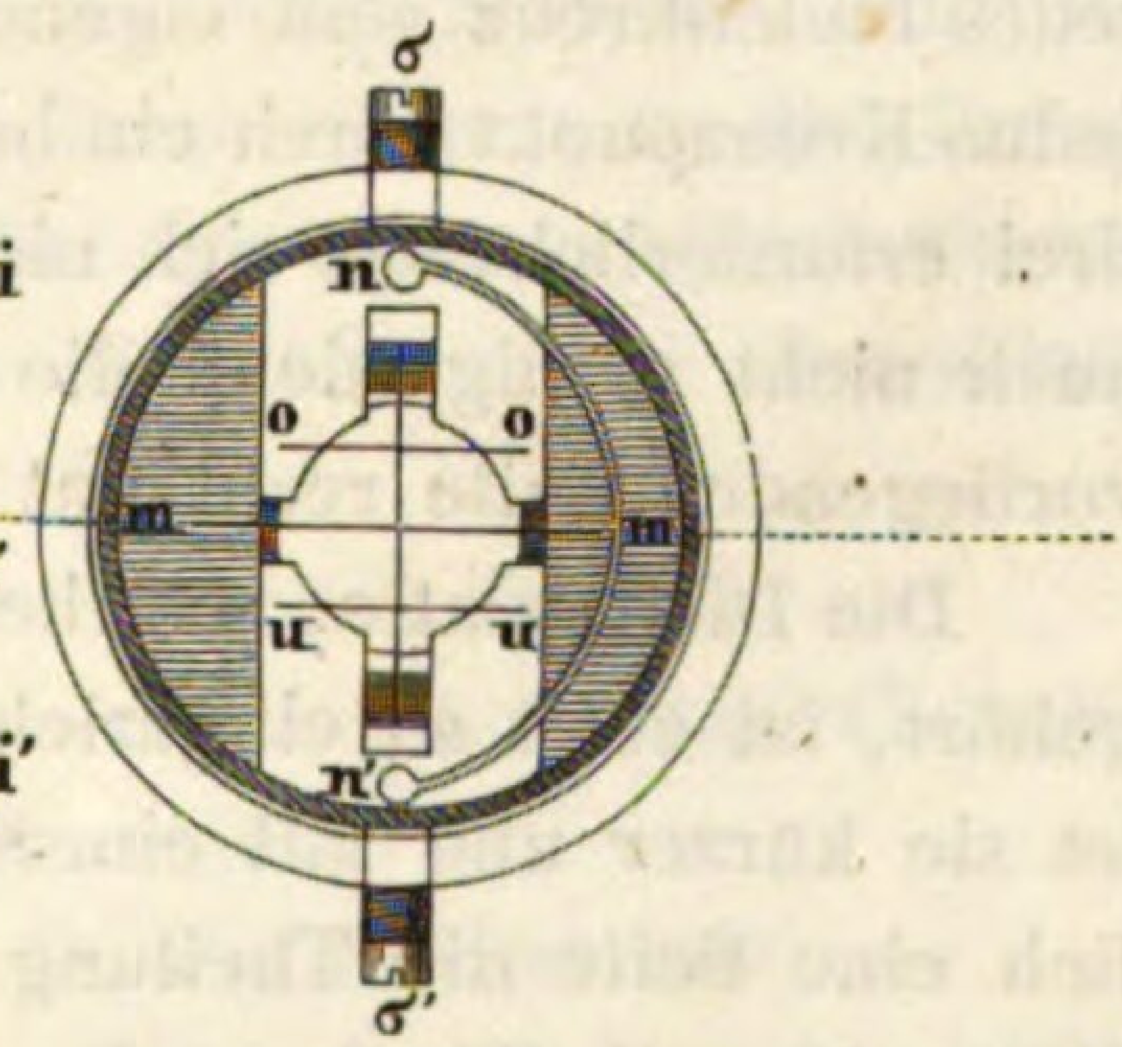


Fig. 195.



Die beiden Ocularlinsen sind mit a und c, die zum Distanzmessen dienenden Horizontalfäden mit o und u, und die Fäden des zum Winkelmessen und Nivelliren bestimmten Fadenkreuzes mit m und n bezeichnet. Der in der Richtung n n′ ausgespannte Vertikalfaden und die drei Horizontalfäden (o, m, u) liegen in zwei einander berührenden, auf der optischen Axe des Fernrohrs senkrecht stehenden Ebenen dergestalt, dass sich die Fäden o o und u u unabhängig von den Fäden m m und n n bewegen lassen. Die Bewegung der Fäden o o und u u geschieht durch die Schräubchen σ und σ', welche auf die Plättchen n, n′ mit den Fäden o, u drücken, und durch die Stahlfeder n m n′, welche in n und n′ mit den eben genannten Plättchen fest verbunden ist und sie auseinander zu ziehen strebt. Man begreift, dass es durch diese Einrichtung möglich ist, nicht nur den

Abstand o u zu berichtigen, sondern auch die Abstände o m und u m einander gleich zu machen. Damit das mittlere Fadenkreuz in die optische Axe des Fernrohrs gebracht werden kann, ist die Ocularröhre in zwei Theile getrennt, von denen der eine gegen den anderen in zwei zu einander und zur optischen Axe senkrechten Richtungen verstellt werden kann. Diese Verstellung geschieht durch die vier Schräubchen s_1 bis s_4, wovon je zwei einander diametral gegenüber stehen. Sollte z. B. die Axe x x′ mit der a c vereinigt werden, so müsste man das Schräubchen s_1 lüften und das s_2 anziehen; denn durch dieses Verfahren bewegt sich offenbar der Theil e i i′ e′ der Ocularröhre an der Fläche e e′ aufwärts gegen den vorderen Theil a e e′ a. Das Augenglas a ist hier etwas grösser als an den gewöhnlichen astronomischen Fernröhren, und zwar desswegen, weil es zu gleicher Zeit für die drei Kreuzungspunkte o, m, u bestimmt ist, während bei der in §. 174 beschriebenen Einrichtung jedes Fadenkreuz sein eigenes Augenglas hat. Wollte man hier auch jeden Kreuzpunkt durch ein besonderes Glas anschauen, so wären deren drei erforderlich, die sich nicht wohl anbringen liessen. Sie sind aber auch nicht nöthig, denn die Erfahrung lehrt, dass man sich in dem vorliegenden Falle recht gut mit einem Augenglase begnügen kann.

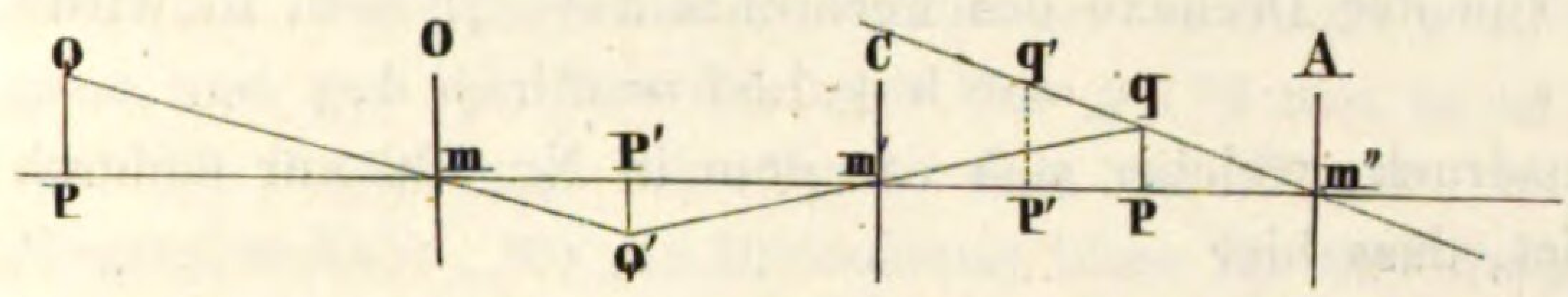
Die Distanzlatte, welche zu dem Ertel'schen Universalinstrument gehört, ist eben so eingerichtet wie die in §. 174 beschriebene, nur ist sie kürzer und mit einer Nivellirlatte vereinigt: es enthält nämlich eine Seite die Theilung für Entfernungen bis zu 600 Fuss und die andere die Theilung für das Nivelliren. Wäre diese Latte genau so lang wie die frühere, so würde man auch dieselben Reductionsgrössen, welche für jene erste Latte gelten, anwenden können; so aber müssen für eine kürzere Latte neue berechnet werden, weil nach Gleichung 140 der Winkel ε, welcher in den Reductionsformeln vorkommt, von dem gegenseitigen Abstand l des Nullpunktes der Latte und der Absehlinie des Diopters abhängt. Die Grösse l beträgt an der Latte des Ertel'schen Distanzmessers nur 4 Fuss, während sie an der Reichenbach'schen 9,8 Fuss gleich ist.

§. 179.
Wirkung des Collectivglases.

Das Fernrohr des in §. 174 beschriebenen Reichenbach'schen Distanzmessers entbehrt das Collectivglas des Ertel'schen. Man kann

desshalb die Gleichung (136), welche die mathematischen Beziehungen zwischen Entfernung, Lattenabschnitt, Brennweite des Objectivs und Fädenabstand für das erstere Distanzfernrohr ausdrückt, nicht auch für das letztere annehmen, ohne durch eine besondere Untersuchung dazu berechtigt zu seyn, welche wir hiemit führen.

Fig. 196.



In Fig. 196 stelle PQ die Latte, O das Objectiv, C die Collectivlinse und A das Augenglas des Ertel'schen Distanzmessers vor; m'' m' m sey die optische Axe des Fernrohrs, P' Q' das erste und pq das zweite Bild des Lattenabschnittes PQ. Zwar wird in dem Fernrohre des Ertel'schen Universalinstruments zwischen dem Objectiv und der Collectivlinse kein Bild erzeugt, in so ferne letztere in der Brennweite des Objectivs steht; wir können aber von unserer allgemeineren Betrachtung leicht auf jenen besonderen Fall übergehen. Bezeichnet man mit

a die Entfernung mP der Latte vom Objectiv O; mit

α die Entfernung des Bilds P' Q' von der Collectivlinse C; mit

h den ganzen Lattenabschnitt 2(PQ); mit

f, f_0, f_1 die Brennweiten der Linsen O, C, A; und mit

a_1 und α_1 die Bildweiten mP' und m'p des ersten und zweiten Bilds, so ist zunächst nach §. 46 und Gleichung (26) die Bildgrösse

$$P'Q' = \frac{a_1\,h}{2\,a} = \frac{f\,h}{2(a-f)}, \text{ und folglich}$$

$$pq = \frac{\alpha_1}{\alpha}(P'Q') = \frac{f_0\,f\,h}{2(a-f)\,(\alpha-f_0)} \quad . \; . \; . \quad (149)$$

Da das Huyghens'sche Ocular so eingerichtet ist, dass $f_0 = 3f_1$, $m'p = \alpha_1 = pm' = f_1$ und $P'm' = \alpha = -\frac{2}{3}f_1$ ist, so wird, wenn man diese Werthe setzt, die Bildgrösse

$$pq = -\frac{f\,h}{3(a-f)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (150)$$

Nennt man b' den Abstand der Horizontalfäden o und u des Fadenmikrometers, so ist b = 2(pq) zu setzen, wenn PQ der halbe von den Absehlinien gedeckte Lattenabschnitt ist. Nimmt man hier, wo

es sich bloss um die absolute Grösse des Bilds pq handelt, von dem Vorzeichen des Ausdrucks für pq Umgang, so erhält man aus der letzten Gleichung nach Einführung des Ausdrucks b' die Entfernung

$$a = \frac{2f}{3b} h + f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151)$$

Setzt man den Coefficienten von h gleich c' und die Entfernung der Latte von der Drehaxe des Fernrohrs $a + \frac{1}{2}f = e$, so wird

$$e = c'h + 1{,}5f = c'h + d, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

ein Ausdruck, welcher sich von dem in Nr. 136 nur dadurch unterscheidet, dass hier

$$c' = \frac{2f}{3b'} \text{ und dort } c = \frac{f}{b}$$

ist. Erwägt man aber, dass für den Ertel'schen Distanzmesser dieselbe Latte wie für den Reichenbach'schen gilt, also zu einem bestimmten Werth von e für beide Instrumente derselbe Lattenabschnitt h stattfindet, so wird offenbar $c' = c$, dagegen aber

$$b' = \frac{2f}{3c'} = \frac{2f}{3c} = \tfrac{2}{3} b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153)$$

Und in der That beträgt der Abstand der Horizontalfäden o und u an dem Ertel'schen Universalinstrumente nur zwei Drittel des Abstandes der Kreuzpunkte in dem Reichenbach'schen Distanzmesser, nämlich 1,6 bayer. Decimallinien, während die Brennweite f des Objectivs hier wie dort = 1,7 bayer. Fuss ist.

Die Wirkung des Collectivglases auf das Fadenmikrometer besteht somit darin, dass es den Abstand der Fäden kleiner zu machen gestattet als ein Fernrohr von gleicher Brennweite ohne Collectivglas.

Die Gleichung (150) findet nur in der Voraussetzung statt, dass die Mikrometerfäden von der Collectivlinse um die Brennweite f_1 des Augenglases abstehen; es darf somit auch, wenn jene Gleichung richtig bleiben soll, keine Verschiebung des Fadenkreuzes stattfinden. Denn würde man die Fäden dem Augenglas nähern, d. h. α_1 grösser als f_1 machen, so würde auch der Factor $(\alpha - f_0)$ im Nenner des Ausdrucks (149) für pq grösser und folglich das Bild pq selbst kleiner werden; umgekehrt müsste das Bild wachsen, wenn man die Fäden von dem Augenglas weiter weg und näher an das Collectivglas rückte. Hieraus geht zur Genüge hervor, dass das deutliche Sehen der Fadenkreuze nur durch Verschiebung des Augenglases längs der optischen Axe bewirkt werden darf, weil sonst

verschiedene Augen von einander abweichende Ablesungen an der Distanzlatte erhalten würden.

§. 180.

Reduction der schiefen Längen.

Für die Herstellung der Horizontalprojection der geneigten Linien, deren Länge mit dem Ertel'schen Distanzmesser bestimmt worden ist, gelten ganz und gar die Betrachtungen des §. 176 und es ist denselben nur die Bemerkung beizufügen, dass die Werthe von ε in dem vorliegenden Falle, wo die Distanzlatte bloss für 600 Fuss Entfernung eingerichtet ist, aus der Gleichung (139) erhalten werden, wenn man $l = 4$ Fuss setzt. Unter dieser Annahme wird

$$m = \frac{2lc + d}{c} = 8{,}036, \quad n = \frac{1}{c} = 0{,}01412$$

und die Gleichung zur Berechnung des Winkels ε:

$$\sin 2\varepsilon = \frac{8{,}036}{e} - 0{,}01412 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (154)$$

Darnach ist folgende Tabelle gerechnet.

Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε	Ablesung e	Winkel ε
50′	4° 13′	175′	0° 55′	300′	0° 22′	450′	0° 8′
75′	2° 40′	200′	0° 45′	325′	0° 18′	450′	0° 6′
100′	1° 54′	225′	0° 37′	350′	0° 15′	500′	0° 3′
125′	1° 26′	250′	0° 81′	375′	0° 13′	550′	0° 1′
150′	1° 8′	275′	0° 26′	400′	0° 10′	600′	0° 1′

Auf diese Tabelle und die Formel Nr. 141 stützt sich die zweite mit Nr. III bezeichnete Reductionstabelle, welche für die kleineren Ertel'schen Distanzlatten gilt und dem Anhange beigefügt ist. Es bedarf wohl keines besonderen Nachweises, dass die kleine Latte mit der zugehörigen Reductionstabelle eben so gut für den Reichenbach'schen als die grosse Latte mit ihrer Tabelle für den Ertel'schen Distanzmesser gebraucht werden kann.

§. 181.

Prüfung und Berichtigung.

Die Aufstellung und der Gebrauch des Ertel'schen Universalinstruments als Theodolith stimmen mit jenen des früher beschriebenen

einfachen Theodolithen überein; die Verwendung als Distanzmesser ergibt sich aus den Erklärungen des Reichenbach'schen Instruments von selbst, und von dem Gebrauche desselben als Nivellirinstrument ist in dem nächsten Abschnitt die Rede. Es ist daher nur noch Einiges über die Prüfung und Berichtigung des vereinigten Theodolithen und Distanzmessers beizufügen.

Wir übergehen sofort die Untersuchungen über richtige Theilung der Kreise und Nonien, Excentricität der Alhidade und des Fernrohrs, senkrechte Lage der Kreise gegen ihre Axen u. s. w., indem wir in dieser Beziehung auf §. 135 verweisen, und beschäftigen uns bloss mit denjenigen Prüfungen, welche von Zeit zu Zeit vorzunehmen und darauf zu richten sind:

1) ob die Libellenaxe mit der Fernrohraxe parallel läuft;
2) ob die Fadenkreuze deutlich gesehen werden;
3) ob das mittlere Fadenkreuz in der optischen Axe liegt;
4) ob sich die optische Axe des Fernrohrs in einer zum Horizontalkreis senkrechten Ebene bewegt;
5) ob der Vertikalkreis keinen Collimationsfehler hat; und
6) ob die Horizontalfäden des Fadenkreuzes den rechten Abstand von einander haben.

Die erste Prüfung und Berichtigung wird nach der in §. 94 gegebenen Anleitung vorgenommen. Bei der zweiten richtet man das Fernrohr gegen die freie Luft und dreht das in die Ocularröhre geschraubte Augenglas so lange vor- oder rückwärts, bis man die Fäden als reine schwarze Linien deutlich sieht. Die dritte Untersuchung geschieht nach §. 65, während die Berichtigung auf die bei der Beschreibung des Fernrohrs angegebene Weise durch die Stellschräubchen s_1, s_2 und s_3, s_4 bewirkt wird. Damit die vierte Forderung erfüllt werde, ist es nöthig, dass die optische Axe des Fernrohrs senkrecht zu dessen Drehaxe und diese selbst senkrecht zur Alhidadenaxe stehe. Diese zwei Bedingungen sind gleichzeitig erfüllt, wenn die in der optischen Axe liegende mittlere Visirlinie bei horizontalstehendem Kreise eine lothrechte Linie beim Auf- und Niederkippen fortwährend deckt; findet diese Deckung nicht statt, so lässt sich leider eine Verbesserung der gegenseitigen Lage der genannten Axen nur durch den Mechaniker vornehmen, da keine Correctionsschrauben hiefür angebracht sind. Auch bleibt es bei dieser Untersuchung ungewiss, ob der Fehler von der schiefen Lage

der zwei Axen des Fernrohrs allein, oder bloss von der Dreh- und Alhidadenaxe, oder endlich von allen drei Axen zugleich herrührt. Wollte man hierüber auf einfachem Wege Gewissheit erlangen, so müsste das Fernrohr zum Durchschlagen eingerichtet seyn. Lehrte nicht die Erfahrung, dass an allen Ertel'schen Instrumenten von der Einrichtung, welche uns jetzt beschäftigt, die Bewegung der optischen Axe des Fernrohrs auffallend genau in einer Vertikalebene vor sich geht, wenn der Kreis horizontal steht und das Fadenkreuz genau centrirt ist, so wäre man veranlasst, Durchschlagbarkeit des Fernrohrs und Stellschrauben an der Drehaxe desselben dringend zu wünschen. Die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers geschieht unverändert nach §. 134 Nr. 4. S. 238, und die letzte Untersuchung, welche die Horizontalfäden betrifft, nach Anleitung des §. 177 Nr. 2 S. 344. Hiezu ist nur noch zu bemerken, dass man die Abstände mo und mu der Horizontalfäden o und u gerne einander und $\frac{1}{2}b'$ gleich macht, weil man manchmal in den Fall kommt, eine grössere Länge, als die Latte bei Benützung der Fäden o und u gestattet, zu messen. In solchen Fällen benützt man die Fäden o und m oder m und u, weil, wenn b' nur halb so gross ist als gewöhnlich, ein und derselbe Lattenabschnitt h nahezu die doppelte Entfernung anzeigt. Denn setzt man in den Gleichungen (151) und (152) $\frac{1}{2}b'$ für b', so geht a in a' und e in e' über und es wird

$$a' = \frac{4f}{3b'}h + f \text{ und } e' = 2c'h + d \quad . \quad . \quad . \quad (155)$$

Da $e = c'h + d$, so verhält sich $e : e'$ wie $(c'h + d) : (2c'h + d)$ oder fast wie 1 : 2, da d im Verhältniss zu dem Producte c'h nur sehr klein ist.

Der Stampfer'sche Distanzmesser.

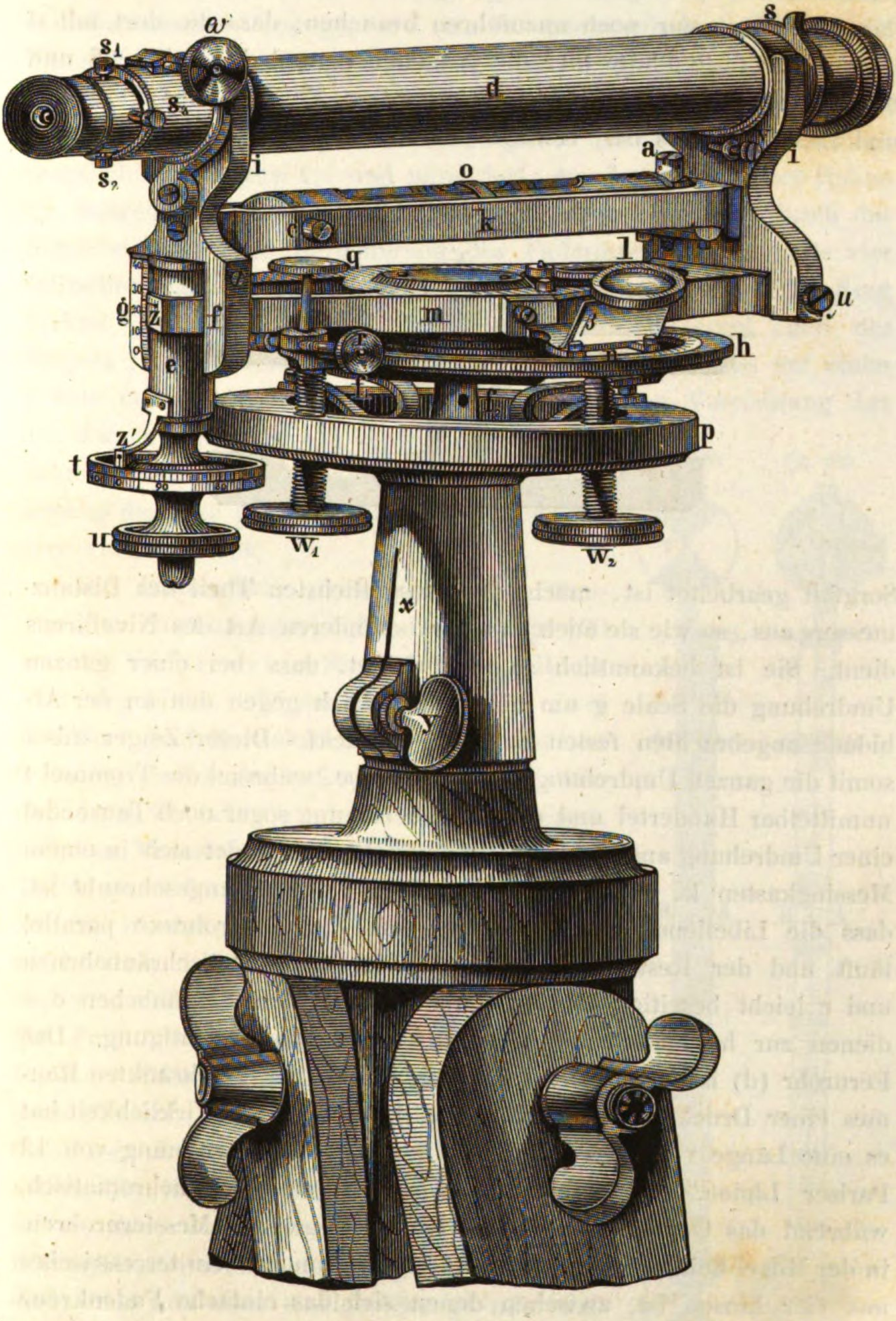
§. 182.

Dieser Distanzmesser besteht nicht für sich allein, sondern ist mit einem Nivellirinstrumente und einem Horizontalkreise verbunden, erfüllt also, mit Ausnahme der Vertikalwinkelmessung, dieselben Zwecke wie das eben betrachtete Ertel'sche Universalinstrument. Wir werden das Stampfer'sche Instrument hier nur in seiner Eigenschaft als Distanz- und Winkelmesser und erst später als Nivellirinstrument betrachten. Doch geben wir sofort eine vollständige Beschreibung

davon, der wir die perspectivische Abbildung in Figur 197 und den lothrechten Durchschnitt des Horizontalkreises in Fig. 198 zu Grunde legen.

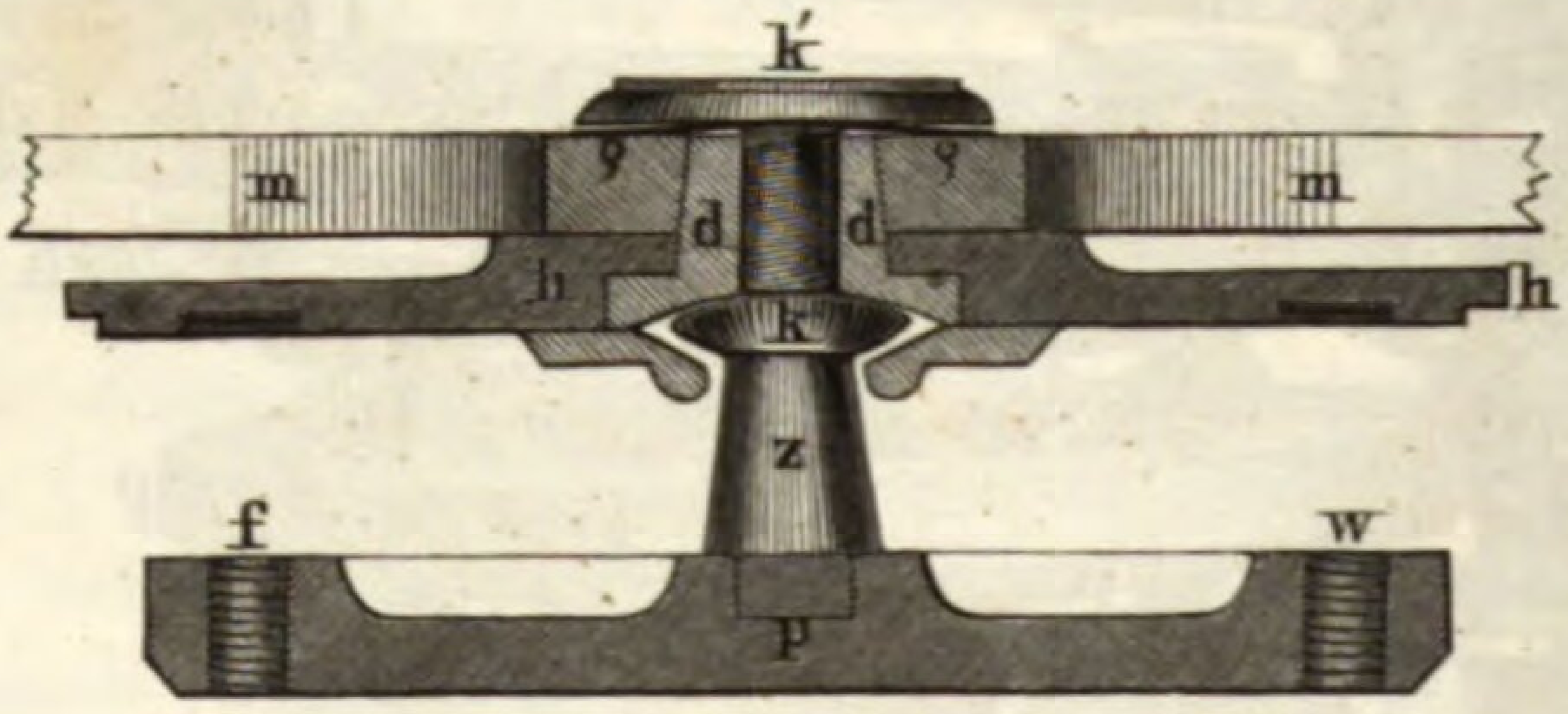
Das dreibeinige Gestelle, worauf das Instrument ruht, ist von dem Reichenbach'schen oder s. g. Münchener Stative wesentlich verschieden, indem hier die Füsse an den Wänden eines dreiseitigen hölzernen Prismas gedreht und durch Schrauben mit Flügelmuttern festgestellt werden können. Der hölzerne Kopf des Stativs läuft in einen abgestumpften Kegel aus, dessen Axe mit der des Prismas zusammenfällt und der dazu bestimmt ist, mit der Hülse x, die durch eine Schraube y angepresst werden kann, das Instrument aufzunehmen. Diese Hülse trägt eine durch Schrauben senkrecht mit ihr verbundene starke Grundplatte p, welche innen ausgedreht ist, um zwei Stahlfedern f_1 und f_2 grösseren Spielraum zu gewähren, während sie am Rande zwei um 90^0 von einander abstehende Stellschrauben w_1 und w_2 enthält, die in Verbindung mit den ihnen gegenüberstehenden Stahlfedern f_1 und f_2 zur Horizontalstellung des Kreises h dienen, der auf die aus Fig. 198 näher ersichtliche Weise durch eine Nuss (k) mit der Grundplatte p vereinigt ist. Der Zapfen z und die Nuss k sind von Stahl und unbeweglich; der Kreis dagegen kann sich, durch die Stellschrauben und Federn veranlasst, nach zwei aufeinander senkrechten Richtungen soweit vertikal bewegen, als es zu seiner Horizontalstellung erforderlich ist. Damit die Federn und Schrauben den Kreis h nicht zu stark angreifen, bestehen ihre oberen Theile aus Stückgut, während in die untere Fläche des Kreises ein stählener Ring eingelassen ist, auf den jene drücken. In der oberen Fläche des Kreises befindet sich ein silberner Limbus, welcher mit Hilfe eines Nonius (n), zu dem die Blende β und die Lupe l gehören, Horizontalwinkel bis zu einer Minute Genauigkeit angibt. Die Alhidade (m) dreht sich um den mit dem Horizontalkreise fest verschraubten hohlen Zapfen d und wird durch die Kopfschraube k' vor dem Abheben bewahrt, während der federnde Ring die Gleichmässigkeit ihrer Bewegung fördert. Die Klemmschraube q hemmt die grobe Drehung der Alhidade und durch die Mikrometerschraube r wird die feine Drehung bewerkstelligt. Mit der Alhidade steht der Träger (i, i) des Fernrohrs und der Libelle in Verbindung. Derselbe kann sich um eine mit dem Horizontalkreis parallele und zur Alhidadenaxe senkrechte Axe $l\mu$ um ungefähr 8 Grade auf und

Fig. 197.



ab bewegen, und es geschieht diese Bewegung durch die Mikrometerschraube e t, welche bereits in §. 74 beschrieben worden ist, so dass wir jetzt nur noch anzuführen brauchen, dass die dort mit d bezeichnete feste Platte hier die Alhidade m und das in Fig. 68 und 69 p genannte Plättchen hier der vordere Theil f i des Fernrohr- und Libellenträgers ist. Gerade diese Schraube, welche mit höchster

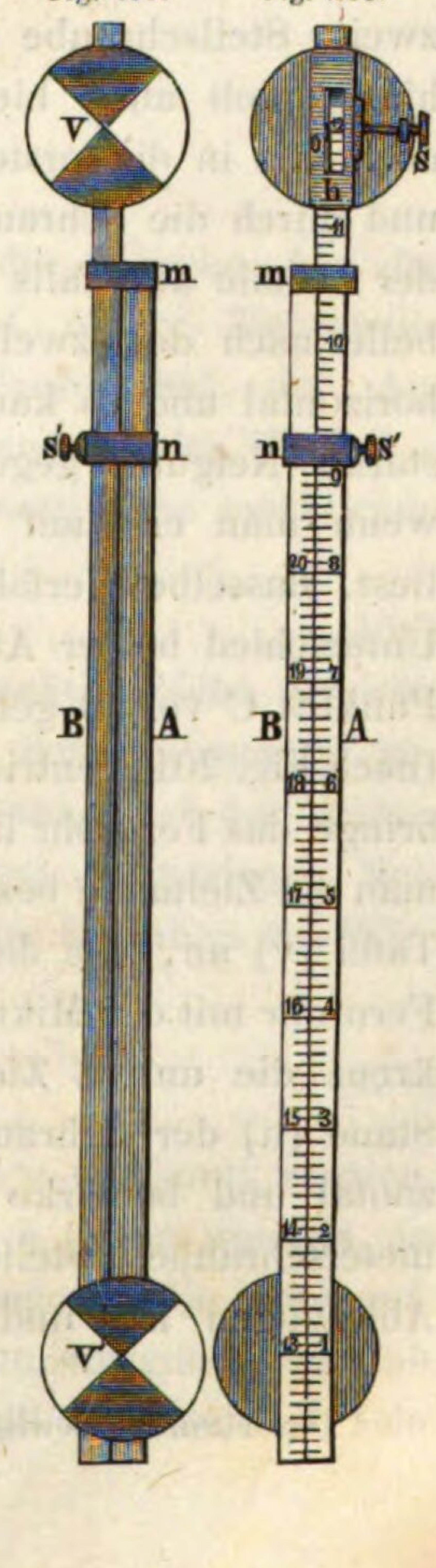
Fig. 198.



Sorgfalt gearbeitet ist, macht den wesentlichsten Theil des Distanzmessers aus, so wie sie auch zu einer besonderen Art des Nivellirens dient. Sie ist bekanntlich so eingerichtet, dass bei einer ganzen Umdrehung die Scale g um einen Theilstrich gegen den an der Alhidade angebrachten festen Zeiger z fortrückt. Dieser Zeiger misst somit die ganzen Umdrehungen der Schraube, während die Trommel t unmittelbar Hundertel und eine gute Schätzung sogar noch Tausendel einer Umdrehung angibt. Die Röhrenlibelle o befindet sich in einem Messingkasten k, welcher an den Träger i, i so angeschraubt ist, dass die Libellenaxe nahezu schon mit der Fernrohraxe parallel läuft und der Rest von Abweichung durch die Stellschräubchen a und c leicht beseitigt werden kann. Die beiden Schräubchen c, c dienen zur horizontalen, a aber zur vertikalen Berichtigung. Das Fernrohr (d) ist in unserer Zeichnung wegen des beschränkten Raumes einer Druckseite etwas verkürzt dargestellt; in Wirklichkeit hat es eine Länge von 13 Pariser Zoll und eine Objectivöffnung von 13 Pariser Linien. Sein Objectiv ist selbstverständlich achromatisch, während das Ocular, abweichend von den meisten Messfernrohren, in der Regel kein astronomisches aus zwei, sondern ein terrestrisches aus vier Linsen ist, zwischen denen sich das einfache Fadenkreuz befindet. Es wird übrigens das Fernrohr, wenn es gewünscht wird,

von der mechanischen Werkstätte des polytechnischen Instituts in Wien, welche allein die Anfertigung des Stampfer-Starke'schen Nivellirinstruments besorgt, mit einem astronomischen Ocular von 20maliger Vergrösserung versehen. Das terrestrische Ocular vergrössert nur 15mal. Das zum Umlegen eingerichtete Fernrohr ruht mit zwei genau abgedrehten Metallringen in den ebenfalls cylindrisch ausgehöhlten Trägern i, i und wird darin durch zwei drehbare Haken s, s festgehalten. Die Bewegung der Ocularröhre geschieht durch das Getriebe ω und die Berichtigung des Fadenkreuzes durch die vier Stellschräubchen s_1 bis s_4, welche in bekannter Weise auf den Ring wirken, der das Fadenkreuz trägt. An dem hinteren Theil des Trägers i ist ein Kloben mit einem Stellschräubchen v, das auf einen Ansatz der Objectivröhre drückt, sichtbar. Diese Vorrichtung hat den Zweck, das Fernrohr in dem Lager so zu richten, dass von den beiden Fäden des Fadenkreuzes der eine genau horizontal und der andere vertikal steht.

Fig. 199. Fig. 200.



Die Distanzlatte, welche zu dem Stampfer'schen Instrumente gehört, ist in Fig. 199 von der Vorder- und in Fig. 200 von der Rückseite abgebildet. Dieselbe besteht aus zwei Theilen A und B, welche in zwei Metallhülsen m und n aneinander auf- und niedergeschoben und deren Zieltafeln v, v' in einem beliebigen, auf dem Massstabe an der Rückseite abzulesenden Abstand durch eine Klemmschraube s festgestellt werden können. Beim Distanzmesser macht man den Abstand der Mittelpunkte v und v' der Zieltafeln gewöhnlich einer Ruthe (10 Fus) oder einer Klafter (6 Fuss) gleich. Da diese Latten gleichzeitig auch zum Nivelliren dienen, so wird von ihrer Einrichtung für diesen Zweck im nächsten Abschnitt noch weiter die Rede seyn. Es versteht sich von selbst, dass wenn eine Latte bloss für das Distanzmessen allein anzufertigen wäre, diese auch bloss aus einer einzigen Stange mit zwei feststehenden Zielscheiben bestehen könnte.

§. 183.

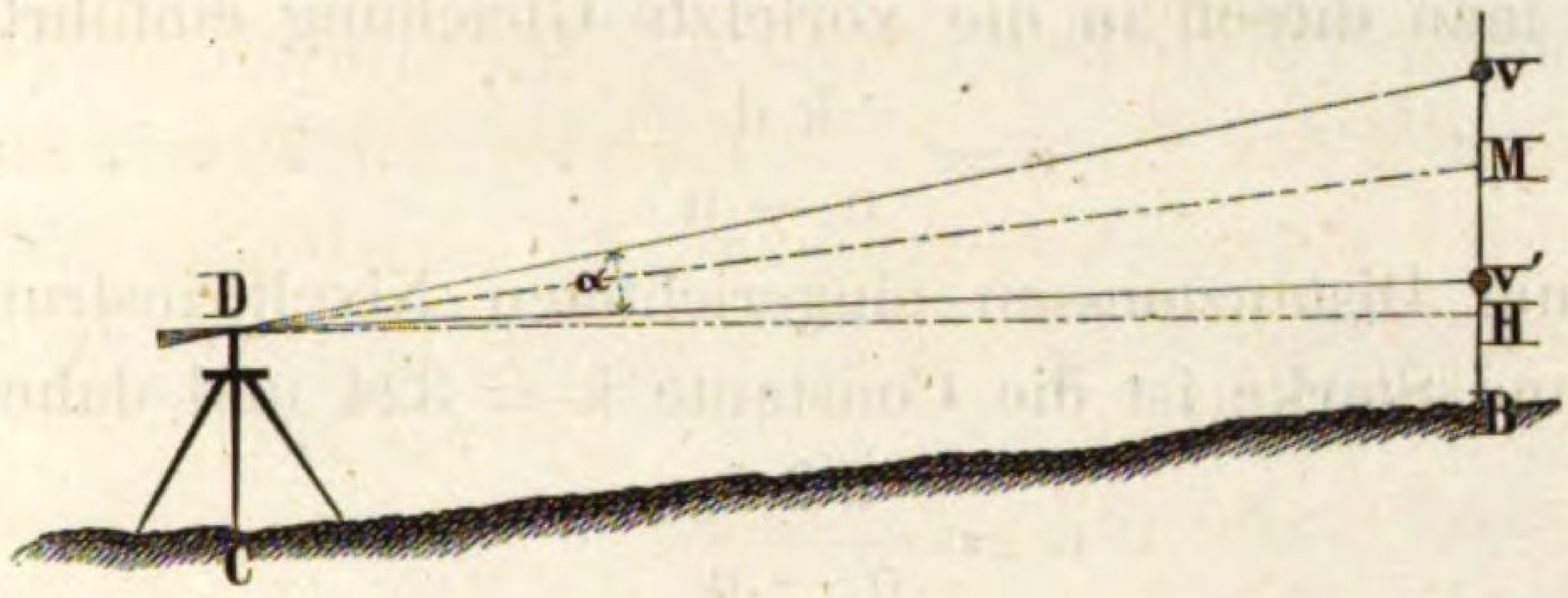
Aufstellung und Gebrauch.

Wir setzen ein vollständig berichtigtes Instrument voraus und zeigen, wie damit Horizontalwinkel und Entfernungen gemessen werden können. Bei der Berichtigung des Instruments hat man an der Scale g und der Trommel t den Stand der Mikrometerschraube bemerkt, bei welchem die Fernrohr- und Libellenaxe senkrecht zur Alhidadenaxe stehen. Ist dieser Stand z. B. = 24,96, so dreht man die Schraube e am Kopfe u so lange, bis der Zeiger z nahe an 25 und der Zeiger z' auf 96 steht. Hierauf bringt man, nach Öffnung der Klemme der Alhidade durch die Schraube q, das Fernrohr in die Richtung einer Stellschraube (w_1) und der ihr entgegenwirkenden Feder (f_2) und bewirkt durch die Stellschraube das Einspielen der Libelle; findet dieses statt, so dreht man die Alhidade über die zweite Stellschraube (w_2) und ihre Feder (f_1) und verfährt wie vorhin. Spielt auch hier die Libelle ein, so kann man die Alhidade nochmals in die erste und abermals in die zweite Stellung bringen und durch die Schrauben w_1 und w_2 verbessern, was an dem Stand der Libelle allenfalls noch zu verbessern seyn sollte. Spielt die Libelle nach den zwei Richtungen $w_1 f_2$, $w_2 f_1$ ein, so steht der Kreis horizontal und es kann ein Horizontalwinkel, dessen Schenkel keine starke Neigung gegen den Horizont haben[1], gemessen werden, wenn man erst auf den linken Schenkel einstellt, den Nonius abliest, dasselbe Verfahren am rechten Schenkel wiederholt und den Unterschied beider Ablesungen bestimmt. Soll die Entfernung eines Punktes C von B gemessen werden, so stelle man das Instrument (nach Fig. 201) centrisch über C und die Latte lothrecht über B auf, bringe das Fernrohr in die Richtung CB, verstelle das Ocular so, dass man die Zieltafeln bestmöglichst sehen kann, visire hierauf die obere Tafel (v) an, lese den Stand (o) der Schraube ab, drehe dann das Fernrohr mit der Mikrometerschraube so weit herab, dass das Fadenkreuz die untere Zieltafel (v') in der Mitte trifft, lese wieder den Stand (u) der Schraube ab, stelle endlich auch das Fernrohr horizontal und bemerke für diese Richtung den Stand (h) der Mikrometerschraube. Stellt man die Differenz o — u der beiden ersten Ablesungen her und sucht die zu derselben gehörige Länge in der

[1] Das Fernrohr bewegt sich nur um 8 Grade in vertikaler Richtung.

Tafel Nr. IV, so gibt diese die Entfernung der Drehaxe des Fernrohrs von der Mitte der Latte an, während die Reductionstabelle Nr. VI mit Hilfe von o — u und h — u die Grösse liefert, welche

Fig. 201.



wegen der schiefen Lage der gemessenen Länge von dieser abzuziehen ist. Die Einrichtung und der Gebrauch dieser Tafeln ist in dem folgenden Paragraph begründet und im Anhange näher erklärt.

§. 184.

Theorie.

Nach §. 75 ist der Winkel α, welchen die optische Axe des Fernrohrs zwischen den auf die obere und untere Zielscheibe gerichteten Absehlinien D v und D v' durchlaufen hat, der Anzahl o — u der Schraubengänge proportional, und da der Winkel α unter allen Verhältnissen klein ist, so kann man ohne merklichen Fehler

$$\operatorname{tang} \alpha = c\,(o - u) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (156)$$

setzen, wenn man unter c eine Constante versteht, welche der Einrichtung des Instruments und der Höhe der Schraubengänge zukommt. Bedeutet ferner d den constanten Abstand v v' der beiden Zieltafeln und e die Entfernung D M, so ist bei der geringen Neigung der Latte gegen die Linie D M und bei der Kleinheit des Winkels α genau genug

$$e = \frac{d}{\operatorname{tang} \alpha} = \frac{d}{c\,(o - u)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung kann die Constante c bestimmt werden, wenn man auf wagrechtem Boden eine Länge e genau abmisst, in dem einen Endpunkt das Instrument, in dem anderen die Latte aufstellt, die Beobachtung auf den Zieltafeln wie im vorigen Paragraph macht und die Differenz o — u und den Lattenabschnitt d sehr

genau bestimmt. Aus mehreren Beobachtungen erhält man den Werth von

$$\frac{1}{c} = \frac{e}{d}(o - u) = k \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (158)$$

und wenn man diesen in die vorletzte Gleichung einführt, so wird

$$e = \frac{k\,d}{o - u} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (159)$$

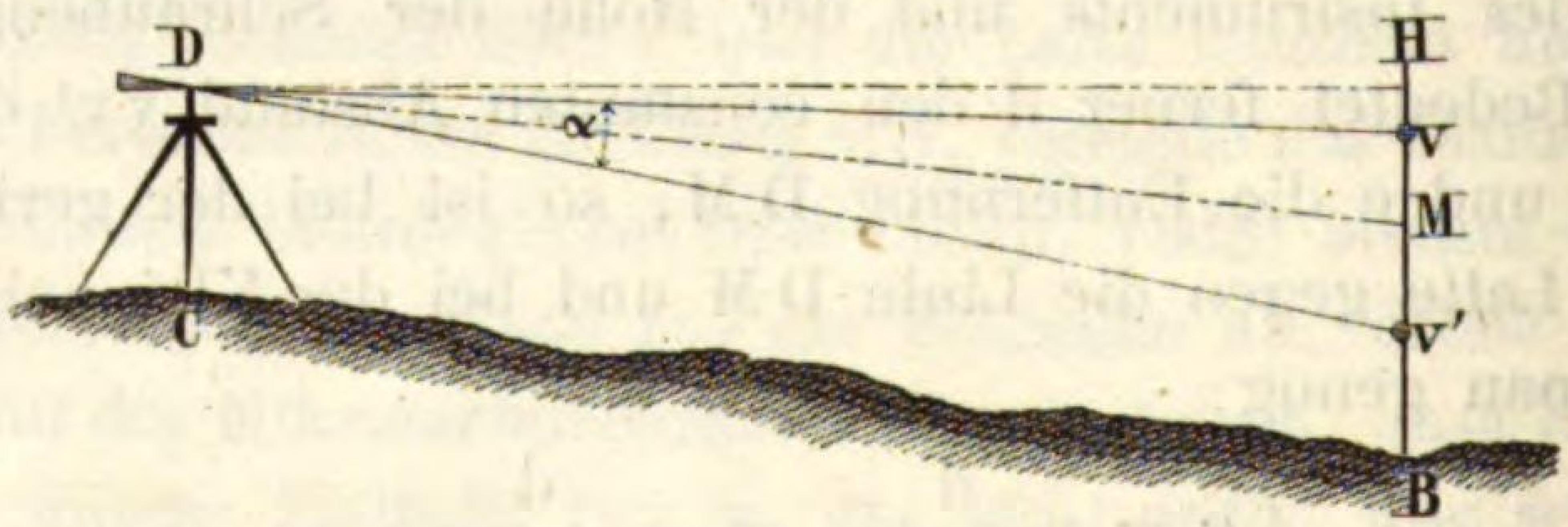
Für alle zum Distanzmessen eingerichteten Nivellirinstrumente von Stampfer und Starke ist die Constante k = 324 und daher

$$e = \frac{324}{o - u} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (160).$$

Der Coefficient von d ist es, welcher, von Hundertel zu Hundertel Schraubengang fortschreitend, in der Tabelle Nr. IV enthalten ist. Man findet also dort für jeden Stand der Schraube, d. h. für jede Differenz o — u, die Entfernung e unter der Voraussetzung, dass d = 1 sey; also in Klaftern, wenn d ein Klafter, in Ruthen, wenn d eine Ruthe, und in Fussen, wenn d ein Fuss ist. Würde d z. B. = 7 Fuss seyn, so hätte man den Coefficienten von d, welchen die Tabelle für einen bestimmten Werth von o — u liefert, mit 7 zu multipliciren, um sofort e in Fussen zu erhalten.

Will man die Voraussetzung, dass der Winkel α der Anzahl der Schraubengänge proportional sey, da sie nicht ganz richtig ist, nicht gelten lassen, so kann man mit Hilfe der Gleichungen Nr. 85 für die Entfernung e eine Formel aufstellen, welche genauer ist als die vorhergehende. Setzt man nämlich in Fig. 202 den Abstand

Fig. 202.



v'H der unteren Zieltafel von der horizontalen DH, welche durch die Drehaxe des Fernrohrs geht, gleich z, die Horizontalprojection von CB = DH = e', den Winkel vDH = β, und behalten α und d ihre frühere Bedeutung: so ist offenbar

$$z = e' \operatorname{tg} \beta \quad \text{und} \quad z - d = e' \operatorname{tg}(\beta - \alpha).$$

Hieraus folgt

$$z = d\,\frac{\sin\beta\cos(\beta-\alpha)}{\sin\alpha} \text{ und } e' = d\,\frac{\cos\beta\cos(\beta-\alpha)}{\sin\alpha} \quad . \; (161)$$

Hätte man dieser Entwicklung die Fig. 201 zu Grunde gelegt und berücksichtigt, dass die Linie v'H und folglich auch der Winkel β eine der vorigen entgegengesetzte Lage hat, also negativ zu nehmen ist, so würde

$$z = -d\,\frac{\sin\beta\cos(\beta+\alpha)}{\sin\alpha} \text{ und } e' = d\,\frac{\cos\beta\cos(\beta+\alpha)}{\sin\alpha} \quad . \; (162)$$

erhalten worden seyn, zwei Ausdrücke, die sich sofort aus denen der Nr. 161 ergeben, wenn man $-\beta$ für $+\beta$ setzt und berücksichtigt, dass allgemein $\cos(-x) = \cos x$ und $\sin(-x) = -\sin x$ ist.

Um die Horizontalprojection e' der Linie e nicht aus dem Ausdrucke (161), der völlig genau ist, berechnen zu müssen, entwickelt Prof. Stampfer für e' und z Näherungsausdrücke, indem er statt der Winkel α und β ihre Bögen einführt, die Sinus- und Cosinusreihen bis zu den dritten Potenzen dieser Bögen benützt und schliesslich die Werthe von α und β nach den in §. 75 aufgestellten Gleichungen bestimmt. Hierdurch und mit Rücksicht auf die Constanten, welche für die in der Werkstätte des Wiener polytechnischen Instituts angefertigten Instrumente gelten, gelangt er am Ende zu den Ausdrücken:

$$z = d\left[\frac{h-u}{o-u} - 0{,}00011\,\frac{(h-u)^2}{o-u} - 0{,}00000635\,\frac{(h-u)^3}{o-u}\right] \; (163)$$

$$e' = d\left[\frac{324}{o-u} + 0{,}0356\left(\frac{o+u-2m}{o-u}\right) - 0{,}0031\,\frac{(h-u)^2}{o-u}\right] \; (164)$$

in welchen alle Grössen bekannte Bedeutungen haben, bis auf die Zahl m, welche für jedes Instrument aus der Gleichung

$$m = \frac{a-637}{2b} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (165)$$

zu bestimmen ist. Die Buchstaben a und b sind die constanten Werthe, welche nach §. 75 bestimmt werden, und m ist nichts anderes als die Ablesung auf der Scale g und der Trommel t, bei welcher ein ganzer Schraubengang gerade einem Winkel von 637 Sekunden entspricht.

Die Horizontalprojection e' wird aus drei von Prof. Stampfer berechneten und im Anhange unter Nr. IV bis VI mitgetheilten Tabellen erhalten, von denen

die erste das Glied $\frac{324}{o - u}$, die zweite $0{,}0356 \frac{(o + u - 2m)}{o - u}$

und die dritte $0{,}0031 \frac{(h - u)^2}{o - u}$

liefert. Will man die Verbesserungen wegen der Schraubengänge nicht vornehmen, so lässt man das zweite Glied weg; und braucht die gemessene Länge nicht auf den Horizont reducirt zu werden, so bleibt das dritte Glied unberücksichtigt.

§. 185.

Genauigkeit.

Nimmt man mit Stampfer an, dass ein Fehler in der Längenmessung mit seinem Instrumente nur dadurch entstehen kann, dass die Anzahl der Schraubengänge $o - u = v$ um eine kleine Grösse Δv fehlerhaft bestimmt ist, und legt man der Berechnung des Fehlers in der Länge e nur den einfachen Ausdruck in Gleichung (159) zu Grunde, nach welchem

$$o - u = 324 \frac{d}{e}$$

ist, so wird die Aenderung in e, welche wir Δe nennen wollen, nach den Regeln der Differentialrechnung erhalten, wenn man x dem Differentiale von (324 d) e′ gleich setzt und aus dieser Gleichung das Differential von $e = \Delta e$ sucht. Hierdurch findet man, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen,

$$\Delta e = \frac{e^2 \Delta v}{324\, d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (166).$$

Demnach wächst der Fehler mit dem Quadrat der Entfernung und umgekehrt mit der Grösse des Lattenabschnitts.

Unter der Voraussetzung, dass der Fehler $\Delta v = 0{,}0003$ Schraubengang angenommen werden könne, berechnet Stampfer eine Tabelle über die Genauigkeit seines Distanzmessers bei verschiedenen Entfernungen und bei zwei Lattenabschnitten von 1 und $2\frac{1}{2}$ Klafter Höhe, und vergleicht diese Genauigkeit mit jener der Kettenmessung, welche er gleich 1 : 1000 annimmt. Wir theilen diese Tabelle nachstehend mit, indem wir alle Grössen in Fussen ausdrücken und die Bemerkung beifügen, dass die Genauigkeitsversuche, welche wir mit einem vorzüglich gearbeiteten Wiener Instrumente anstellten,

meist etwas hinter der Rechnung zurückblieben, so lange wir, wie in der Tabelle, $\Delta v = 0{,}003$ annahmen. Unseren Messungen würde $\Delta v = 0{,}005$ besser entsprechen.

Entfernung (e) in Fussen.	Fehler in der Entfernung e.		Fehler einer gewöhnlichen Kettenmessung
	Lattenhöhe 6 Fuss.	Lattenhöhe 15 Fuss.	
120	0′,025	0′,006	0′,12
180	0,048	0,024	0,18
240	0,08	0,04	0,24
360	0,20	0,08	0,36
480	0,36	0,15	0,48
600	0,54	0,22	0,60
900	1,26	0,48	0,90
1200	2,22	0,90	1,20
1500	3,48	0,38	1,50
1800	5.04	2,04	1.80
2400	8,94	3,60	2,40

§. 186.

Prüfung und Berichtigung.

Um das Stampfer'sche Instrument mit Zuverlässigkeit als Distanz-, Winkel- und Höhenmesser gebrauchen zu können, muss man vorher folgende Untersuchungen desselben vorgenommen haben:

1) ob das Fadenkreuz die richtige Lage hat;

2) ob die Libellenaxe mit der Absehlinie parallel läuft;

3) ob die Ringdurchmesser des Fernrohrs genau gleich gross sind;

4) bei welchem Stande der Zeiger an der Mikrometerschraube die Libellenaxe senkrecht steht zur Alhidadenaxe;

5) ob der Kreis und sein Nonius richtig getheilt sind; und

6) ob die Mikrometerschraube allen Anforderungen entspricht.

Zu 1. Die richtige Lage des Fadenkreuzes erfordert, dass es deutlich gesehen werde, dass sein Schnittpunkt in der vereinigten optischen und mechanischen Axe des Fernrohrs liege, und dass von den beiden Fäden der eine wagrecht und der andere lothrecht gerichtet sey. Die beiden ersten Theile dieser Untersuchung sind aus §. 65 bekannt, und was den dritten betrifft, so erfährt man auf

folgende Weise, ob der Horizontalfaden wagrecht liegt. Man stelle das Instrument nach §. 183 horizontal, richte das Fernrohr auf einen scharf begrenzten und gut beleuchteten fernen Punkt und stelle mit der Mikrometerschraube den Horizontalfaden genau darauf ein. Ohne an dem Fernrohr etwas zu ändern drehe man hierauf die Alhidade so viel nach rechts und links, dass der anvisirte Punkt an beide Grenzen des Gesichtsfeldes kommt, und sehe zu, ob der Faden diesen Punkt fortwährend deckt oder nicht. Findet Deckung statt, so ist der Faden horizontal, ausserdem hat man aber die Schraube v, welcher auf einen mit dem Fernrohr verbundenen stählernen Zapfen drückt, in ihre Mutter so weit heraus oder hinein zu drehen, bis die verlangte Deckung eintritt. Da der zweite Faden auf dem ersten senkrecht steht, so ist jener vertikal, wenn dieser horizontal ist. Durch Anvisiren eines in der Ferne aufgehängten und zur Ruhe gekommenen Senkels kann man sich übrigens auch noch von der richtigen Lage des Vertikalfadens überzeugen, obschon eine Verbesserung desselben nach Richtigstellung des Horizontalfadens nicht mehr möglich ist, es sey denn, dass man ihn neu aufspannt. Dass diese letztere Untersuchung die zweite, dritte und vierte als geschehen voraussetzt, bedarf kaum der Erwähnung.

Zu 2. Wie man prüft, ob die Fernrohr- und Libellenaxe in dem Falle zu einander parallel sind, wo die Libelle an den Trägern des Fernrohrs feststeht, dieses selbst aber umgesetzt werden kann, ist aus Folgendem zu entnehmen. Man stelle etwa in einer Entfernung von 150 oder 200 Fuss eine gleichtheilige Latte lothrecht auf, richte das Fernrohr nach ihr, verschiebe die Ocularröhre so lange, bis man die Theilung deutlich ablesen kann und keine Parallaxe des Fadenkreuzes mehr stattfindet, stelle hierauf die Libelle durch die Mikrometerschraube e horizontal und lese schliesslich den Theilstrich ab, welchen das Fadenkreuz deckt. Nun setze man das Fernrohr in seinem Lager um, drehe hierauf die Alhidade um 180°, so dass das Fernrohr wieder auf die Latte gerichtet ist, stelle abermals die Libelle horizontal und lese zum zweitenmale ab. Zeigt sich, dass die beiden Ablesungen, welche man mit umgesetztem Fernrohr und bei horizontalem Stande der Libelle auf einer gleichgetheilten und lothrecht stehenden Latte gemacht hat, von einander abweichen, so verbessert man die Hälfte der Abweichung an der Mikrometerschraube e und die andere Hälfte an der Stellschraube a.

Diese Verbesserungen werden so oft wiederholt, bis zwei gleiche Ablesungen stattfinden.[1]

Zu 3. Die vorhergehende Untersuchung setzt voraus, dass die beiden Ringdurchmesser des Fernrohrs genau gleich gross sind; denn wären sie es nicht, so hätte man keineswegs, wie es die Absicht war, die Visirlinie des Fernrohrs, sondern nur die unterste Seite des Kegels, welcher durch die ungleichen Ringe bestimmt ist und womit das Fernrohr in seinem Lager ruht, mit der Libellenaxe parallel gemacht. Um sich nun zu überzeugen, ob die Ringdurchmesser gleich oder ungleich sind, führe man erst das zu Nr. 2 gehörige Verfahren genau durch und hierauf wende man die in §. 134 Nr. 1 beschriebene Prüfungsmethode an. Wird hiebei die dort auf S. 235 mit y bezeichnete Grösse null, so sind die Ringdurchmesser gleich, ausserdem aber sind sie ungleich. Ein solcher Fehler kann wohl erkannt und unschädlich gemacht, aber an den Ringen selbst nicht verbessert werden. Wie gross sein Einfluss namentlich beim Nivelliren ist und welche Mittel es gibt, diesen Einfluss zu beseitigen, wird im nächsten Abschnitte gelehrt.

Zu 4. Um zu erfahren, ob die Libellenaxe senkrecht steht zur Alhidadenaxe, braucht man nur durch Drehung der Alhidade die Libelle in die Richtung einer der Stellschrauben (w_1) und der ihr zugehörigen Feder (f) zu stellen, durch die Mikrometerschraube e die Libelle zum Einspielen zu bringen, hierauf die Alhidade um 180^0 zu drehen und zuzusehen, ob die Libelle wieder einspielt oder nicht. Findet das Einspielen statt, so steht nach §. 134 Nr. 3 offenbar die Alhidadenaxe senkrecht zur Libellenaxe; findet es aber nicht statt, so zeigt der Ausschlag der Luftblase den doppelten Fehler in der Lage dieser Axen an und ist derselbe halb an der Mikrometerschraube e und halb an der Stellschraube w_1 zu verbessern (§. 134, Nr. 3). Hat man es durch diese Verbesserungen dahin gebracht, dass die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen genau einspielt, so kann man an der Scale g und an der Trommel t den Stand der Mikrometerschraube ablesen, bei welchem die Libellen- und Alhidadenaxe senkrecht zu einander sind. Auf diesen Stand wird die Schraube jedesmal gebracht, wenn das Instrument horizontal gestellt werden soll.

[1] Die Richtigkeit dieses Verfahrens wird sich der Leser leicht selbst beweisen können.

Hierdurch bewirkt man dasselbe, was an einem Theodolithen mit Vertikalkreis geschieht, wenn man nach Beseitigung des Collimationsfehlers und vor der Horizontalstellung die Nullpunkte des Vertikalkreises und seines Nonius aufeinander stellt.

Zu 5 und 6. Für die Untersuchung der Theilung des Kreises und seines Nonius gelten die in §. 135 enthaltenen Bemerkungen, und was die Prüfung der Schraube betrifft, so genügt es, wenn man mehrere genau bekannte Winkel mit ihr misst und sich überzeugt, dass sie diese Winkel richtig angibt. Solche Winkel erhält man aber dadurch, dass man mit Messlatten eine Länge von etwa 120 bis 150 Fuss so scharf als möglich abmisst, an dem einen Ende eine fein getheilte Latte lothrecht aufstellt, und von dem anderen Ende aus das Fernrohr mittels der Schraube über die ganze Latte führt, indem man das Fadenkreuz von Fuss zu Fuss genau auf die betreffenden Theilstriche einstellt. Aus den bekannten Entfernungen der abgelesenen Striche unter sich und aus der gemessenen Entfernung der Latte von der Drehaxe des Fernrohrs berechnet man die gemessenen Winkel trigonometrisch und aus der Ablesung an der Schraube mit Hilfe der Gleichung (85, a) algebraisch. Die Beobachtungen mit der Schraube wird man mehrmals wiederholen, um die Fehler im Einstellen des Fadenkreuzes dadurch möglichst auszugleichen, dass man aus allen nach Gl. 85, a berechneten Winkeln das arithmetische Mittel nimmt.

Fünfter Abschnitt.

Instrumente zum Höhenmessen.

§. 187.

Die Höhe eines Punktes oder seine lothrechte Erhebung über den wahren Horizont eines anderen Punktes kann mit den bis jetzt betrachteten Winkel- und Längen-Messinstrumenten mittelbar dadurch bestimmt werden, dass man die gesuchte Höhe mit zwei anderen Linien zu einem ebenen Dreiecke verbindet, darin eine Seite nebst zwei Winkeln misst und hieraus die Höhe berechnet. Dergleichen Höhenmessungen, so vortheilhaft und nothwendig sie

in gewissen Fällen sind, lassen sich aber nicht immer anwenden, weil sie manchmal zu umständlich und schwierig, manchmal zu ungenau werden. Es muss daher Vorrichtungen geben, durch welche die Höhenunterschiede zweier Punkte in den dazu geeigneten Fällen auf einfacherem Wege unmittelbar bestimmt werden können. Solche Vorrichtungen sind die Nivellirinstrumente und die Barometer, deren Betrachtung den Inhalt dieses Abschnitts ausmacht. Man wendet zwar auch die Thermometer zu Höhenmessungen an, indem man aus der beobachteten Temperatur des siedenden Wassers den auf letzteres ausgeübten Luftdruck bestimmt und hiernach die Höhe des Beobachtungsortes nach der Barometerformel berechnet; es ist jedoch dieses Verfahren noch weniger genau als die Messung mit dem Barometer, wesshalb wir es hier mit der Bemerkung übergehen, dass man die ausführlichste Darstellung desselben in der Schrift: „Das Höhenmessen mit dem Thermometer“ von J. W. Gintl, Wien 1835, findet.

1. Nivellirinstrumente.

§. 188.

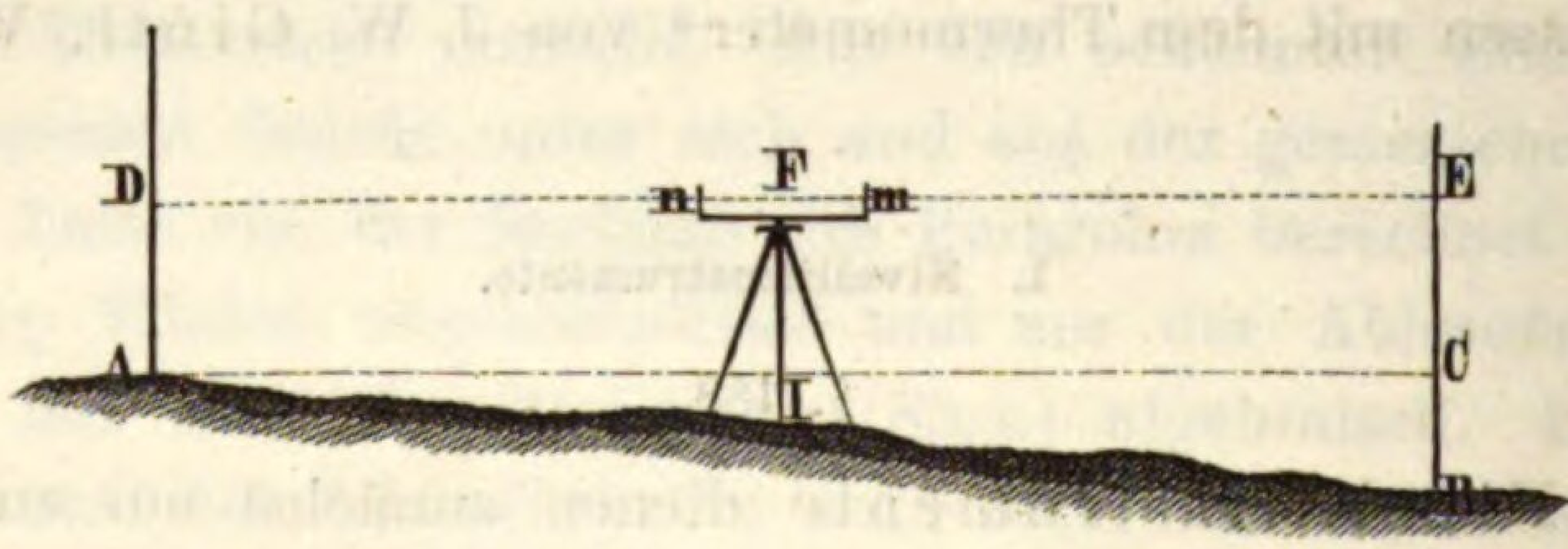
Die Nivellirinstrumente dienen zunächst nur zur Ermittelung kleiner Höhenunterschiede. Dabei dürfen die zwei Punkte, deren lothrechten Abstand ihrer Horizonte man wissen will, nicht sehr weit von einander entfernt seyn. Indem man aber eine grössere Reihe von Punkten in der Art verbindet, dass man immer den Höhenunterschied zweier aufeinander folgender Punkte sucht, kann man durch Nivelliren mittelbar auch grosse Höhenunterschiede sehr weit entfernter Punkte messen.

Das Nivelliren ist zu keiner Zeit so wichtig gewesen als jetzt, wo man sich überall mit dem Baue von Eisenbahnen, Kanälen, Wasserleitungen, mit der Verbesserung von Flüssen, Entwässerung von Sümpfen und Mooren, Bewässerung von Feldern und Wiesen etc. beschäftigt und ungeheuere Summen darauf verwendet; es ist aber auch niemals früher in solcher Vollkommenheit ausgeführt worden, wie gegenwärtig, wo es selbst minder Geübten möglich ist, den Höhenunterschied zweier Punkte bis auf den 50 000sten Theil ihrer horizontalen Entfernung richtig zu bestimmen, während sehr geübte Ingenieure ohne Schwierigkeit ihren Nivellements eine wenigstens doppelt so grosse Genauigkeit verleihen können.

Diese Genauigkeit der Messung verdanken wir den vollkommeneren Nivellirinstrumenten, welche alle besseren mechanischen Werkstätten liefern. Für viele technische und ökonomische Zwecke ist aber begreiflicherweise eine so grosse Genauigkeit wie die angeführte nicht nöthig; es werden daher neben den feinsten Nivellirinstrumenten auch andere von geringerer Leistungsfähigkeit, und ausser den genauesten Nivellirmethoden auch weniger zuverlässige Methoden des Nivellirens angewendet.

Die allgemeinste Anforderung, welche ein Nivellirinstrument zu befriedigen hat, besteht in der Gewährung einer wagrechten Absehlinie, welche auf einen lothrecht gestellten Massstab gerichtet werden kann. Denkt man sich nämlich in einem Punkte A einen

Fig. 203.



solchen Massstab, der hier eine Nivellirlatte heisst, lothrecht aufgestellt und von der horizontalen Visirlinie m n des Instruments (I) in dem Punkte D getroffen, so bezeichnet diese Absehlinie die Höhe AD des Punktes D über A (die Visir- oder Lattenhöhe von A); und denkt man sich weiter in derselben Horizontalebene, worin D, n, m liegen, die Visirlinie n m auf die in B stehende Latte gerichtet und diese in E getroffen, so erhält man auch die Höhe BE des Punktes E über B (die Visirhöhe von B). Nun ist aber, wenn AC der Horizont von A ist, AC ∥ DE und daher der Höhenunterschied zwischen A und B gleich BC = BE — AD. Man findet folglich durch das hier im Allgemeinen angedeutete Verfahren des Nivellirens den Höhenunterschied zweier Punkte mit Hilfe einer horizontalen Absehlinie und einer Nivellirlatte.

Zur Herstellung wagrechter Absehlinien bietet uns die Natur drei Wege dar: erstens das Loth in Verbindung mit einer Senkrechten; zweitens den Stand der tropfbaren Flüssigkeiten in communicirenden Röhren; und drittens die Vereinigung einer tropfbaren

und elastischen Flüssigkeit in einer Röhre oder die Libellen. Hiernach kann man die Nivellirwerkzeuge in Pendel-, Röhren- und Libelleninstrumente eintheilen. Jede dieser drei Gattungen von Instrumenten hat verschiedene Arten; wir werden aber nur die gebräuchlichsten davon beschreiben, nachdem zuvor die Nivellirlatten betrachtet worden sind, welche bei keinem Nivellirapparate entbehrt werden können.

Nivellirlatten.

§. 189.

Es sind zwei Arten von Nivellirlatten gebräuchlich: bei der einen lässt sich eine runde oder viereckige Tafel von 8 bis 10 Zoll Durchmesser an einer eingetheilten Stange so verschieben, dass ihr Mittelpunkt in die Ziellinie kommt, während die andere Art von Nivellirlatten eine Zieltafel nicht besitzt, sondern die Visirhöhe durch das Fernrohr unmittelbar abzulesen gestattet. Die Nivellirlatten mit Zieltafeln nennt man auch Schiebelatten und jene ohne Zieltafeln Reichenbach'sche Nivellirlatten, weil letztere zuerst von Reichenbach angewendet wurden. Die Schiebelatten sind jetzt fast nur mehr bei den Nivellirinstrumenten mit Dioptern in Gebrauch, da die Reichenbach'schen Latten bei feineren mit Fernrohr versehenen Nivellirinstrumenten den grossen Vortheil gewähren, dass der Geometer das Ablesen der Visirhöhe nicht dem Gehilfen, welcher die Latte hält und die Tafel verschiebt, zu überlassen braucht, sondern selbst vornehmen kann, wodurch er nicht bloss von dessen Geschicklichkeit unabhängig wird, sondern auch an Zeit gewinnt, indem das Einrichten der Zielscheibe wegfällt.

§. 190.

Nivellirlatten mit Zielscheiben.

Eine zweckmässige Einrichtung dieser Latten zeigen die Fig. 204 und 205, welche die Stampfer'sche Nivellirlatte von der Vorder- und Rückseite darstellen: BF ist eine vierseitig prismatische 0',2 breite, 0',1 dicke und 12 Fuss hohe Stange aus gut getrocknetem Tannenholze, welche zum Schutze gegen das Schwinden mit Oel getränkt und angestrichen ist. Längs dieser Stange lässt sich die Zieltafel v mittelst der Hülse g verschieben und durch die Druckschraube s feststellen, sobald sie die richtige Höhe erlangt hat. Die

Fig. 204.

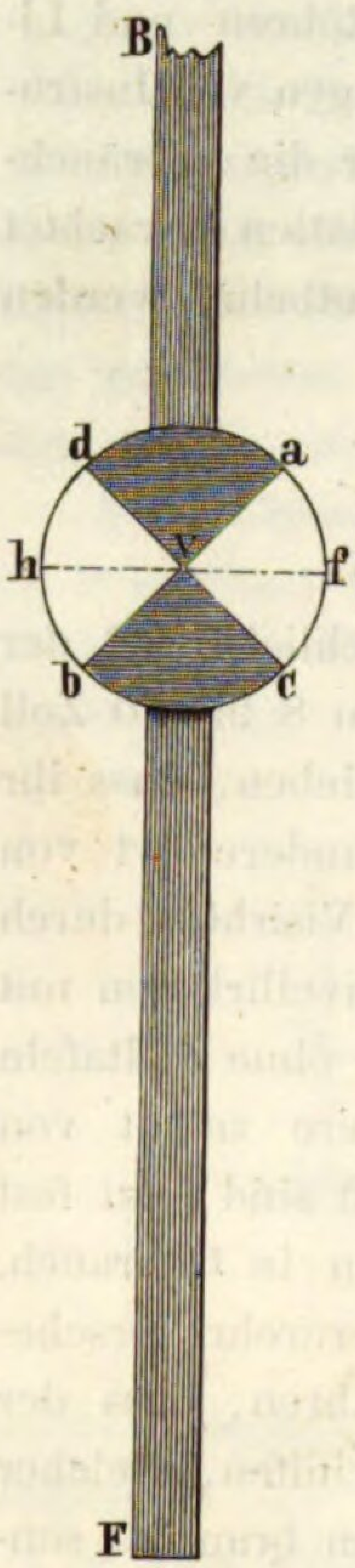
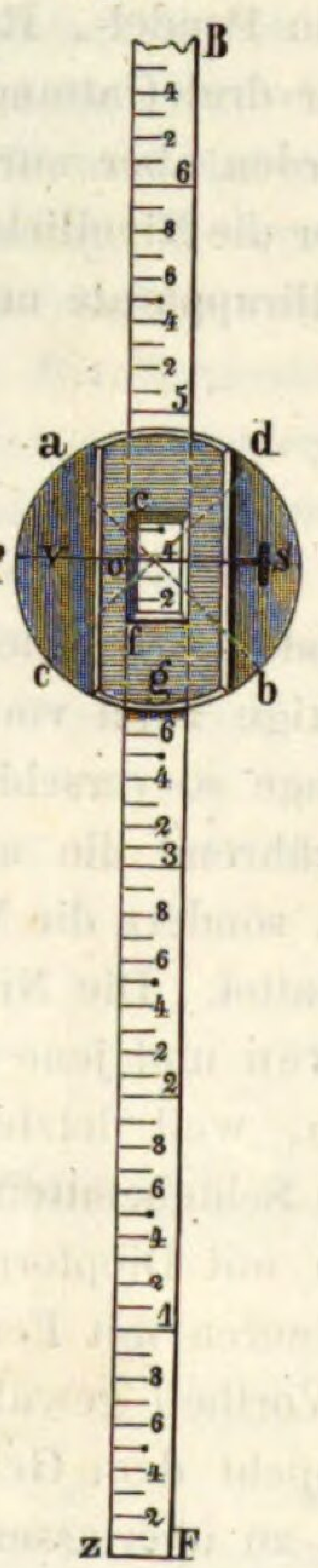


Fig. 205.



Stange B ist auf der Rückseite von ihrer Grundfläche F an in Fusse und Zolle getheilt, während die Hülse g der Zieltafel auf derselben Seite eine Durchbrechung hat, unter der sich eine Messingplatte mit einem Zeiger 0 und einer Theilung ef in Linien befindet. Der Zeiger entspricht dem Mittelpunkte der Zieltafel und gibt daher mit Hilfe der Theilung auf der Messingplatte die Visirhöhe bis auf so kleine Theile einer Linie an, als man noch sicher schätzen kann. Es genügt jedoch für alle Fälle, wenn man die Ablesung nur bis auf halbe Linien macht. Bei dem Stande, welchen die Zieltafel in Fig. 205 hat, würde die abgelesene Visirhöhe 4 Fuss 4 Zoll 1,5 Linien betragen.

Kommt der Fall vor, dass eine Stange nicht mehr hinreicht, die Zieltafel in die Höhe der Visirlinie zu bringen, so verbindet man auf die in den Fig. 206 und 207 angedeutete Weise mittelst der Metallhülsen m, n eine zweite Stange B mit der ersten A und schiebt diese mit der auf einen bestimmten Theilstrich gestellten Zieltafel soweit an B auf oder ab, bis die Visirlinie auf die Mitte dieser Tafel trifft. Alsdann stellt man durch die Druckschraube s′ die beiden Stangen an einander fest. Die Ablesung wird von dem Gehilfen an dem Fusse p der Stange A gemacht, welche desshalb unten mit Messing beschlagen und daselbst auf einen Zoll Länge in Linien getheilt ist. Damit diese Ablesung die richtige Höhe der Zieltafel über dem Boden gibt, muss nothwendig auf der Stange B die Theilung von A fortgesetzt und die Zieltafel der Stange A auf den Theilstrich gestellt seyn, welcher dem Fusspunkt der Stange B entspricht. In Fig. 207 steht der Zeiger an A auf 12 Fuss. und von dieser Zahl an geht die Bezeichnung von B. Die Ablesung würde in dem vorliegenden Falle 17 Fuss 8 Zoll 7,5 Linien betragen.

§. 191.

Nivellirlatten ohne Zielscheibe.

Fig. 206.

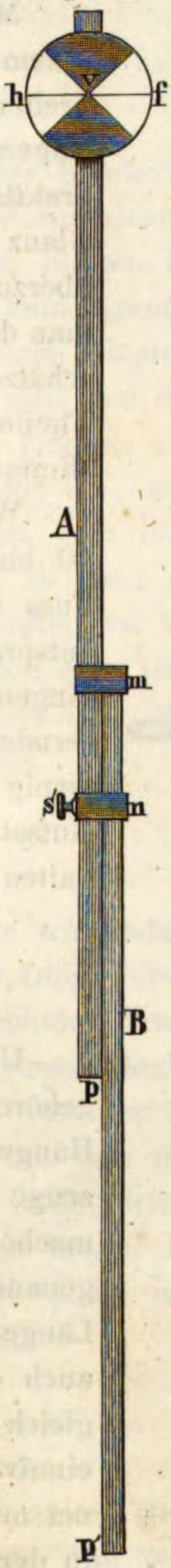
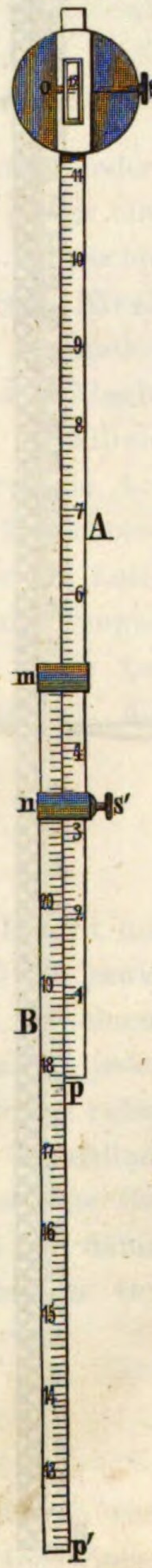
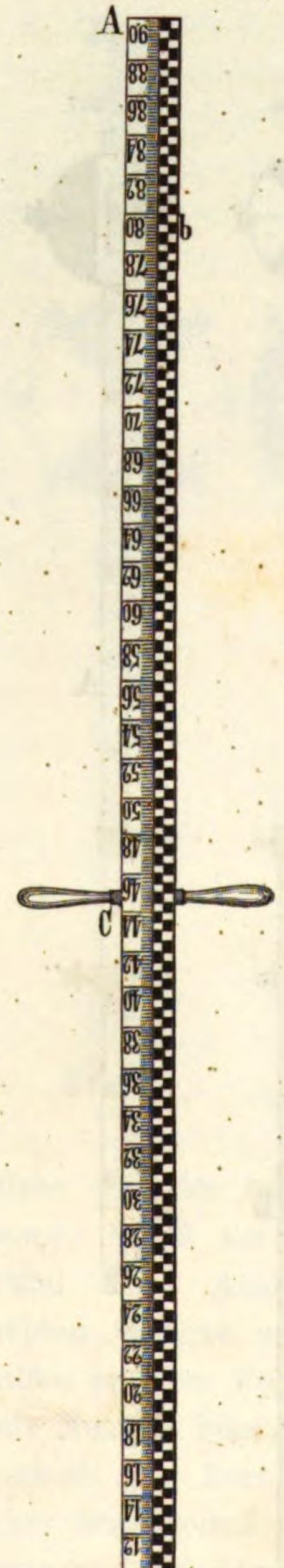


Fig. 207.



Diese Latten sind wenig von einander verschieden und darum wird es genügen, wenn wir eine derselben abbilden und kurz beschreiben. Fig. 208 stellt eine Nivellirlatte aus dem Reichenbach'schen Institute von Ertel und Sohn in München vor. Dieselbe ist 9 Fuss lang, $3\frac{1}{2}$ Zoll breit und 1 Zoll dick. Unten ist sie mit einer Eisenplatte von 1 Linie Dicke beschlagen; in einer Höhe von $4\frac{1}{2}$ Fuss hat sie zwei Handgriffe (C) zum Halten und weiter oben einen Haken (b) woran sich ein Senkel befestigen lässt, der dem Messgehilfen zur lothrechten Stellung der Latte dient. Diese Latte ist sehr zweckmässig eingetheilt: von zwei zu zwei Zollen sind nämlich die Abstände vom Fusspunkte durch verkehrt gestellte Ziffern aufgeschrieben; ferner ist jeder Zoll durch ein schwarzes und weisses Quadrat in zwei und somit der Zwischenraum von einer Zahl zur andern in vier gleiche Theile (halbe Zolle) getheilt; und endlich ist jeder halbe Zoll durch abwechselnde schwarze und weisse Striche von einer Linie Dicke in fünf gleiche Theile (Dezimallinien) zerlegt. Bei dem Nivelliren richtet man das Fadenkreuz in die Mitte der Latte, so dass der Vertikalfaden der Langseiten und der Horizontalfaden den Theilstrichen parallel läuft. Da das astronomische Fernrohr die Gegenstände verkehrt zeigt, so sieht man folglich die verkehrt geschriebenen Zahlen aufrecht und es scheint als ob die Höhen von oben nach unten gezählt würden. Darum muss man bei der Ablesung zunächst die oberhalb des Horizontalfadens sichtbare Zahl

Fig. 208.



nehmen, zu dieser die Zolle und hiezu die Linien fügen, welche zwischen jener Zahl und dem genannten Faden enthalten sind.

Man hat früher eine Zeit lang die Linien auf einem durch die Mitte der Latte laufenden zollbreiten Messingstreifen mit feinen Strichen aufgetragen; diese Einrichtung hat sich aber als unpraktisch erwiesen, insoferne bei neuen Latten der Glanz des Messings und bei alten dessen Oxydüberzug die Theilstriche nicht erkennen liessen und man daher die Linien innerhalb eines halben Zolles schätzen musste, während man jetzt nur noch Theile einer Linie durch das Augenmass zu bestimmen hat.

Will man aus einer gewöhnlichen Latte von 10 bis 15 Fuss eine grössere von 20 und mehr Fuss machen, so darf man auf dieselbe nur ein entsprechend getheiltes Lattenstück mittelst eines langen eisernen Zapfens, der in die zu vergrössernde Latte passt, stecken. Bei Nivellements in wenig durchschnittenem Terrain lässt man diesen Aufsatz weg, weil eine kürzere Latte ruhiger gehalten werden kann.

Pendelinstrumente.

§. 192.

Unter diese Gattung von Nivellirinstrumenten gehören die Setzwage, Pendelwage, Bergwage, Hängwage, Wallwage u. dgl. m. Alle diese Werkzeuge können keinen Anspruch auf Genauigkeit machen, da selbst bei ruhiger Luft das Loth kaum genauer als bis auf den tausendsten Theil seiner Länge den wahren Spielpunkt deckt, woraus denn auch eine Unsicherheit in der Höhenbestimmung gleich dem tausendsten Theil der Entfernung des einnivellirten Punktes vom Instrumente folgt. Rechnet man zu dieser Unsicherheit noch jene, welche in der Einstellung des Diopters liegt, so wird man

die Genauigkeit dieser Instrumente wohl kaum höher als $1/_{500}$ anschlagen können. Aus diesem Grunde aber werden wir uns auch in keine weitgehenden Beschreibungen und Erörterungen der Pendelinstrumente einlassen.

§. 193.

Die Setzwage

ist allgemein bekannt und bedarf gar keiner Beschreibung; jedermann weiss, wie Steinmetzen, Maurer und Zimmerleute dieses einfache Werkzeug handhaben, um Steine und Balken in wagrechte Lagen zu bringen. Soll aber die Setzwage zum eigentlichen Nivelliren benützt werden, so muss sie mit einem Diopter verbunden seyn, das sich auf einem Gestelle drehen lässt und dessen Absehlinie mit der Basis der Setzwage parallel, folglich zur Mittellinie senkrecht ist. Spielt das Loth auf diese Linie ein, so hat die Absehlinie eine wagrechte Richtung, und lässt man die Zielscheibe der Nivellirlatte in diese Richtung bringen, so kann der die Latte haltende Gehilfe die Visirhöhe ablesen. Dergleichen Vorrichtungen hat man früher allerdings benützt; sie finden aber jetzt keine Anwendung mehr, da die Libelle ein weit sichereres Mittel ist, die Absehlinie eines Diopters horizontal zu stellen.

§. 194.

Die Pendelwage

besteht aus einem massiven, mehrere Pfunde wiegenden Pendel mit eiserner Stange, an welche ein messingenes Diopterlineal mit senkrechten Flügeln angeschraubt ist. Diese Verbindung ruht auf einem Stative und kann sich mittelst eines Universalgelenkes in jeder Richtung horizontal und vertikal bewegen. Ist der Pendel ruhig geworden, so steht das Diopterlineal und mit ihm die Absehlinie horizontal. Selten aber steht der Pendel so stille, wie es gute Beobachtungen erfordern, oder es dauert sehr lange, bis es dahin kommt; darum ist auch dieses Instrument nicht mehr im Gebrauche, oder wenigstens nicht zu empfehlen.

§. 195.

Die Bergwage

ist im Grunde nichts anderes als eine mit einem Gradbogen versehene Setzwage. Dadurch wird es möglich, die Neigungswinkel

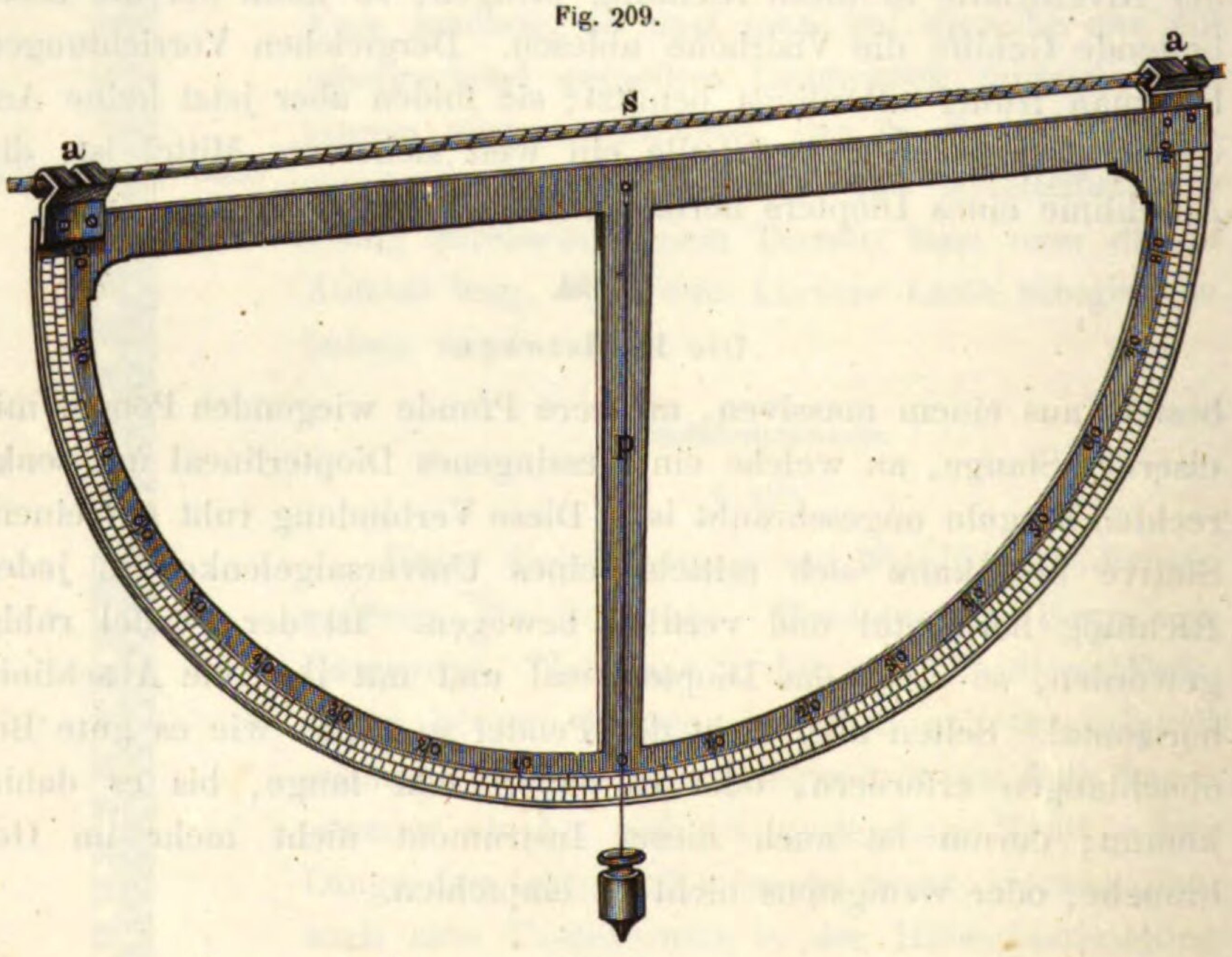
schiefer Flächen, namentlich von Böschungen, zu messen. Sie wird in Verbindung mit einem etwa 10 Fuss langen Richtscheite gebraucht, auf dessen Mitte sie gestellt ist und zu dessen schmalen Langseiten ihre Mittellinie senkrecht steht. In dieser Mittellinie liegt auch der Nullpunkt der Theilung des Gradbogens, welcher auf dem Dreiecke, das den Körper der Bergwage bildet, festgemacht ist. Da man mit diesem Werkzeuge die Böschungswinkel kaum genauer als bis auf $^1/_4$ Grad messen kann, so hat es für das Nivelliren selbstverständlich nur eine geringe Bedeutung.

§. 196.

Die Hängwage

oder der Gradbogen der Markscheider (Fig. 209) ist dazu bestimmt, an einer ausgespannten Schnur aufgehängt zu werden, um hierdurch deren Neigung gegen den Horizont zu erfahren. Desshalb besteht

Fig. 209.



sie aus einem mit Haken (a, a) versehenen Halbkreise von geschlagenem Messingbleche, in dessen Mittelpunkte ein Loth p befestigt ist, das an der Theilung des Bogens vorbeispielt. Das Blech, woraus

der Bogen und seine massiven Arme gebildet sind, darf nicht zu dünn seyn, damit es sich nicht biegt, aber auch nicht zu dick, damit es durch sein Gewicht die Richtung der Schnur durch Herabziehen nicht ändert: 0,2 Linie ist für die Dicke und 4 Linien als Breite genügend, wenn der Durchmesser des Bogens 8 bis 10 Zoll beträgt. Die Birne des Lothes ist an einem Menschenhaare und dieses mit etwas Wachs in dem durchlöcherten Mittelpunkt des Bogens befestigt. Um das Haar mit der Birne zu vereinigen, wird es durch ein hohles Schräubchen gesteckt, unten umgebogen und auf dem Grund der Birne festgeschraubt.

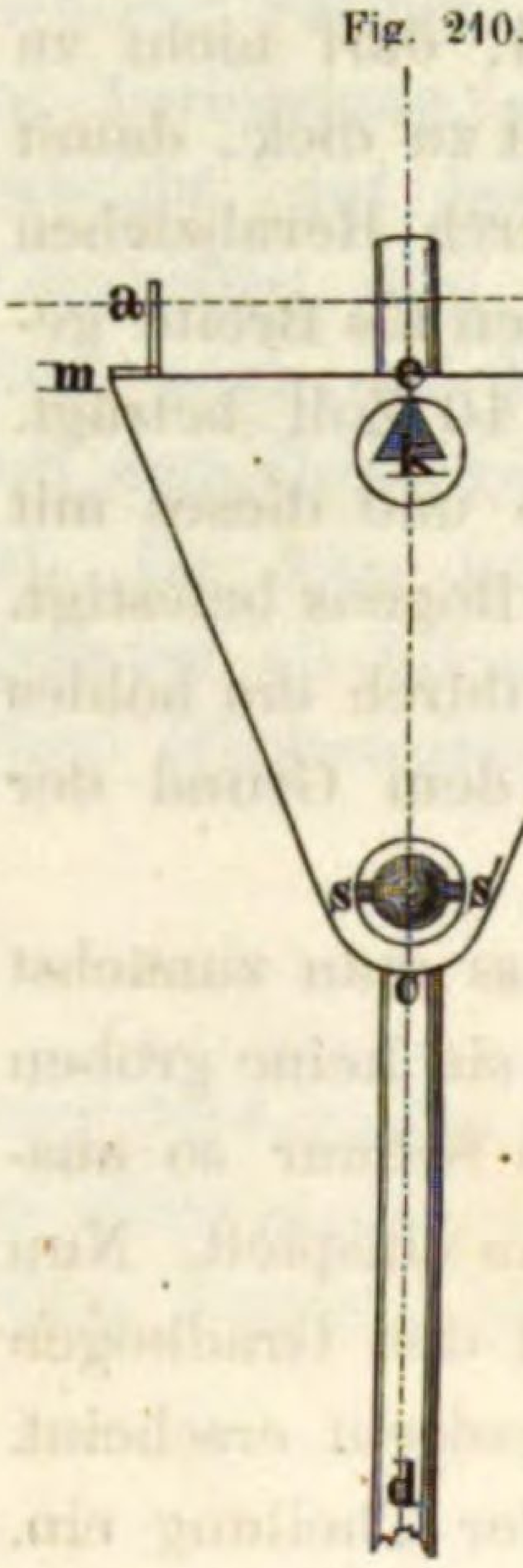
Die Prüfung des Gradbogens besteht darin, dass man zunächst mittelst eines Zirkels seine Theilung untersucht, ob sie keine groben Fehler enthält, und, wenn diese richtig ist, eine Schnur so ausspannt, dass der daran aufgehängte Gradbogen genau einspielt. Nun lässt man die Schnur ganz ungeändert, und hängt den Gradbogen um, so dass er gegen seine erste Lage um 180^0 gedreht erscheint. Spielt hier das Loth wieder auf den Nullpunkt der Theilung ein, und hat man vorhin keine Theilungsfehler entdeckt, so ist die Hängewage richtig; ausserdem müsste einer der Haken etwas erhöht oder vertieft werden. Will man der Schnur keine horizontale Lage geben, so kann man die Prüfung auch bei geneigter Richtung vornehmen, indem man zusieht, ob der Bogen in zwei einander entgegengesetzten Lagen gleiche Ablesungen gibt. Es ist immer gut, beide Prüfungen vorzunehmen, und zwar die letztere bei verschiedenen Neigungen der Schnur, welche begreiflicherweise gleichförmig dick und fest seyn muss.

§. 197.

Die Wallwage

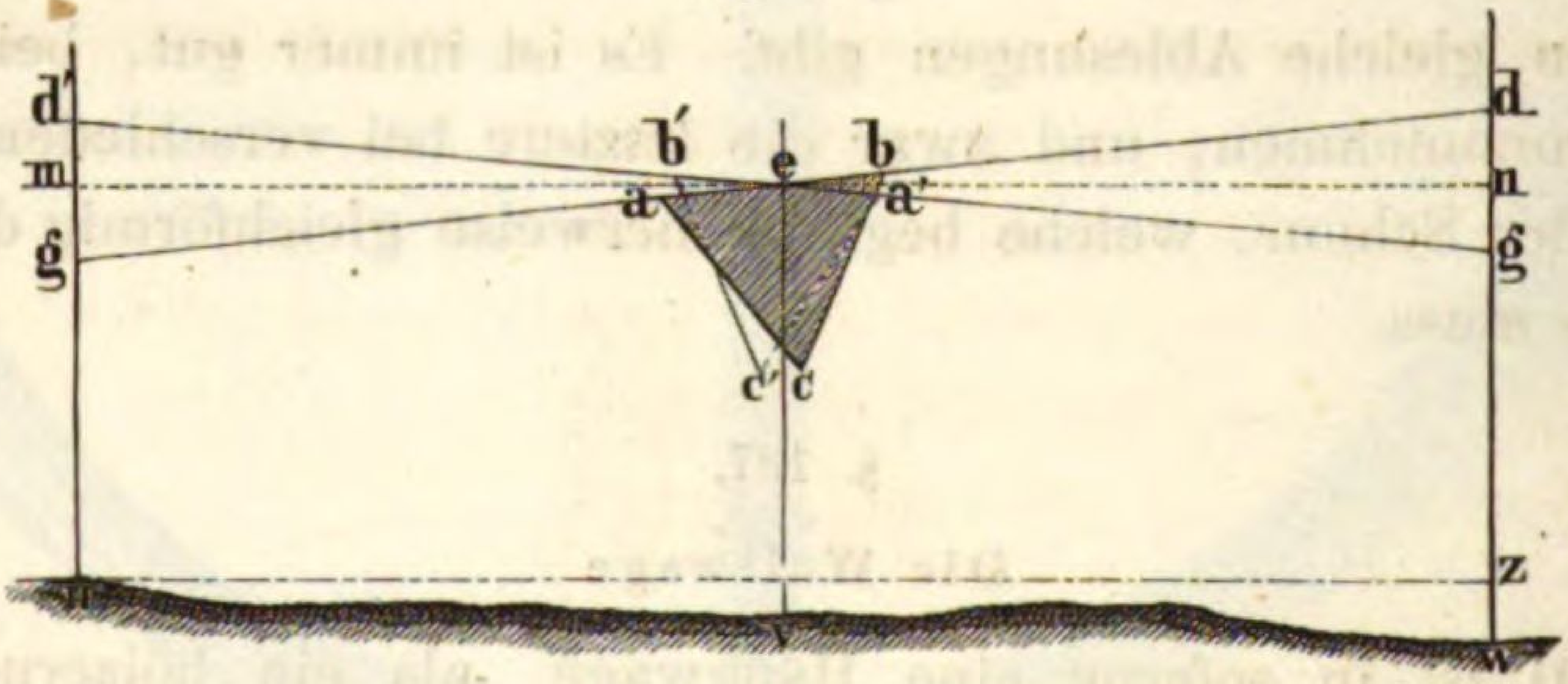
(Fig. 210) ist in soferne eine Hängwage, als ein hölzernes, mit Diopter (a, b) versehenes gleichschenkliches Dreieck (m n c) von etwa anderthalb Fuss Grundlinie und Höhe in der Mitte seiner Basis auf einem scharfen Stahlkeile (k), der sich an einem als Stativ dienenden Stocke (d) befindet, aufgehängt wird. An seiner Spitze ist das Holzdreieck durchbohrt, um eine Schraubenspindel (s, s') mit einer grösseren Metallkugel (i) aufzunehmen, durch deren Verschiebung die Absehlinie berichtigt werden kann, wenn es nöthig ist. Ob es aber nöthig ist, erfährt man auf folgende Weise. Man

Fig. 210.



bezeichne zwei Punkte u, w (Fig. 211), die etwa 0·10 Fuss auseinander liegen und ungleiche Höhe haben, durch Grundpfähle; stelle das Instrument zwischen beiden in v auf und bestimme mit Hilfe einer Schieblatte die Visirhöhe w d = h und, indem man das Dreieck (abc) umsetzt, auch die Visirhöhe u d′ = h′. Wäre die Visirlinie jedesmal genau horizontal gewesen, so würde h′ — h das richtige Gefälle w z von u nach w seyn und es müsste, wenn man jetzt das Instrument in u aufstellt und von hier aus die Visirhöhe H für w und die Instrumentenhöhe e v = J misst, die Gleichung $H - J = h' - h$ oder $H - J + h - h' = 0$ stattfinden. Zeigt sich, dass das letztere nicht der Fall ist, so muss man die zwischen s und s′ sich befindende Kugel (i) so lange verschieben, bis der angegebenen Bedingung genügt wird.

Fig. 211.



Röhreninstrumente.

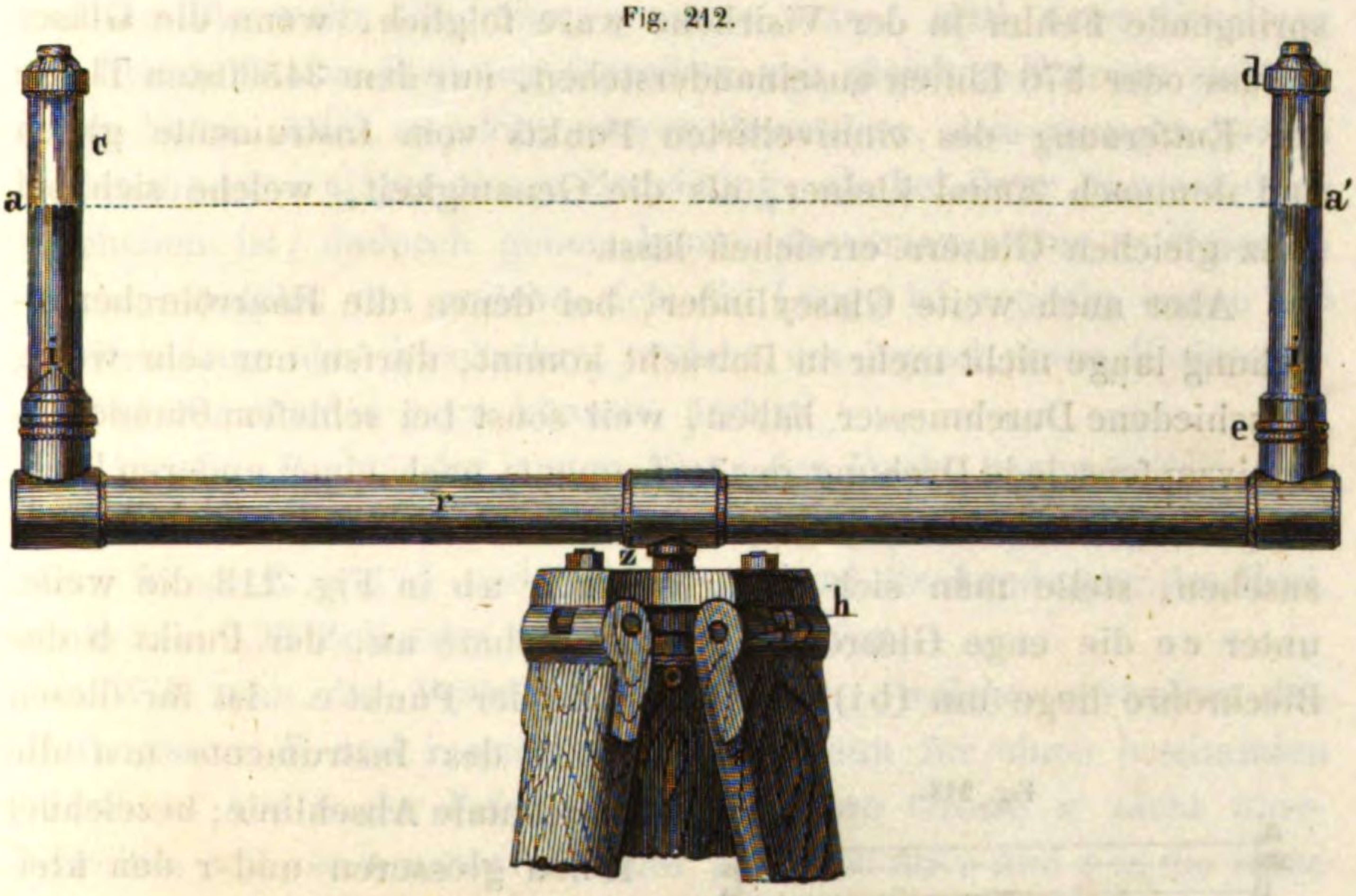
§. 198.

Die Kanalwage

(Fig. 212) besteht aus einer cylindrischen Röhre (r) von Eisen-, Messing- oder Kupferblech, mit rechtwinklich umgebogenen Endstücken (e, e), in denen kurze Glascylinder (c, c) stecken, und mit

einer in der Mitte angebrachten Hülsen- oder zapfenförmigen Vorrichtung (z), welche auf ein dreibeiniges Gestelle (h) passt. Dieses Stativ muss sich so stellen lassen, dass der Zapfen z nahezu lothrecht wird, damit bei einer horizontalen Drehung der Röhre r auch die Cylinder c, c nahehin lothrecht stehen. Die Blechröhre oder der Körper der Kanalwege wird 3 bis 5 Fuss lang und etwa 1 Zoll weit gemacht; die Ansätze e, e sind in der Regel etwas weiter, da man den Gläsern mindestens einen Zoll lichten Durchmesser gibt. Die Gläser sind unten in Messing gefasst und können durch Schrauben mit den Endstücken e, e wasserdicht verbunden werden; oben werden sie mit Korkstöpseln oder Deckeln (d, d) nach Erforderniss geschlossen oder geöffnet.

Fig. 212.

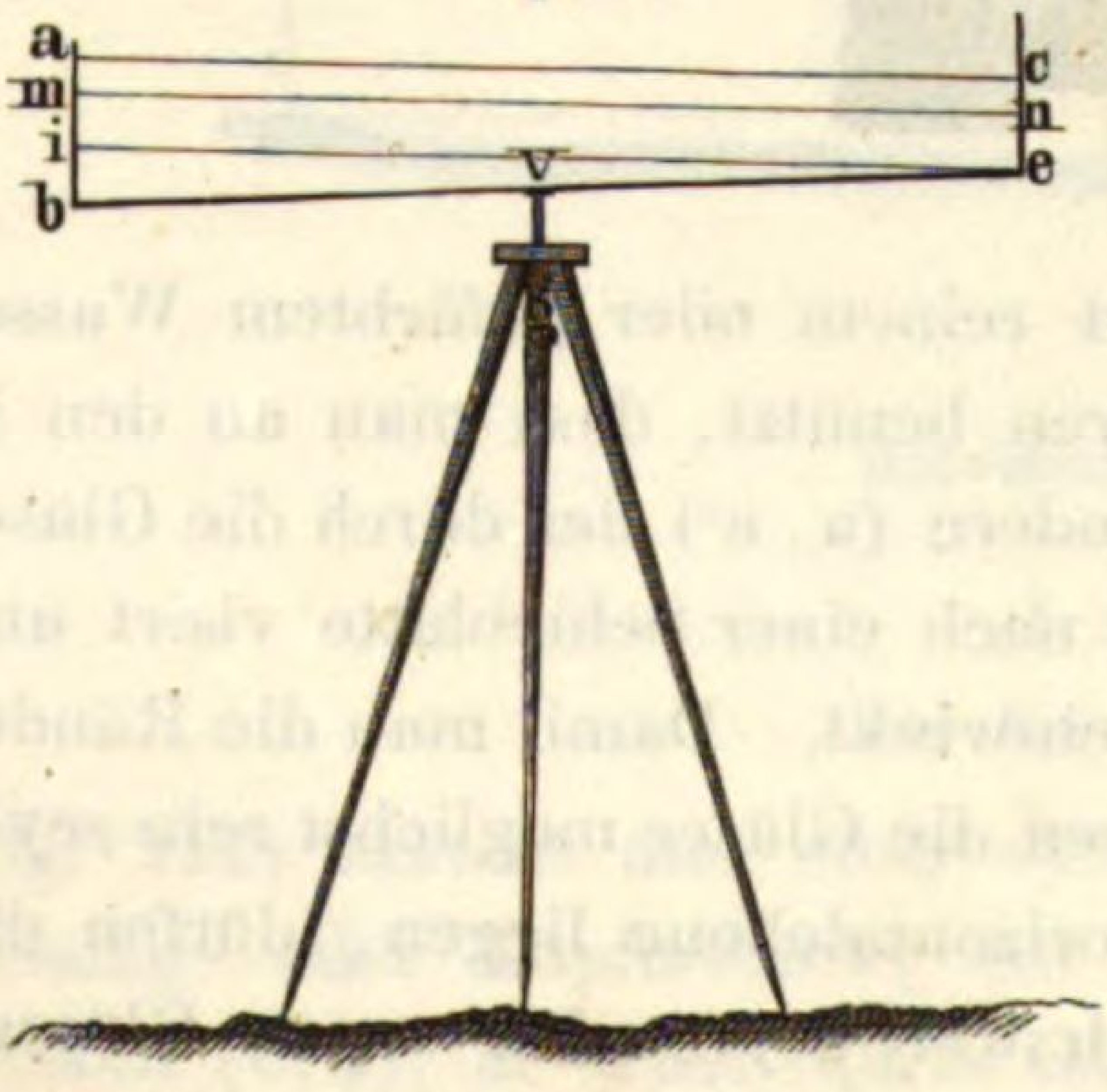


Dieses Röhrensystem wird mit reinem oder gefärbtem Wasser gefüllt und in der Art zum Nivelliren benützt, dass man an den in einer Horizontalebene liegenden Rändern (a, a') der durch die Gläser sichtbaren Flüssigkeitssäulen vorbei nach einer Schieblatte visirt und deren Zielscheibe in die Absehlinie einwinkt. Damit man die Ränder der Wassercylinder gut sieht, müssen die Gläser möglichst rein seyn, und damit sie wirklich in einer Horizontalebene liegen, dürfen die Gläser nicht zu enge und ungleich weit seyn. Bei engen Gläsern

von verschiedenen Durchmessern würde die Haarröhrchenkraft einen nachtheiligen Einfluss äussern, insoferne die eine Flüssigkeitssäule höher stände als die andere. Dieser Einfluss ist aber bei Röhren, die über einen Zoll weit sind, auch wenn ihre Durchmesser merklich von einander abweichen, nicht mehr zu beachten; denn gesetzt, die eine Röhre wäre einen Pariser Zoll oder 27 Millimeter und die andere 28 Millimeter weit, so würde (da die Erhebung des Wassers bei 1 Millimeter Durchmesser der Röhre und bei einer Temperatur von 8,5° C 29,8 Millimeter beträgt und die Erhebungen sich umgekehrt wie die Durchmesser verhalten) die Erhebung in der 27^{mm} weiten Röhre $1^{mm},104$ und in der 28^{mm} weiten Röhre $1^{mm},065$ und somit der Unterschied beider Erhebungen nur $1,104 - 1,065 = 0,039$ Millimeter oder nahezu $^1/_{60}$ Linie betragen. Der hieraus entspringende Fehler in der Visirhöhe wäre folglich, wenn die Gläser 4 Fuss oder 576 Linien auseinanderstehen, nur dem 34560sten Theile der Entfernung des einnivellirten Punkts vom Instrumente gleich und demnach 20mal kleiner, als die Genauigkeit, welche sich bei ganz gleichen Gläsern erreichen lässt.

Aber auch weite Glascylinder, bei denen die Haarröhrchenanziehung lange nicht mehr in Betracht kommt, dürfen nur sehr wenig verschiedene Durchmesser haben, weil sonst bei schiefem Stande des Stativzapfens jede Drehung des Instruments nach einer anderen Richtung den Horizont der Visirlinien hebt oder senkt. Um dieses einzusehen, stelle man sich zunächst unter ab in Fig. 213 die weite, unter ce die enge Glasröhre vor und nehme an, der Punkt b der Blechröhre liege um (bi) = u tiefer als der Punkt e. Ist für diesen Stand des Instruments mn die horizontale Absehlinie; bezeichnet R den grösseren und r den kleineren Halbmesser der Wassercylinder mb und ne; nennt man h die Höhe ne der Absehlinie über dem Punkt e und vernachlässigt man den schiefen Schnitt der Wassersäulen: so ist offenbar die Wassermenge beider $R^2\pi(h+u)+r^2\pi h$. Dreht man jetzt die Röhre be um ihre Axe vg

Fig. 213.



um 180^0, so dass e nach b und der enge Cylinder an die Stelle des weiten kommt, so wird die Absehlinie die höhere Lage ac, welche von mn um die Grösse z entfernt ist, einnehmen und es wird jetzt die Wassermenge in den beiden Flüssigkeitssäulen durch

$$R^2 \pi (h + z) + r^2 \pi (u + h + z)$$

ausgedrückt seyn. Diese Wassermenge ist aber offenbar der vorigen gleich und es findet somit die Gleichung statt:

$$R^2 (h + u) + r^2 h = R^2 (h + z) + r^2 (u + h + z),$$

aus der man für den vorliegenden Fall die Erhebung des Horizonts der Absehlinie

$$z = u. \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (167)$$

findet. Es ist von selbst klar, dass, wenn anfänglich ab die enge und ce die weite Glasröhre gewesen wäre, statt einer Erhebung des Horizonts eine Senkung desselben von gleichem Betrage sich ergeben hätte. Auch ist nicht schwer einzusehen, dass man der letzten Gleichung eine allgemeinere Bedeutung, als bei ihrer Entwickelung geschehen ist, dadurch geben kann, dass man unter u diejenige Grösse versteht, um welche sich die Länge bi von der ersten zur zweiten Lage der Blechröhre, welche um irgend einen Horizontalwinkel verschieden seyn können, ändert.

Liegt z. B. bei der ersten Visur der Punkt b nur 1 Zoll, bei der zweiten aber 5 Zoll tiefer als e, so ist hier u = 4 Zoll. Ist dann ferner R = 1″,1 und r = 1″, so wird die Aenderung des Horizonts z = 0,38 Zoll oder fast 4 Dezimallinien.

Will man das Verhältniss bestimmen, welches zwischen den Halbmessern R und r stattfinden darf, wenn für einen bestimmten Werth u′ von u der Fehler z eine gewisse Grösse z′ nicht überschreiten soll, so braucht man nur u′ und z′ für u und z in die letzte Gleichung zu setzen und daraus das Verhältniss von R : r zu suchen. Man findet aber dieses Verhältniss aus der Gleichung

$$z' = u'. \frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2},$$

wenn man erst die Werthe u′ + z′ und u′ — z′ bildet und den einen Ausdruck durch den andern dividirt. Es wird alsdann

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{u' + z'}}{\sqrt{u' - z'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168)$$

Soll der Fehler in der Visirhöhe nicht mehr als eine Linie betragen,

wenn das eine Ende der Blechröhre bei der zweiten Visur um 2 Zoll tiefer steht als bei der ersten, so muss

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{2} + 0,1}{\sqrt{2} - 0,1} = 1,05$$

seyn; d. h. wenn r = 1 Zoll ist, so darf unter den oben gemachten Voraussetzungen R höchstens 1,05 Zoll betragen.

Beim Gebrauch der Kanalwage ist darauf zu sehen, dass die Deckel oder Korkstöpsel, womit die Gläser beim Transporte des Instruments von einer Station zur anderen geschlossen werden, so viel Oeffnung haben, dass die äussere atmosphärische Luft mit der in den Gläsern in Verbindung steht, damit kein ungleicher Druck auf die Wassersäulen ausgeübt wird. Fände eine Ungleichheit dieses Druckes statt, so würden die Oberflächen der Wassersäulen und mithin auch die durch sie bestimmte Visirlinie nicht mehr in einer Horizontalebene liegen und folglich die Messung fehlerhaft werden. Von der Grösse dieses Fehlers, der so leicht zu vermeiden ist, kann man sich mit Hilfe des Mariotte'schen Gesetzes Rechenschaft geben.

Das starke Schwanken des in der Kanalwage befindlichen Wassers während des Transportes von einer Station zur anderen kann dadurch gemässiget werden, dass man nach Fig. 212 in der Fassung jedes Glascylinders einen hohlen Blechkegel (i) anbringt, dessen kleinere Oeffnung nach oben gerichtet ist, während die grössere sich an die Röhrenwand anschliesst. Die vortheilhafte Wirkung dieses Kegels besteht allerdings zunächst darin, dass durch den verkleinerten Röhrenquerschnitt ein langsamerer Uebergang des Wassers von einem Glas in's andere stattfindet; sie hat aber auch noch einen anderen Grund. Es wird nämlich, wenn man das Wasser langsam an den Seitenwänden der Gläser in die Kanalwage giesst, durch den in Rede stehenden Blechkegel der Eintritt von Luft in die Blechröhre (r) verhindert und dadurch der ununterbrochene Zusammenhang der Wassermasse des Instruments erhalten, welcher sehr wesentlich ist.

Da die Genauigkeit der Kanalwage nur gering ist, so ist es nicht erlaubt, sie zu grösseren Nivellements zu verwenden; sie darf nur zur Aufnahme von Querprofilen oder anderen ähnlichen Arbeiten benützt werden. Man nimmt dabei die Entfernungen der Latte vom Instrumente nicht gerne über 50 Fuss an, da bei diesen

Stationslängen die Visirhöhen schon um einige Linien unsicher sind, wie eine ganz einfache Rechnung lehrt, die sich auf die Voraussetzung gründet, dass die Visirlinie auf einen Abstand der Gläser von 4 Fuss um mindestens $^1/_5$ Linie fehlerhaft ist, auch wenn die Glascylinder weit und zwar gleich weit sind. Wenn aber die Visirlinie auf 4 Fuss oder 400 Linien um 0,2 Linien steigt oder fällt, so wird die Visirhöhe bei 50 Fuss Entfernung offenbar um 12,5 × 0,2 oder um 2,5 Linien zu gross oder zu klein werden, je nachdem die Absehlinie in die Höhe oder in die Tiefe geht.

Nach dieser Annahme würde die Genauigkeit der Kanalwege $^1/_{2000}$ der Stationslänge betragen. Erwägt man aber, dass zu der schiefen Lage der Absehlinie noch andere kleine Beobachtungsfehler, welche aus dem Stand der Latte, dem Einstellen der Zieltafel, dem Ablesen etc. entspringen, hinzukommen, so wird es gewiss gerechtfertigt seyn, wenn man die Genauigkeit der Kanalwage für die einzelne Visur auf $^1/_{1000}$ und nur für eine grössere Reihe aufeinander folgender Punkte, wobei sich einzelne Fehler aufheben, auf $^1/_{2000}$ anschlägt. Mit diesen Zahlen stimmen unsere Erfahrungen am bessten überein.

Die Prüfung der Kanalwage besteht nur darin, dass man sich von der guten Beschaffenheit der Gläser und ihrer wasserdichten Verbindung mit dem Instrumentenkörper überzeugt; ihr Gebrauch ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst.

§. 199.

Die Quecksilberwage.

Diese Vorrichtung, welche ganz auf dem Princip der Kanalwage beruht, ist wenig oder gar nicht mehr im Gebrauche, da man jetzt bei gleicher Güte wohlfeilere und bei gleichem Preisse bessere Nivellirwerkzeuge haben kann. Ihre Einrichtung ist indessen folgende. Zwei vierseitige prismatische Gefässe von einem Zoll Weite sind durch eine anderthalb Fuss lange Röhre von etwa drei Linien Durchmesser verbunden und mit Quecksilber gefüllt. Auf den in einer horizontalen Ebene liegenden Oberflächen der Quecksilbersäulen schwimmen zwei mit Dioptern versehene Würfel von Elfenbein, und unterhalb der Mitte der Verbindungsröhre ist eine Hülse angebracht, welche auf ein Stativ gestellt und horizontal gedreht werden kann. Die Gefässe und die Röhre, welche das Quecksilber enthalten, bestehen

in der Regel aus Kupfer, manchmal aber auch aus hartem Holze. Die Deckel, womit man die Quecksilberbehälter nach dem Gebrauche des Instruments schliesst, müssen sehr gut gearbeitet seyn und durch Zwingen und Druckschrauben fest an die Gefässwände gepresst werden können, um jeden Quecksilberverlust zu verhindern.

Die Richtigkeit der Quecksilberwage beruht darauf, dass bei jeder Beobachtung die Absehlinie wagrecht ist. Um sich hievon zu überzeugen braucht man nur das in §. 197 für die Wallwage angegebene Verfahren anzuwenden und dabei zu berücksichtigen, dass das dort vorkommende Umsetzen des Instrumentenkörpers hier in einer Vertauschung der Diopterwürfel besteht.

Mit einer gut gebauten Quecksilberwage kann man zwar etwas genauer nivelliren als mit einer guten Kanalwage, aber es muss dieser grössere Grad von Genauigkeit durch besondere Sorgfalt in der Behandlung des Instruments erkauft werden. Hieher ist zu rechnen: dass die Gefässe für die Diopter fast genau lothrecht stehen müssen, damit sich die Elfenbeinwürfel nicht an ihnen reiben; dass ferner eben desshalb der Ansatz von Quecksilberoxyd, welcher sich leicht bildet, an den Wänden dieser Gefässe vermieden oder immer wieder entfernt werden muss; und dass man sich endlich öfter von dem stetigen Zusammenhange der Quecksilbermasse in der Verbindungsröhre zu überzeugen, ausserdem aber die den Zusammenhang unterbrechenden Luftblasen zu beseitigen hat.

Libelleninstrumente.

§. 200.

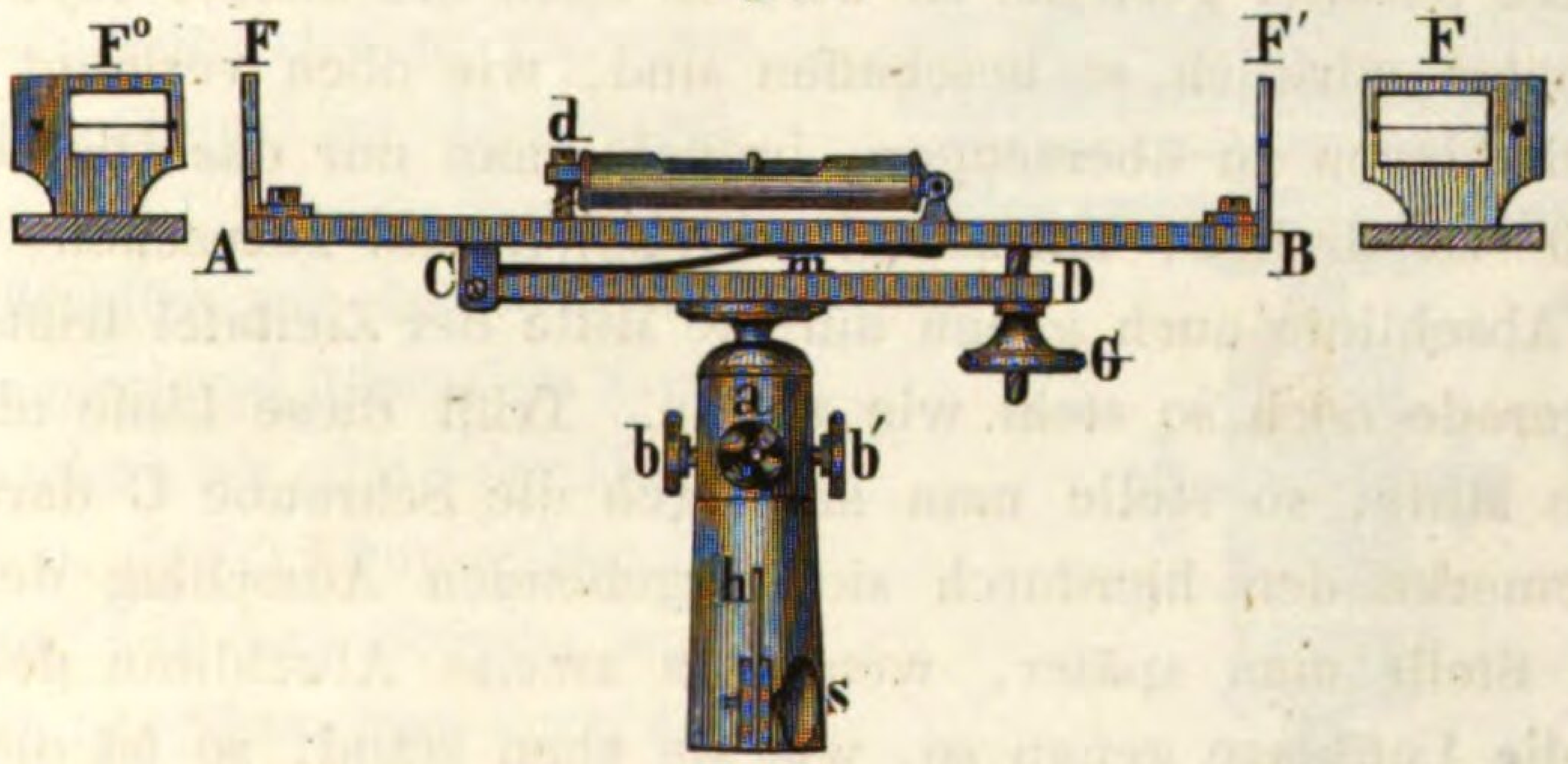
Unter allen Nivellirinstrumenten sind diejenigen, bei welchen die Horizontalstellung durch eine Röhrenlibelle bewirkt wird, die genauesten. Ihre wesentlichsten Bestandtheile, Diopter oder Fernrohr und Libelle, werden von einem Gestelle getragen, das im allgemeinen wie das eines Theodolithen beschaffen ist. Diese Bestandtheile sind somit schon einzeln bekannt und brauchen daher nur mehr nach ihren verschiedenartigen Verbindungen und nach ihrer Gesammtwirkung betrachtet zu werden. Wir werden zunächst von den Libelleninstrumenten mit Dioptern und dann von denen mit Fernrohren handeln.

Das gewöhnliche Nivellirdiopter.

§. 201.

Nach Fig. 214 besteht dieses Werkzeug aus einem messingnen Lineale (AB) von 1 bis $1\frac{1}{2}$ Fuss Länge mit zwei senkrechten Flügeln (F, F'), an denen sich Diopter zum Vor- und Rückwärtsvisiren befinden. Damit die beiden Visirlinien genau in einer Ebene liegen, muss der Horizontalfaden jedes Objectivs genau durch die Mitte jeder Ocularöffnung gehen und überdiess mit der Linealebene parallel seyn. Auf dem Lineale ist eine Röhrenlibelle, welche durch das Schräubchen d mit den Absehlinien parallel gestellt werden kann,

Fig. 214.



befestigt. Zwei an einer Messingplatte (CD) angebrachte Stahlspitzen (bei C) bilden die Axe, um welche sich das Diopterlineal durch die Schraube G so viel auf- und abbewegen lässt als zur Horizontalstellung der Libelle nöthig ist. Die Feder m dient dazu, jeden todten Gang der Schraube G zu verhindern. Die Platte CD kann um eine Vertikalaxe horizontal gedreht und diese Axe selbst, welche (nach Fig. 216) ein massiver Zapfen mit kugelförmigem Ansatze ist und im Kopfe der Hülse h steckt, durch die vier Stellschräubchen a, a' und b, b' vertikal gestellt werden. Dadurch wird die Platte CD selbst horizontal. Die Horizontalstellung dieser Platte hat man übrigens nur soweit auszuführen, dass die Fäden der Diopter wagrecht liegen; die Absehlinie wird immer erst durch die Schraube G genau horizontal gestellt. Die Hülse h wird mit der Schraube s auf dem nach Fig. 197 eingerichteten Zapfenstativ befestigt.

Die Prüfung des Nivellirdiopters besteht darin, dass man sich

von dem Parallelismus der Libellenaxe mit den beiden Visirlinien überzeugt. Diese Ueberzeugung ist aber gegeben, wenn die nach §. 134, Nr. 1 angeordnete Messung das Ergebniss liefert:

$$2\,y = i + i' - h - h' = 0.$$

Wird der Ausdruck für y nicht null, so hat man die Libelle zu verbessern. Zu dem Ende lässt man die Zieltafel nach Erforderniss um die Grösse y auf- oder abwärts schieben und stellt auf's Neue die Abschlinie mit der Schraube s ein. Hierdurch wird die Luftblase der Libelle veranlasst, einen Ausschlag zu bilden, welcher dem zu verbessernden Fehler gleich ist. Diesen schafft man mit dem Schräubchen d weg und wiederholt hierauf nochmals die vorhergegangene Prüfung. Ist auf diese Weise eine Absehlinie mit der Libellenaxe parallel gestellt, so wird es auch die andere seyn, wenn die Diopter wirklich so beschaffen sind, wie oben verlangt wurde. Um sich hievon zu überzeugen, braucht man nur das Diopterlineal um 180° zu drehen, horizontal zu stellen und zuzusehen, ob die zweite Absehlinie auch genau auf die Mitte der Zieltafel trifft, wenn diese gerade noch so steht wie vorhin. Trifft diese Linie nicht genau die Mitte, so stelle man sie durch die Schraube G darauf ein und bemerke den hierdurch sich ergebenden Ausschlag der Luftblase. Stellt man später, wenn die zweite Absehlinie gebraucht wird, die Luftblase genau so, wie sie eben stand, so ist die Visur horizontal; will man dieses aber nicht, so muss man den Faden des zweiten Diopters ein wenig verrücken.

Das Stampfer'sche Nivellirdiopter.

§. 202.

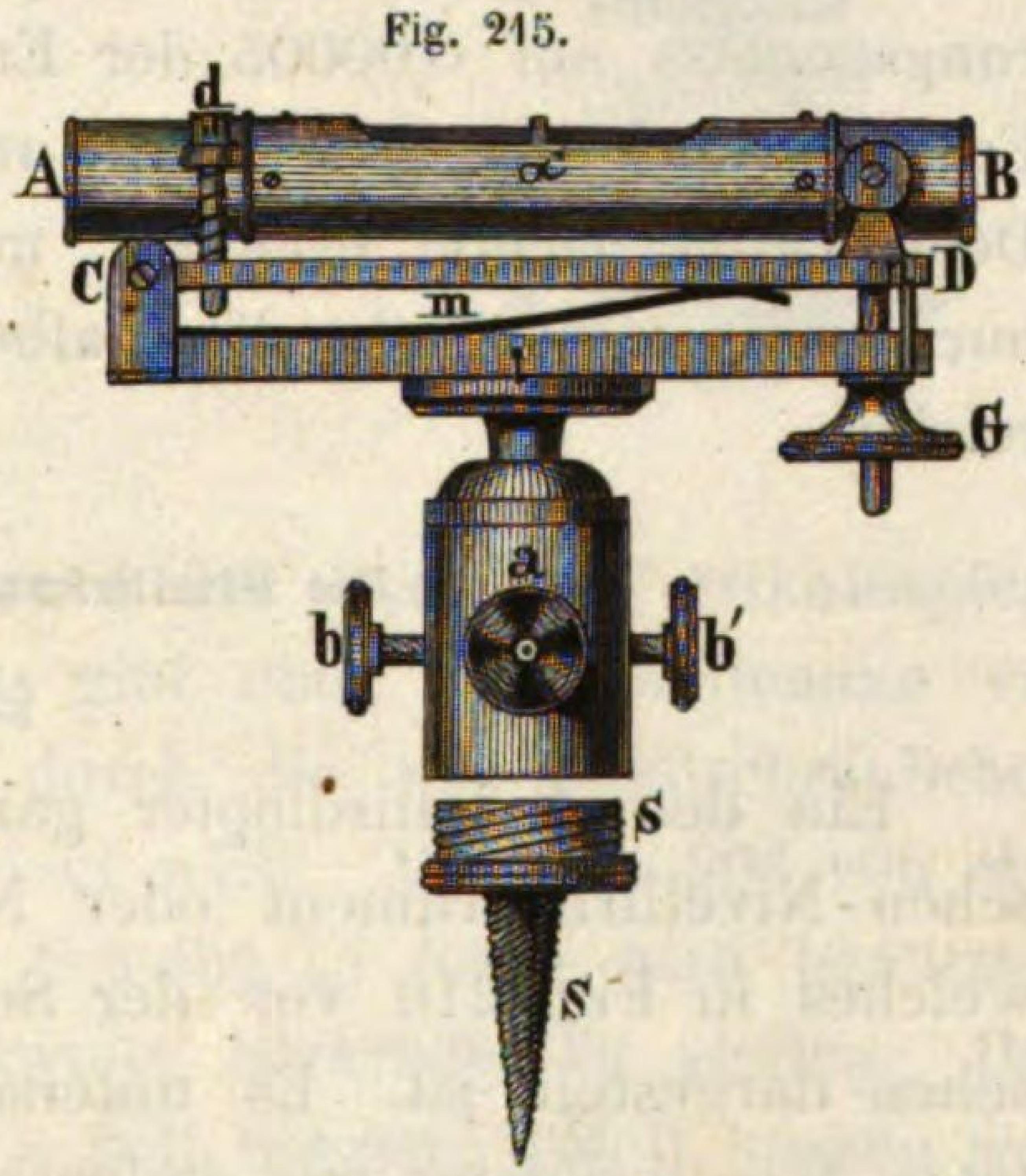
Will man dem Uebelstande, dass der Objectivfaden eines Diopters und der anvisirte Gegenstand nicht gleichzeitig deutlich zu sehen sind (§. 25), begegnen, so muss das Diopter durch ein Fernrohr ersetzt werden, bei welchem bekanntlich Bild und Fadenkreuz in einer Ebene liegen. Stampfer wendet bei dem nach seiner Angabe verfertigten Nivellirinstrumente ein Fernrohr ohne Vergrösserung an und behält dafür den Namen Diopter bei. Dieses Fernrohr besteht aus zwei ganz gleich beschaffenen Convexlinsen von 2 bis 3 Linien Oeffnung und einem Fadenkreuze, das in der Mitte des Abstandes beider Linsen steht. Da die Brennweite dieser Linsen nur $1\frac{1}{4}$ Zoll beträgt, so fällt selbst für ziemlich nahestehende

Gegenstände deren Bild in die Ebene des Fadenkreuzes; dieses braucht daher nicht verschoben zu werden und ist desshalb unveränderlich in der Röhre befestigt. Ein solches Diopter gewährt ausser dem schon besprochenen Vorzug des deutlicheren Sehens noch den weiteren Vortheil, dass man mit ihm vor- und rückwärts visiren kann, ohne seine Stellung im mindesten zu ändern. Dieser Umstand hat die Wirkung, dass man die parallele Lage der Libelle und der Absehlinie eben so leicht und sicher prüfen kann als bei dem Theodolithen, dessen Fernrohr sich umlegen lässt.

In welcher Weise Prof. Stampfer das eben beschriebene Diopter mit der Libelle und dem Stative verbindet, zeigt Fig. 215.

Man sieht daraus, dass Diopter und Libelle auf der Platte CD neben einander stehen, und dass die Vorrichtung zur Horizontaldrehung und Vertikalbewegung ganz dieselbe wie bei dem vorhergehenden und folgenden Nivellirwerkzeuge ist. Statt der Hülse, welche in der Zeichnung zur Befestigung auf dem Stative angenommen ist, kann man auch eine Schraube (S) anwenden, welche nach Fig. 215 an dem unteren Rand der Büchse a befestigt wird.

Fig. 215.



Der Gebrauch dieses kleinen Apparats ergibt sich von selbst und seine Prüfung ist sehr einfach, wenn man voraussetzen darf, dass die beiden entgegengesetzten Absehlinien wirklich zusammenfallen. Man braucht nämlich dann nur das Diopter auf eine etwa 100 Fuss entfernte Schieblatte zu richten, die Libelle zum Einspielen zu bringen, die Zieltafel einzuwinken und ablesen zu lassen, hierauf aber das Instrument um 180° zu drehen und dasselbe Verfahren bei gleichem Stande der Latte zu wiederholen. Behält die Zieltafel bei einspielender Libelle ihre Höhe bei, so ist die Libellenaxe den Absehlinien parallel, ausserdem aber muss man jene Tafel in die Mitte der beiden Ablesungen stellen und die Libelle mit dem Schräubchen d so weit verbessern, dass die Visirlinie auf die Mitte der Tafel trifft. Will man dieses nicht, so kann man nach der Umdrehung

des Instruments die Absehlinie wieder auf den ersten Punkt richten und die Hälfte des Ausschlags der Luftblase an dem Schräubchen d, die andere Hälfte an der Schraube G verbessern. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Verfahrungsweisen ist zu einfach, als dass wir uns hier damit befassen wollen.

Zweifelt man an dem Zusammenfallen der beiden entgegengesetzten Absehlinien in eine einzige, so muss die Prüfung des Stampfer'schen Nivellirdiopters nach §. 134, welcher auch bei dem gewöhnlichen Nivellirdiopter in Anwendung kommt, vorgenommen werden. Sollte eine Berichtigung nöthig seyn, so könnte diese freilich nur von einem Meckaniker vorgenommen werden.

Die Genauigkeit des Stampfer'schen Diopters darf man erfahrungsgemäss auf 0,00005 der Entfernung annehmen, d. h. bei 200 Fuss Abstand der Latte wird man die abgelesene Höhe auf eine Decimallinie richtig erhalten: mit einem gewöhnlichen Diopter ist nur wenig mehr als die halbe Genauigkeit (1 : 12 000) zu erreichen.

Das Nivellirfernrohr von Stampfer.

§. 203.

Ein dem Nivellirdiopter ganz ähnliches Werkzeug ist das Taschen-Nivellirinstrument oder Nivillirfernrohr von Prof. Stampfer, welches in Fig. 216 von der Seite und in Fig. 217 von vorne gesehen dargestellt ist. Es unterscheidet sich von dem eben betrachteten Nivellirdiopter nur dadurch, dass an ihm statt der nicht vergrössernden Linsenverbindung ein kleines Fernrohr von $4\frac{1}{2}$ Zoll Länge und fünffacher Vergrösserung angebracht ist, und dass die Röhrenlibelle (L) über, nicht neben dem Fernrohr steht. Die Horizontal- und Vertikalbewegungen sind völlig denen der beiden Nivellirdiopter gleich, wesshalb wir dieselben nicht weiter hesprechen, aber doch darauf hinweisen wollen, dass die nachstehenden Figuren den Vertikalzapfen mit seinem Ansatze k durch punktirte Linien andeuten, was in den Figuren 214 und 215 nicht der Fall ist. Das Fernrohr (F) kann nicht um seine optische Axe gedreht werden, da es in seinen Lagern (t, t) festgemacht ist; das Fadenkreuz lässt sich ebenfalls nicht drehen. Letzteres ist durch zwei mit der Ocularröhre verbundene Stifte (e), welche sich in einem Schlitze der Objectivröhre bewegen, daran verhindert. Der Schlitz ist mindestens

so lang als die mögliche Aenderung der Bildweite (a_1) des Objectivs. Das Augenglas (U) lässt sich, so weit es das deutliche Sehen verlangt, dem Fadenkreuze nähern oder von ihm entfernen. Der mit n bezeichnete Stift an dem Hebel CD zeigt, wenn er die Grundplatte

Fig. 216.

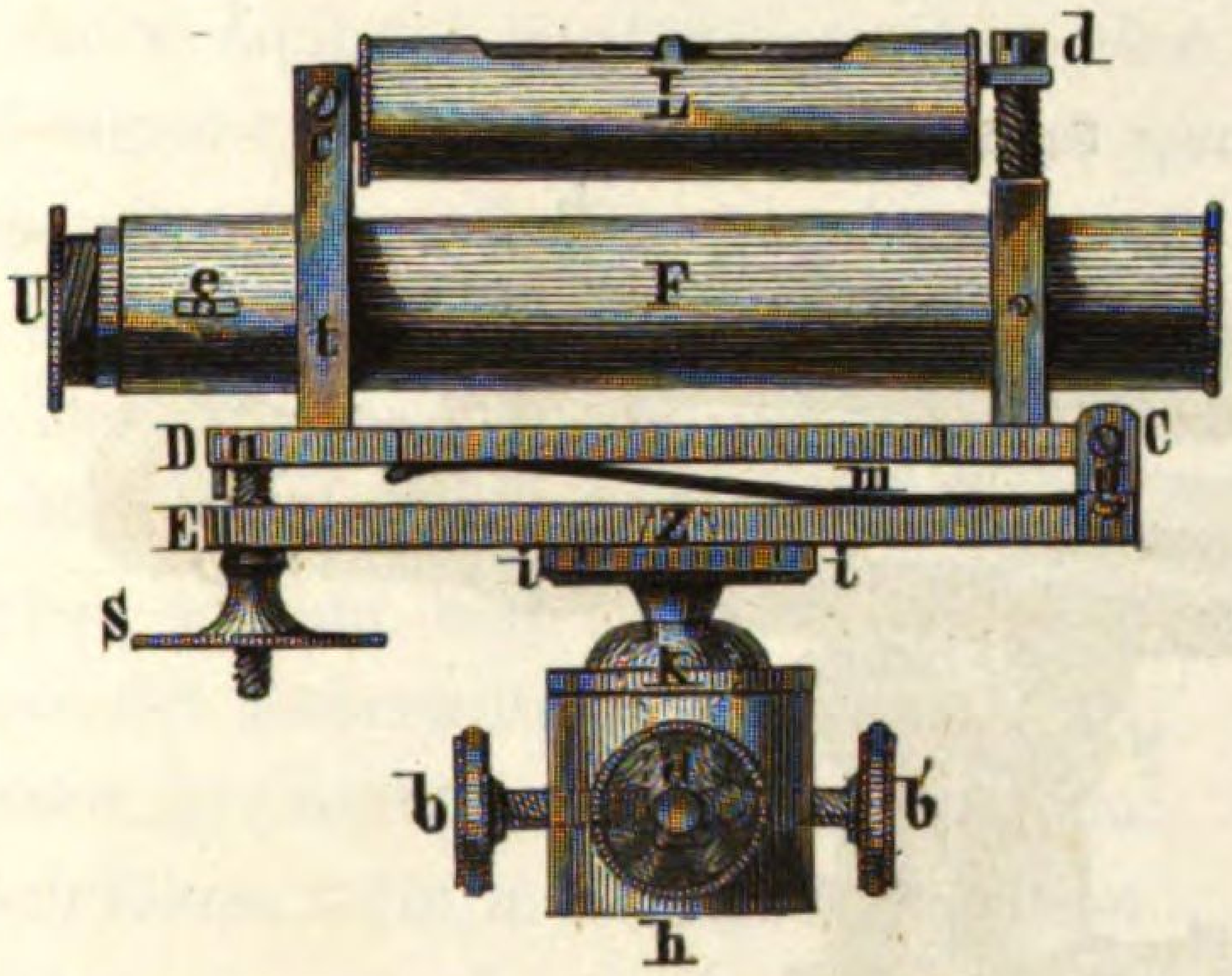
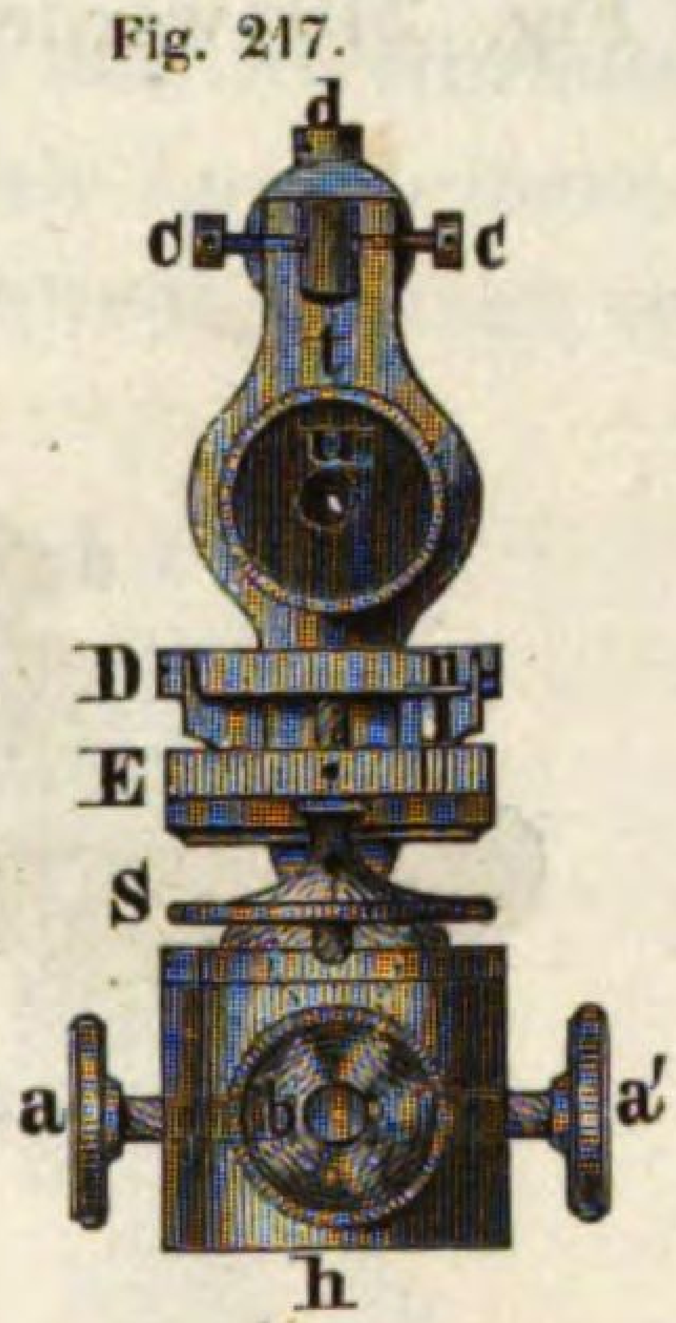


Fig. 217.



EZ berührt, an, dass die Libellenaxe zur Axe des Vertikalzapfens k senkrecht steht. Diese Stellung gibt man der Libellenaxe vor jeder Horizontalstellung, welche durch die vier Stellschräubchen a, a′, b, b′ in bekannter Weise bewirkt wird. Vier um 90° von einander abstehende Marken an der Scheibe i, i kann man benützen, um auf eine Visirrichtung eine zweite senkrecht zu stellen. Das ganze Instrument findet in einem 5 Zoll langen, 4 Zoll breiten und 1½ Zoll hohen Kästchen und dieses selbst in einer Tasche Platz. Die Verbindung desselben mit dem Stative geschieht entweder durch eine Schraube S, wie sie in Fig. 215 gezeichnet ist, oder durch eine Hülse, welche man statt derselben an der Büchse h anbringen lassen kann, wenn es beliebt.

Die Prüfung und Berichtigung der Libellenaxe wird nach §. 134 Nr. 1 vorgenommen und die deutliche Sichtbarkeit des Fadenkreuzes durch Verschiebung des Augenglases hergestellt. Eine Centrirung des Fadenkreuzes ist nicht nöthig, da dasselbe sich nur längs der optischen Axe, aber nicht senkrecht darauf bewegen kann.

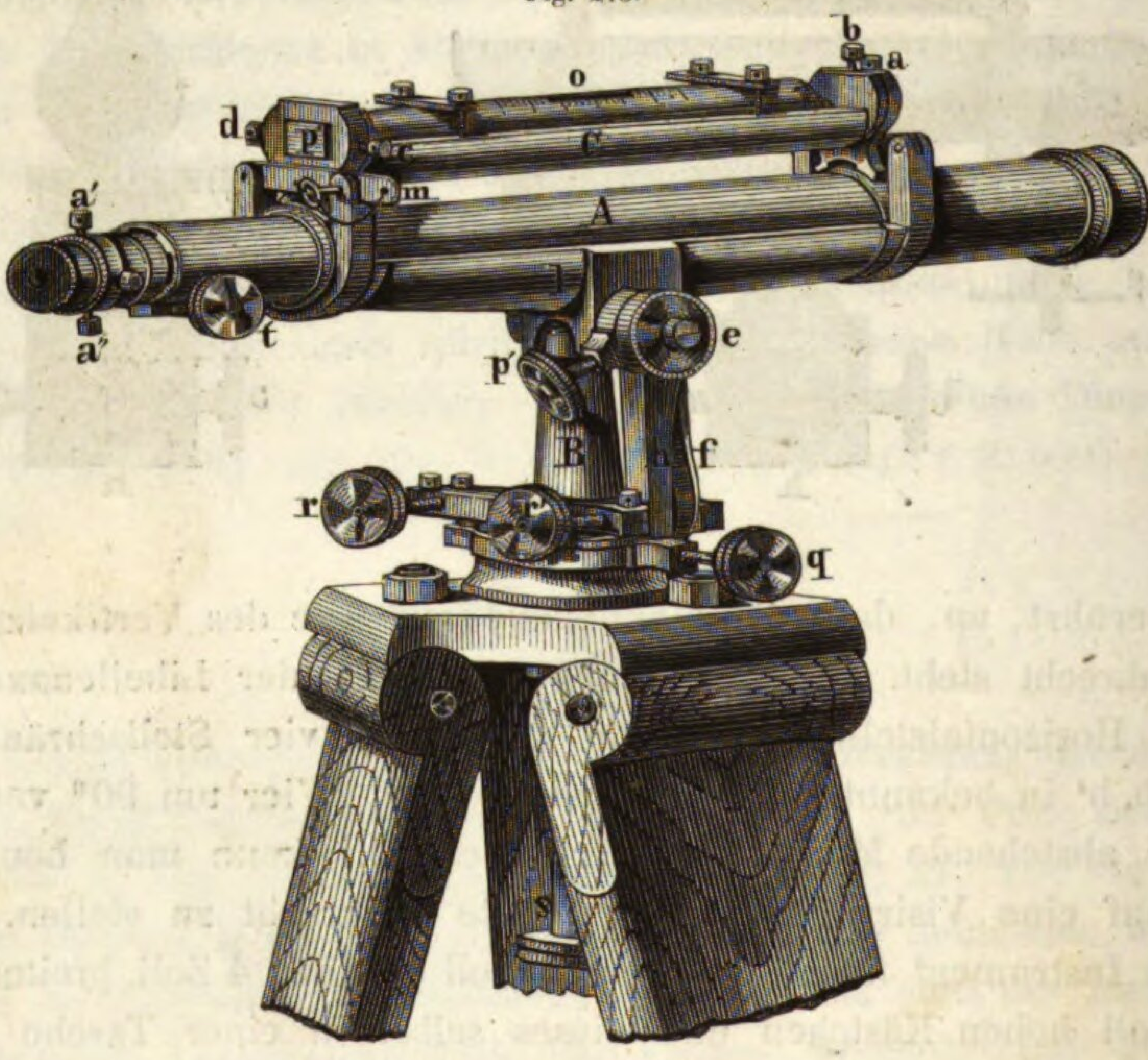
Die Genauigkeit, welche mit dem eben betrachteten Instrumente erreicht werden kann, darf, wenn man keine zu grossen Entfernungen der Latte nimmt, auf 1 : 60 000 veranschlagt werden.

Das Ertel'sche kleine Nivellirinstrument.

§. 204.

Zu der perspectivischen Abbildung dieses Instruments in Fig. 218 und dem zur optischen Axe des Fernrohrs senkrechten Durchschnitte in Fig. 219 werden nur wenige Erläuterungen nöthig seyn. Das

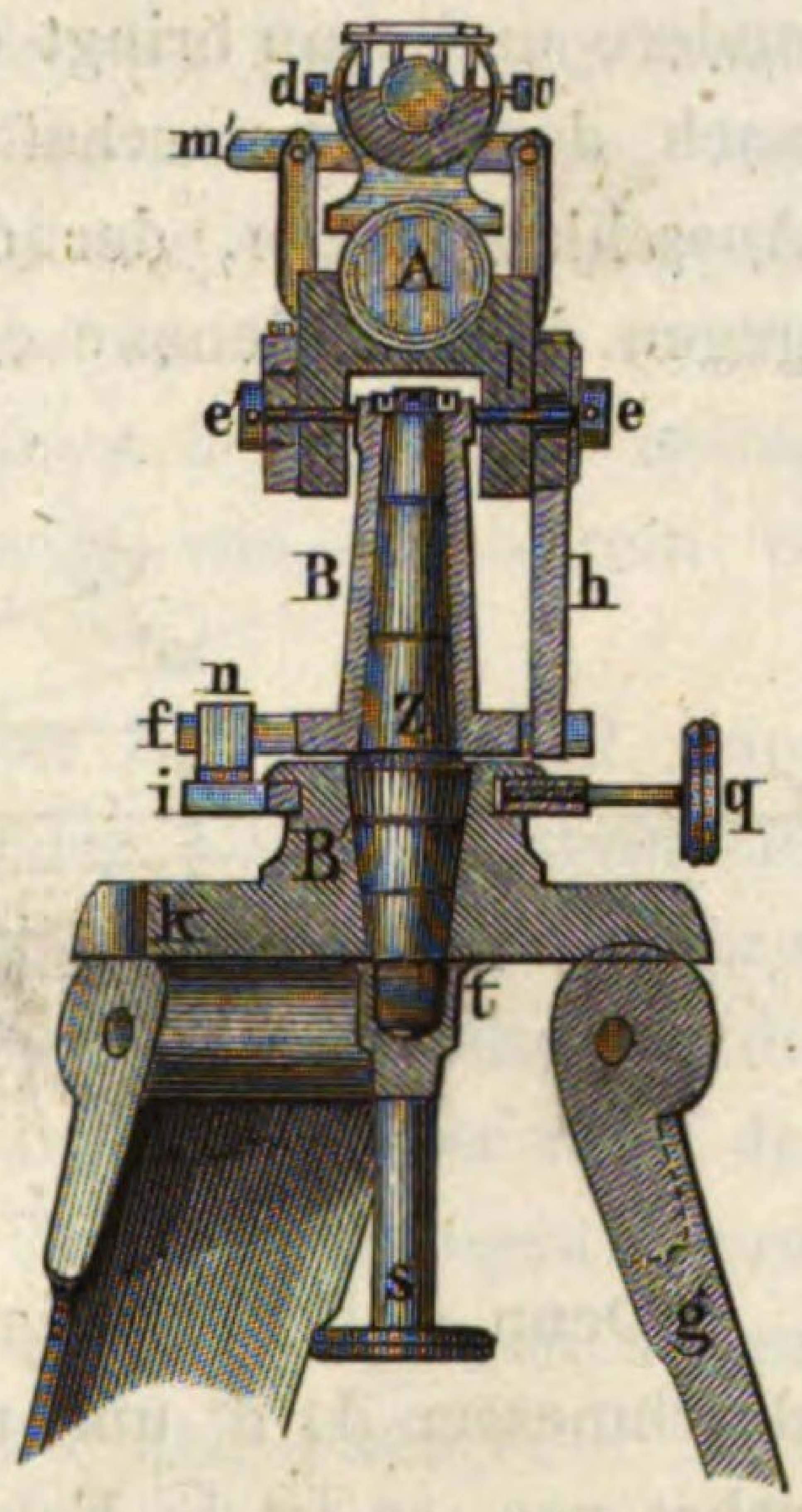
Fig. 218.



Gestelle ist das bekannte Reichenbach'sche; seine Kopfplatte (k) erhebt sich in der Mitte zu einer konischen Büchse (B'), in welche der Vertikalzapfen (z) gesteckt wird, wenn man das Instrument aufstellen will. Dieser Zapfen wird durch die Schraube s in Folge der Reibung bei t in der Büchse festgehalten. Um ihn dreht sich die zweite Büchse B, an deren Kopf das Fernrohrlager (l) angebracht ist. Die hierdurch mögliche grobe Horizontaldrehung des Fernrohrs lässt sich durch die Druckschraube q hemmen; alsdann ist noch eine feine Drehung durch die Mikrometerschraube r hervorzubringen. Das Lager des Fernrohrs dreht sich vertikal um eine zu dem Hauptzapfen z senkrecht stehende horizontale Axe (e e'), die

aus zwei in die Büchse B geschraubten Körnern (e, e') besteht. Auch diese Drehung ist entweder eine grobe oder eine feine: die grobe ist möglich, wenn man die Schraube p' lüftet; die feine, wenn man p' anzieht und r' vor- oder rückwärts dreht. Durch die eben beschriebenen Horizontal- und Vertikalbewegungen lässt sich die optische Axe des Fernrohrs genau auf die Mittellinie der Nivellirlatte oder einer Zieltafel einstellen und in eine horizontale Lage bringen. Das Fernrohr (A) liegt mittelst zweier genau abgedrehter Ringe in seinem ebenfalls cylindrischen Lager und kann daselbst um seine Axe gedreht werden. Seine innere Einrichtung ist bereits in §. 63 vollständig abgebildet und beschrieben worden, also bekannt. Dasselbe gilt von der Röhrenlibelle (o), welche auf die eben genannten Ringe gesetzt und durch Schliessen (m, m') festgehalten wird. (§. 38.)

Fig. 219.



§. 205.

Prüfung und Berichtigung.

Wenn dieses Instrument zum Nivelliren gebraucht werden soll, so muss man sich vorher überzeugt haben:

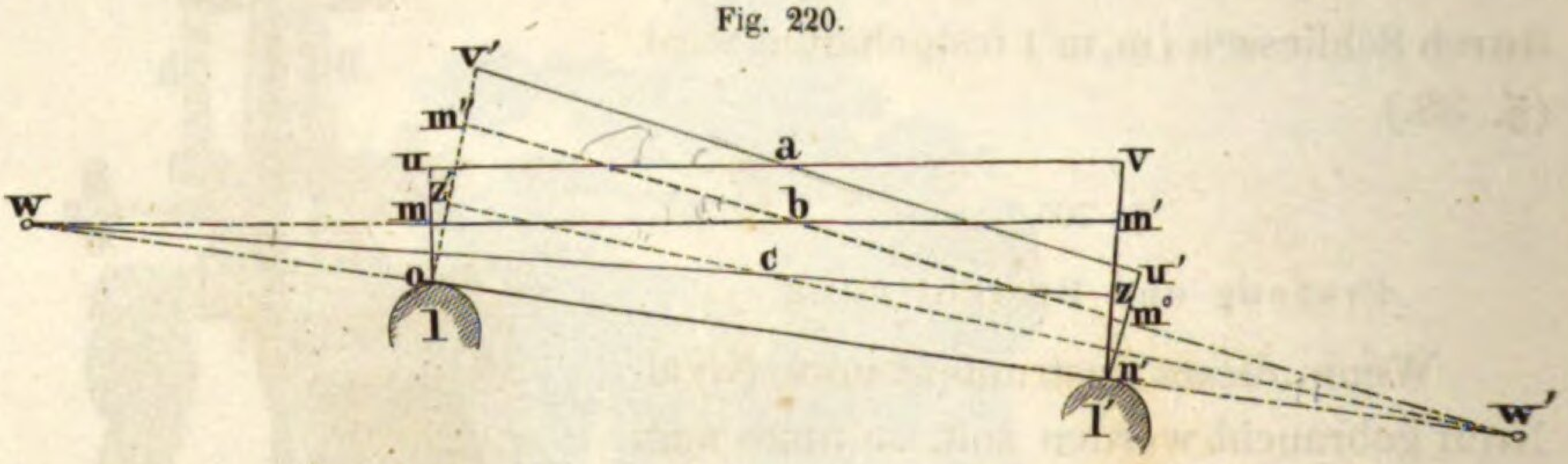
1) dass die optische und mechanische Axe des Fernrohrs zusammenfallen oder das Objectiv genau centrirt ist;
2) dass das Fadenkreuz die richtige Lage hat, d. h. deutlich gesehen wird und in den vereinigten Axen liegt;
3) dass die Libellenaxe mit der durch die Fernrohraxe bestimmten Absehlinie parallel ist; und
4) dass die Ringdurchmesser der Objectivröhre des Fernrohrs genau gleich sind.

Die Prüfungen Nr. 1 bis 3 und die zugehörigen Berichtigungen sind nach einander in den §§. 65 und 39 vollständig beschrieben und es bleibt daher nur noch in Bezug auf die vierte Einiges zu bemerken übrig.

Ueber die Nothwendigkeit dieser Prüfung wird kein Zweifel

stattfinden, da man sofort einsieht, dass durch das Verfahren zu Nr. 3 die Libellenaxe unmittelbar nur mit der obersten Seite der durch die Ringe bestimmten Kegel- oder Cylinderfläche parallel gestellt wird und erst dann mit der Absehlinie parallel läuft, wenn die beiden Ringe wirklich in einer Cylinderfläche liegen. Ist letzteres der Fall, so ist klar, dass man das Fernrohr sammt der Libelle, nachdem diese zum Einspielen gebracht ist und die Prüfungen 1 bis 3 vorausgegangen sind, in seinem Lager umsetzen kann, ohne dadurch eine Aenderung in dem Stande der Luftblase zu bewirken. Hat dagegen der eine Ring einen grösseren Durchmesser als der andere und man bringt die Libelle zum Einspielen, so wird dieselbe nach dem gemeinschaftlichen Umsetzen mit dem Fernrohre einen Ausschlag zeigen, der dem doppelten Neigungswinkel der Ringaxe gegen die Libellenaxe entspricht.

Fig. 220.



Denn stellen in Fig. 220 die Linien m o, m' n' die beiden Ringdurchmesser d, d' und u v, w z die Axen der Libelle und des Fernrohrs vor, so ist in Folge der Berichtigungen zu Nr. 1 und 3 offenbar u v parallel zu m m', und der Neigungswinkel b w c = φ beider Axen ergibt sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d' - d}{2e}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (169)$$

wenn man die Entfernung der Ringe m m' = e setzt. Wird das Fernrohr sammt der Libelle umgelegt, an dem Lager o n' aber nichts geändert, so nimmt die Linie m m' die Lage $m^0 m''$ und u v die Lage u' v' an, wobei $n' m^0 = o m = d$, $o m'' = n' m' = d'$ und $m^0 u' = m u = m'' v' = u m = v m'$ ist. Man entnimmt nun leicht aus der Figur, dass der Neigungswinkel (v' a u = ψ) der Libellenaxe v' a gegen den Horizont = 2φ ist, und dass somit der Ausschlag der Luftblase den doppelten Fehler φ anzeigt, w. z. b. w.

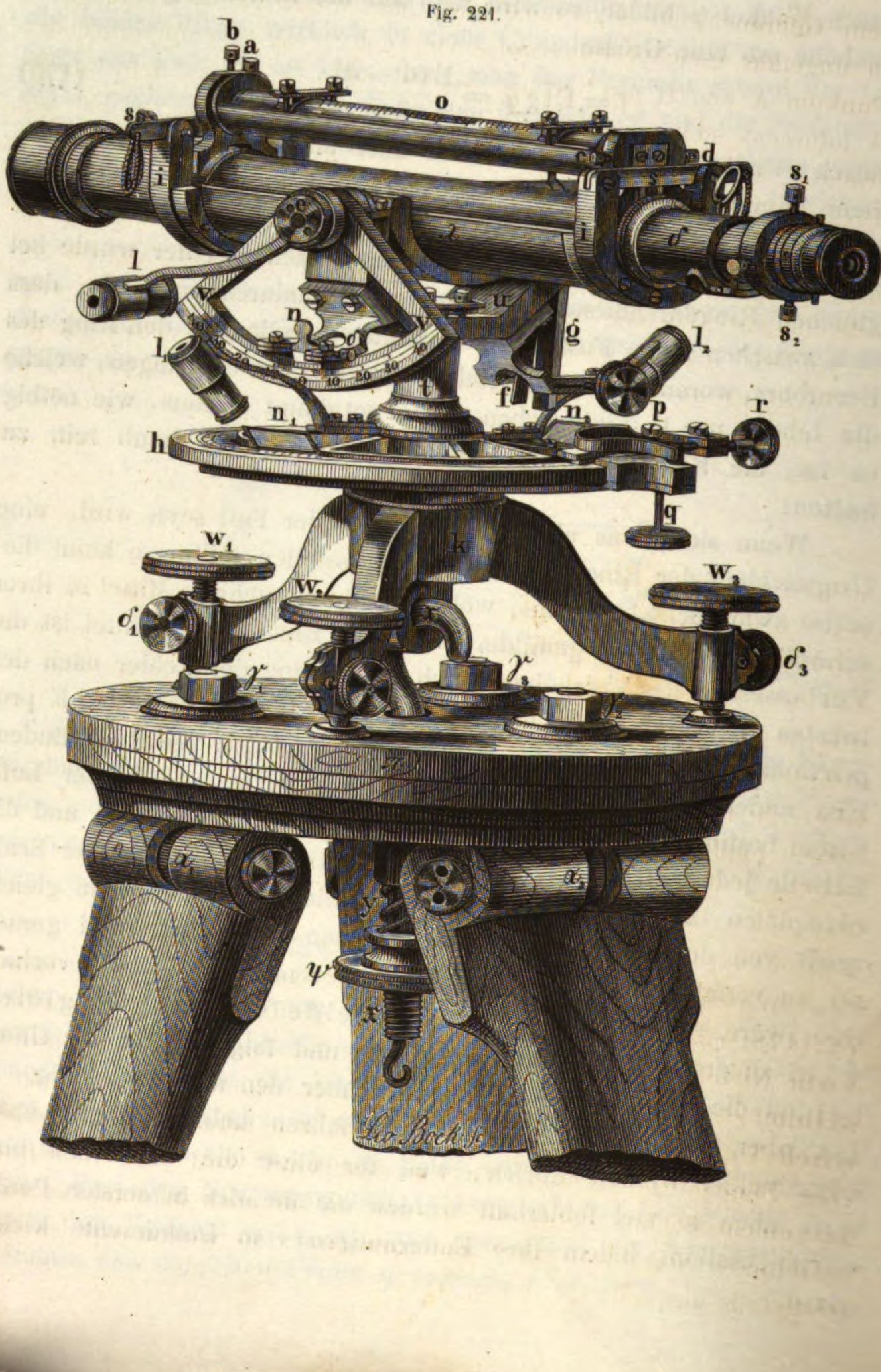
Dieser Fehler φ hat immer einen nachtheiligen Einfluss auf das Nivelliren, wie sich aus der Gleichung (169) bestimmen lässt. Da nämlich die Visirlinie, wenn die Libelle einspielt, mit dem Horizont einen Winkel φ bildet, so wird man auf die Entfernung E die Lattenhöhe um eine Grösse

$$f = E \operatorname{tg} \varphi = \frac{E(d' - d)}{2e} \quad \ldots \ldots \quad (170)$$

falsch erhalten; diese Grösse kann aber oft sehr bedeutend seyn. Denn nimmt man an, dass der Unterschied in den Durchmessern nur $\frac{1}{20}$ Linie beträgt, so wird für $e = 4'' = 40'''$ und $E = 200' = 20\,000'''$ der Fehler $f = 12{,}5$ Linien. Derselbe Fehler würde bei gleichen Ringdurchmessern offenbar auch dadurch entstehen, dass sich zwischen einen Fuss der berichtigten Libelle und den Ring des Fernrohrs, worauf dieser Fuss steht, Sandkörnchen eindringen, welche die Libelle um $\frac{1}{20}$ Linie heben. Man entnimmt hieraus, wie nöthig es ist, die Ringe und die Füsse der Libelle von Staub rein zu halten!

Wenn sich, was aber höchst selten der Fall seyn wird, eine Ungleichheit der Ringdurchmesser herausstellen sollte, so kann dieselbe zwar nicht berichtigt, wohl aber durch mehrere Mittel in ihrer schädlichen Wirkung gemildert werden. Eines dieser Mittel ist die Verbesserung der Visirhöhen durch Berechnung der Fehler nach der letzten Gleichung. Alle diese Fehler sind den Entfernungen E proportional und daher, wenn einer bestimmt ist, leicht zu finden. Ein anderes Mittel besteht darin, dass man den Stand der Luftblase bestimmt, für welchen die Absehlinie horizontal ist, und die Libelle jedesmal auf diese Stelle statt auf den Nullpunkt der Scale einspielen lässt. Ein drittes Mittel endlich ist, sich genau gleichweit von den einzunivellirenden Punkten aufzustellen und gerade so zu verfahren als ob der in Rede stehende Fehler nicht vorhanden wäre. In diesem Falle werden beide Visirhöhen um gleichviel zu gross oder zu klein erhalten und folglich gibt ihr Unterschied die Höhe des einen Punktes über den anderen richtig. Es ist aber klar, dass bei diesem Verfahren keine Zwischenpunkte einnivellirt werden dürfen, weil für diese die Visirhöhen nicht um eben so viel fehlerhaft werden als die der äussersten Punkte einer Station, indem ihre Entfernungen vom Instrumente kleiner sind.

Fig. 221.



§. 206.

Gebrauch.

Ist das Ertel'sche kleine Nivellirinstrument berichtigt, so ist sein Gebrauch ein sehr einfacher. Man stellt nämlich das Stativ in ungefähr gleicher Entfernung von den beiden einzunivellirenden Punkten A und B fest, richtet das Fernrohr auf die in dem Punkte A lothrecht stehende Latte, verschiebt das Ocular durch das Getriebe t, bis man auf ihr deutlich lesen kann, bringt dann durch Drehung des Fernrohrs das Fadenkreuz so in die Mitte der Latte, dass der eine Faden vertikal, der andere horizontal ist, stellt hierauf die Libelle mit der Mikrometerschraube r' horizontal, liest ab und schreibt die Ablesung auf. Ohne etwas an dem Stand des Gestelles zu ändern, dreht man nun das Fernrohr nach dem zweiten Punkte B, wo jetzt die Latte steht, und wiederholt das vorige Verfahren: die Differenz beider Ablesungen gibt den gesuchten Höhenunterschied zwischen A und B. Es ist durchaus nicht nöthig, wie Manche irrig meinen, dass man in der geraden Linie AB das Instrument aufstellen müsse; es kann beliebig weit ausserhalb dieser Geraden stehen, wenn es nur von A und B nicht zu ungleich entfernt ist. Dass man diese Entfernungen nach dem Augenmasse gleich annimmt, hat darin seinen Grund, dass hierdurch, wie später gezeigt wird, der schädliche Einfluss der Strahlenbrechung und Erdkrümmung auf die Höhenbestimmung wegfällt. Man braucht aber in dem Abschätzen dieser Entfernungen keineswegs ängstlich zu seyn, da 10 oder 20 Fuss Unterschied der Längenabstände noch keinen merkbaren Fehler veranlassen.

Das Ertel'sche grosse Nivellirinstrument.

§. 207.

Wir haben von diesem Instrumente bereits im vorigen Abschnitte (§. 178) eine Abbildung und Beschreibung geliefert, da es nicht bloss zum Nivelliren, sondern auch zum Distanz- und Winkelmessen bestimmt ist. Wegen dieser dreifachen Bestimmung kann man es auch Universalinstrument heissen, wie wir bereits gethan haben; die Benennung „grosses Nivellirinstrument" wird jedoch von den Ingenieuren häufiger gebraucht, und da sie auch in dem Preissverzeichnisse von Ertel und Sohn vorkommt, so wollen wir sie hier ebenfalls anwenden.

Der früheren Beschreibung ist nichts mehr beizufügen; nur über den Gebrauch des Universalinstruments zum Nivelliren sind einige Bemerkungen zu machen. Dieser Gebrauch setzt die Berichtigung des Instruments voraus. Wenn es sich aber bloss um das Nivelliren (nicht um Winkel- und Distanzmessung) handelt, so genügt es, dieselben vier Prüfungen vorzunehmen, welche im vorigen Paragraph für das kleine Ertel'sche Nivellirinstrument als nothwendig erkannt und beschrieben wurden.

Hinsichtlich der Ausführung dieser Untersuchungen besteht zwischen dem grossen und kleinen Instrumente gar kein Unterschied; nur die Berichtigung des Fadenkreuzes geschieht auf verschiedene Weise: bei dem kleinen nämlich nach §. 65 und bei dem grossen dadurch, dass man den Theil der Ocularröhre, welcher das Fadenkreuz trägt, mittelst der in Fig. 222 mit s_1 und s_2 bezeichneten

Fig. 222.

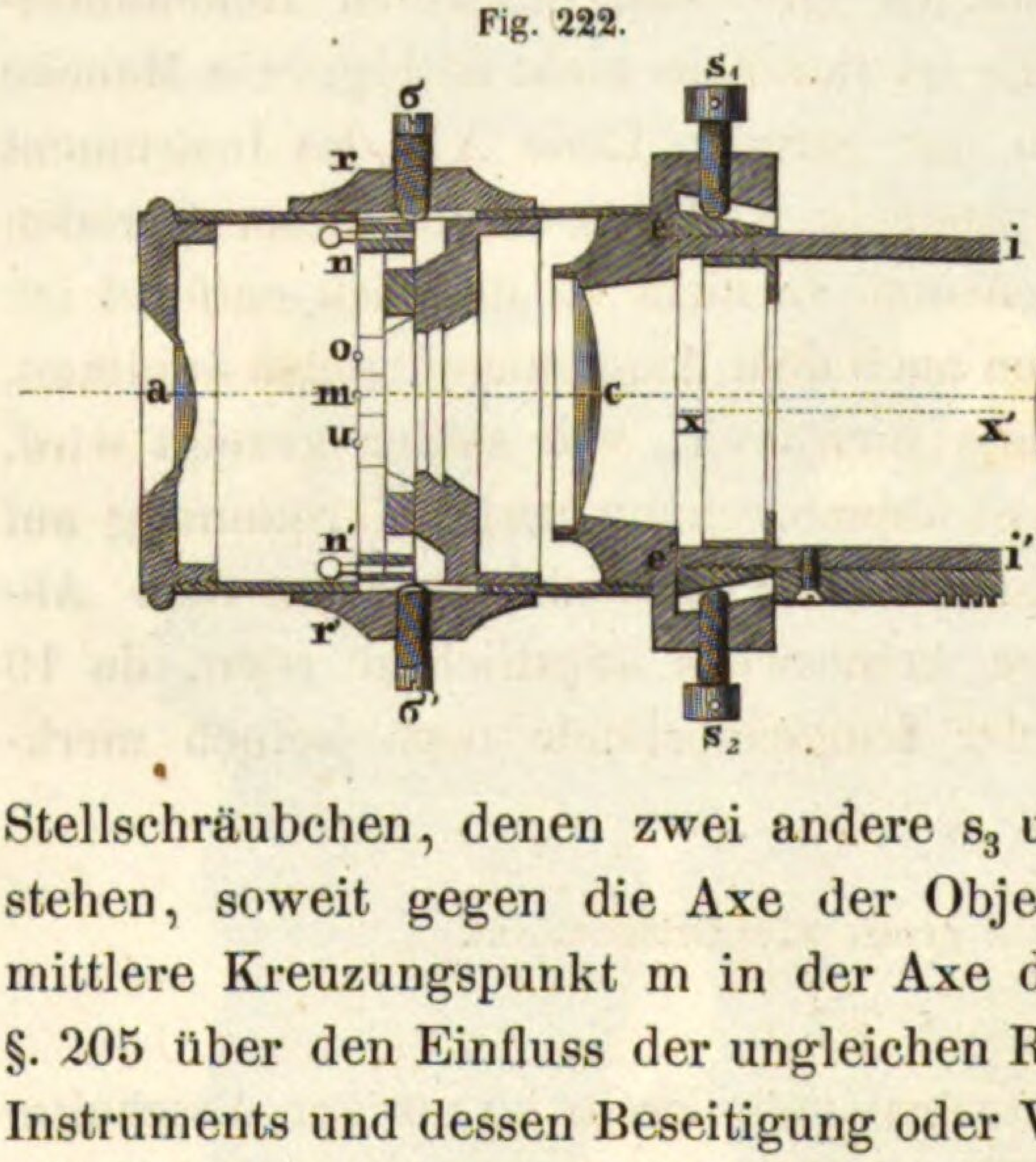


Fig. 223.



Stellschräubchen, denen zwei andere s_3 und s_4 senkrecht gegenüberstehen, soweit gegen die Axe der Objectivröhre verrückt, bis der mittlere Kreuzungspunkt m in der Axe dieser Röhre liegt. Was in §. 205 über den Einfluss der ungleichen Ringdurchmesser des kleinen Instruments und dessen Beseitigung oder Verminderung gesagt wurde, gilt hier ohne alle Ausnahme.

Das Verfahren, den Höhenunterschied zweier oder mehrerer Punkte zu finden, erfordert durchaus nicht, wie viele glauben, eine Horizontalstellung des Kreises, sondern einzig und allein nur die Horizontalstellung des Fernrohrs in der Richtung zur Latte. Selbst wenn mehrere einzunivellirende Punkte um den Standpunkt des Instruments liegen, gewährt es keinen Vortheil, den Kreis horizontal zu stellen; denn die Herstellung dieser Lage kostet mehr

Zeit als die wenn auch mehrmals sich wiederholende Horizontalstellung des Fernrohrs. Hiezu kommt, dass im ersteren Falle für jede Visur die Libelle doch wieder zum genauen Einspielen gebracht werden muss, da selten ein Instrument so vollkommen ist, dass die Luftblase nicht um einige Theilstriche aus der Mitte ginge, wenn man das Fernrohr mit der Alhidadenaxe dreht.

Mit dem grossen Ertel'schen Nivellirinstrumente kann man zwei Punkte, die 500 Fuss auseinander liegen, von einem Standpunkte aus einnivelliren, wenn dieser von beiden nahezu gleichweit und nicht viel über 250 Fuss entfernt ist. Man kann in diesem Falle den Höhenunterschied bis auf eine halbe Linie genau ermitteln und somit eine Genauigkeit von 1 : 100 000 erreichen. Bei sehr weit ausgedehnten Nivellements ist diese Genauigkeit scheinbar noch viel grösser, indem sich kleine Fehler in den einzelnen Stationen aufheben. Der Verfasser hat mehrmals Nivellements von 5 Meilen Länge ausgeführt, welche am Schlusse nur um 0,2 Fuss von einander abwichen. Vertheilt man diesen Höhenunterschied auf die Länge von $5 \times 25400 = 127\,000$ Fuss, so ist die Genauigkeit für die ganze Strecke $= 1 : 635\,000$. Zu solchen Höhenmessungen stehen die Längenmessungen, welche für technische Zwecke meist nur mit der Messkette (selten mit Messlatten) gemacht werden, in einem sehr ungünstigen Verhältnisse, indem jene leicht 100 bis 500 mal genauer seyn können als diese.

Die Breithaupt'schen Nivellirinstrumente.

§. 208.

Nivellirinstrument mit Horizontal- und Höhenkreis.

Man macht den Nivellirinstrumenten, deren Fernrohre sich in ihren Lagern umdrehen lassen und bei welchen die Libellen mittels cylindrischer Füsse auf zwei genau abgedrehte Ringe der Objectivröhre des Fernrohrs gesetzt werden, den Vorwurf, dass sich diese Ringe bald abnützen oder Beschädigungen erleiden, welche nicht der Geometer, sondern nur der Mechaniker verbessern kann. Andrerseits erkennt man den grossen Vorzug an, welchen diese Instrumente dadurch besitzen, dass man sie auf so einfache und von jedem anderen Nivellirinstrumente unabhängige Weise prüfen und berichtigen kann. Es lässt sich nun zwar nicht läugnen, dass an dem eben ausgesprochenen Vorwurfe etwas Wahres ist, nämlich dass wirklich

eine Abnützung der Lagerringe stattfindet; aber es kann nicht zugegeben werden, dass diese Abnützung bald oder sogar „sehr bald“ eintritt, wie hie und da behauptet wird. Bei sorgfältiger Behandlung jener Instrumente kann man sie jahrelang an allen zum Nivelliren geeigneten Tagen gebrauchen, ohne dass man auch nur mehr als eine Spur jener Abnützung wahrnimmt. Tritt dann endlich wirklich eine nachtheilige Ungleichheit der Ringdurchmesser ein, so ist die Ausgabe für die Abgleichung derselben im Verhältniss zu den Vortheilen, die dergleichen Instrumente in den vorhergegangenen Jahren gewährt haben und in den folgenden wieder gewähren werden, eine so geringe, dass sie nicht in Anschlag kommen kann.

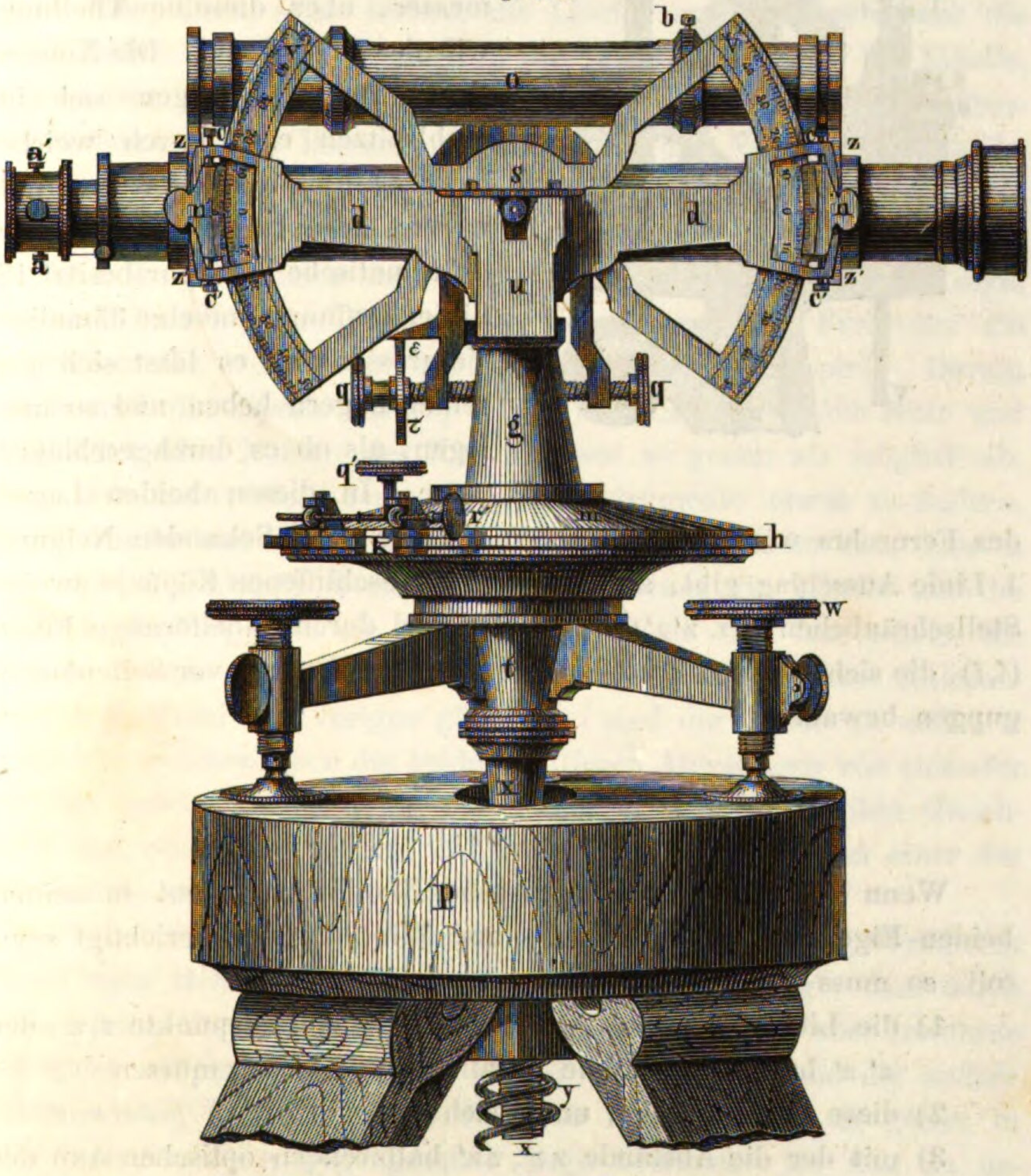
Breithaupt in Kassel hat aus Veranlassung des erwähnten und von ihm vielleicht zu sehr gewürdigten Mangels seinen grösseren Nivellirinstrumenten eine Einrichtung gegeben, wodurch das Fernrohr allerdings umgelegt, aber nicht um seine optische Axe gedreht werden kann, und wobei die Libelle zwar auf dem Fernrohre aufsitzt, aber nicht unmittelbar auf der Objectivröhre selbst, sondern auf den Köpfen stählerner Stellschrauben, welche in dieser Röhre stecken. Die Einrichtung eines solchen Nivellirinstruments ergibt sich aus der Zeichnung in Fig. 224, welche nach den in dem Preissverzeichnisse von F. W. Breithaupt und Sohn enthaltenen Abbildungen angefertigt ist. Des Raumes wegen ist hier das Fernrohr etwas verkürzt dargestellt.

Dieses Nivellirinstrument ist gleichzeitig zum Messen horizontaler und vertikaler Winkel eingerichtet. Sein Stativ (p), der Dreifuss (t) und dessen Verbindung (x, y) mit dem Gestelle, der Horizontalkreis (h) mit der Alhidade (m), die Nonien (n) und die Klemmvorrichtung (q′, r′) sind gerade so beschaffen, wie die gleichnamigen Theile des in §. 132 beschriebenen einfachen Theodolithen; wir können uns daher sofort zu den übrigen Bestandtheilen wenden, bei deren Besprechung uns ihr Querdurchschnitt (Fig. 225) unterstützen soll.

Mit dem Dreifusse und dem Horizontalkreise steht ein Vertikalzapfen (z_0) in fester Verbindung; seine Axe ist zugleich die der Alhidade, welche sich mit einer konischen Metallbüchse (g) um ihn dreht. Das Abheben dieser Büchse von dem Zapfen ist durch die Schraubenmutter i, und das Herabsinken derselben durch die federnde Scheibe l verhindert. Die zwei Arme (u, u), in welche die Büchse g ausläuft, nehmen die Drehaxe (e e′) des Fernrohrs auf. Will man

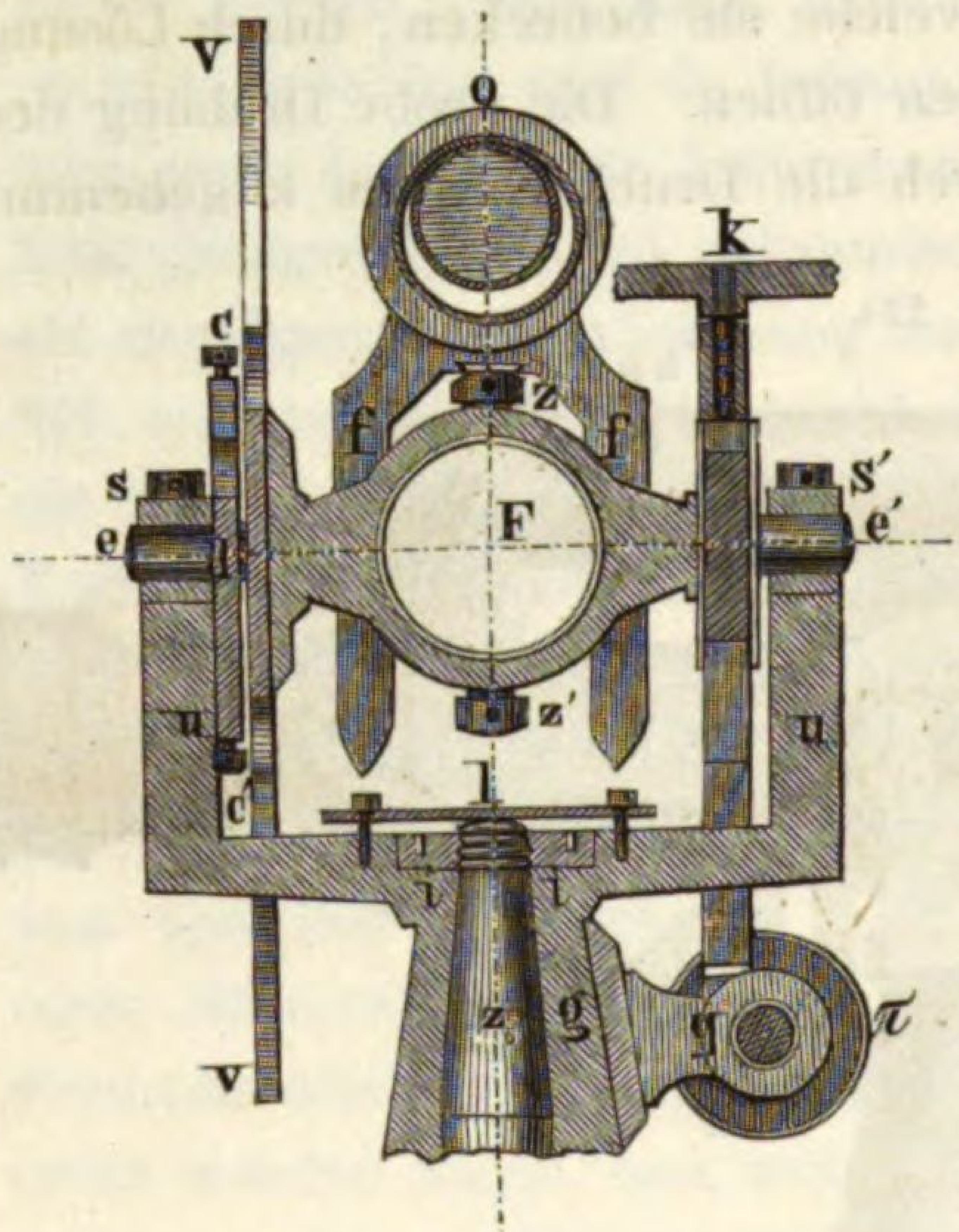
diese Axe aus ihren Lagern heben und das Fernrohr umlegen, so muss man die Schliessen (s, s′), welche sie bedecken, durch Lösung der auf sie drückenden Schräubchen öffnen. Die grobe Drehung der in Rede stehenden Axe kann durch die Druckschraube k gehemmt

Fig. 224.



werden; nach dieser Hemmung ist die feine Drehung durch die Mikrometerschraube q möglich. Die eingetheilte Trommel τ derselben und der feststehende Zeiger ε gestatten, die Vertikalwinkel an den beiden Höhenbögen v, v′ bis auf einzelne Sekunden zu messen, nachdem die beiden einander gegenüberstehenden Nonien n, n′ dieselben bis auf 10 Sekunden angegeben haben. Der Höhenkreis von 8 Zoll

Fig. 225.



Durchmesser ist nämlich auf Silber unmittelbar in Sechstelgrade getheilt und 59 solche Theile geben 60 Noniustheile. Der Horizontalkreis hat nur 7 Zoll Durchmesser, aber dieselbe Theilung wie der Höhenkreis. Die Nonien des letzteren bewegen sich in Stahlspitzen c, c′, durch welche jeder Collimationsfehler beseitigt werden kann. Das 20 Zoll lange achromatische Fernrohr besitzt 18 Linien Oeffnung und eine 35malige Vergrösserung; es lässt sich aus seinen Lagern heben und so umlegen, als ob es durchgeschlagen wäre. In diesen beiden Lagen des Fernrohrs wird die Libelle (o), welche für 5 Sekunden Neigung 1 Linie Ausschlag gibt, auf die eben abgeschliffenen Köpfe je zweier Stellschräubchen (zz, z′z′) aufgesetzt und durch gabelförmige Füsse (f, f), die sich dicht an die Objectivröhre anschliessen, vor Seitenbewegungen bewahrt.

§. 209.

Prüfung und Berichtigung.

Wenn das grosse Breithaupt'sche Nivellirinstrument in seinen beiden Eigenschaften als Höhen- und Winkelmesser berichtigt seyn soll, so muss

1) die Libellenaxe mit der durch die Auflagepunkte z, z oder z′, z′ bestimmten Linie parallel seyn; ferner müssen
2) diese beiden Linien unter sich und
3) mit der die Abstände zz′, zz′ halbirenden optischen Axe des Fernrohrs parallel laufen; weiter muss sich
4) die optische Axe beim Auf- und Niederkippen des Fernrohrs in einer zum Horizontalkreise senkrechten Ebene bewegen; und endlich dürfen
5) die beiden Nonien des Höhenkreises keinen Collimationsfehler haben.

Ausserdem sollen die beiden Kreise und ihre Nonien richtig getheilt seyn und keine Excentricitäten der Alhidade und des Fernrohrs stattfinden.

Zu 1. Um zu sehen, ob die Libellenaxe der Linie zz parallel läuft, bringe man die Luftblase mit Hilfe der Mikrometerschraube q zum Einspielen, setze hierauf die Libelle um und verbessere die eine Hälfte des Ausschlags durch die Stellschrauben (b) der Libelle, die andere aber durch die Mikrometerschraube q oder eine der Fussschrauben (w, w). Hierauf Wiederholung des Verfahrens. Es ist klar, dass die Libellenaxe, wenn sie mit zz parallel ist, auch mit z'z' parallel läuft, sobald sie auf das umgelegte Fernrohr gesetzt wird.

Zu 2. Die Linien zz und z'z' werden einander parallel seyn, wenn in zwei genau entgegengesetzten Lagen des Fernrohrs die Luftblase der vorher berichtigten Libelle genau einspielt. Darum stelle man die Libelle auf zz, bringe die Luftblase in die Mitte und lese die beiden Nonien des Höhenkreises so genau als möglich ab. Nun hebe man, ohne sonst an dem Instrumente etwas zu ändern, das Fernrohr aus seinem Lager und setze es so wieder ein, dass es als durchgeschlagen erscheint; bringe hierauf die Libelle auf die feste Linie z'z', lasse sie abermals einspielen und lese wieder die beiden Nonien am Vertikalkreise ab. Ist das Mittel dieser Ablesungen dem Mittel der vorigen gleich, so sind die Linien zz und z'z' parallel; weichen aber die beiden mittleren Ablesungen von einander ab, so bewirke man durch die Mikrometerschraube q ihre Gleichheit und verbessere alsdann den Ausschlag der Libelle an einer der Schrauben z', z' durch Heraus- oder Hineindrehen.

Von der Richtigkeit dieses (wiederholt anzuwendenden) Verfahrens kann man sich leicht überzeugen, wenn man erwägt, dass durch Herstellung der gleichen mittleren Ablesungen (die aber insoferne einander entgegengesetzt sind, als die eine Höhen- und die andere Tiefenwinkel bezeichnet) die Visirlinie und die Linie zz genau in die ihrer ersten entgegengesetzte Lage kommen. Da nun zz ursprünglich horizontal war, so ist sie es in der zweiten Lage wieder. Wenn aber in dieser Lage die auf z'z' stehende Libelle einen Ausschlag zeigt, so kann er einzig nur von der Linie z'z' herrühren, welche desshalb auch allein zu verbessern ist.

Zu 3. Die Visirlinie geht durch die Mitte der Auflagerabstände zz' und zz' und ist der Libellenaxe parallel, wenn sie nach

Umlegung des Fernrohrs und einer halben Drehung der Alhidade des Horizontalkreises bei einspielender Libelle ihre erste Lage wieder annimmt. Desshalb richte man, nachdem die Berichtigungen zu Nr. 1 und 2 gemacht sind, das Fernrohr auf eine etwa 180 Fuss weit entfernte lothrecht stehende Nivellirlatte, stelle das Ocular so, dass man die Theilung ganz deutlich sehen kann, bringe die Libelle zum Einspielen und lese ab. Hierauf lege man das Fernrohr wie bei Nr. 2 um, drehe die Alhidade des Horizontalkreises um 180°, d. h. so weit um, dass das Fernrohr wieder auf die Latte, welche unverrückt stehen blieb, gerichtet ist, lasse die Luftblase einspielen und sehe zu, ob die neue Ablesung der vorausgegangenen gleich ist oder nicht. Sind beide gleich, so ist das Fadenkreuz richtig centrirt, weichen sie aber ab, so muss die halbe Abweichung durch die auf den Horizontalfaden wirkenden Stellschräubchen a, a′ verbessert werden. Die Nothwendigkeit der Wiederholung des Verfahrens versteht sich von selbst.

Zu 4. Die Erfüllung der vierten Bedingung, dass sich die Visirlinie bei horizontal gestelltem Instrumente in einer Vertikalebene bewege, setzt voraus: a) dass jene Linie senkrecht stehe zur Drehaxe des Fernrohrs, und b) dass diese Axe mit der Alhidadenaxe einen rechten Winkel bilde. Wie diese beiden Fälle untersucht werden, ist im §. 134 unter den Prüfungsverfahren zu Nr. 2 und Nr. 3 nachzulesen.

Zu 5. Ueber die Bestimmung und Beseitigung des Collimationsfehlers der Nonien am Höhenkreise gilt alles was darüber in §. 134 Nr. 4 mitgetheilt wurde. Hinsichtlich der Excentricitäts- und Theilungsfehler glauben wir auf den Schluss des eben genannten Paragraphen und auf §. 135 verweisen zu dürfen.

Die Winkelmessung geschieht wie mit dem einfachen Theodolithen (§. 133) und das Nivelliren wie mit den Ertel'schen Nivellirinstrumenten (§§. 216 und 217). Die Genauigkeit beider ist gleich.

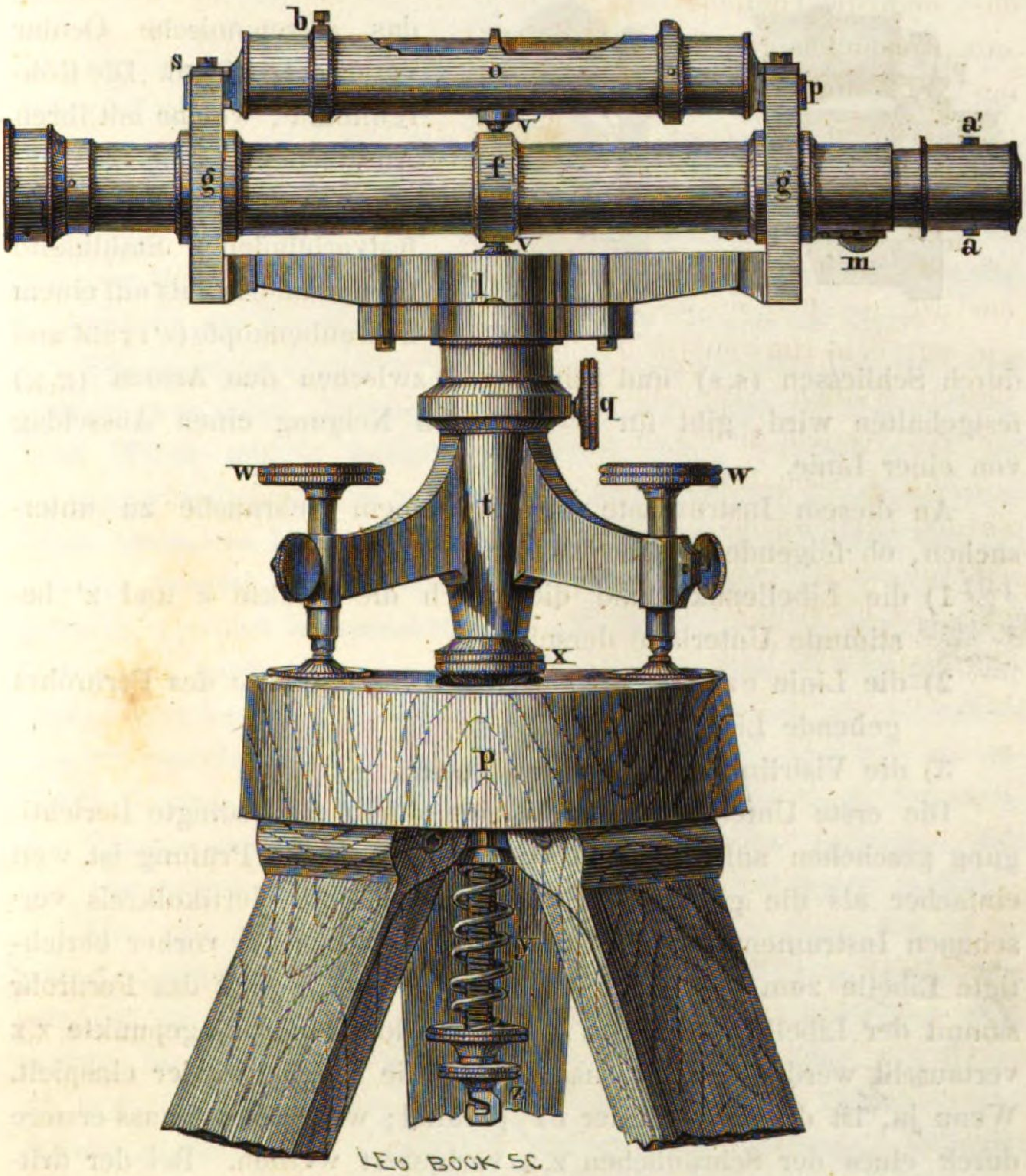
§. 210.

Nivellirinstrument ohne Horizontal- und Höhenkreis.

Das Breithaupt'sche Nivellirinstrument ohne Horizontal- und Höhenkreis hat die in Fig. 226 dargestellte einfachere Form. Die Horizontaldrehung des Fernrohrs geschieht hier um einen mit dem

Fernrohrträger (l) festverbundenen und in den Dreifuss (t) eingeschliffenen Zapfen von ähnlicher Construction wie die des Alhidadenzapfens in Fig. 131. Durch die Druckschraube q wird diese Drehung gehemmt; eine feine Horizontaldrehung ist nicht möglich, aber auch

Fig. 226.



nicht nöthig, da man mit der blossen Hand das Fernrohr leicht auf die Mittellinie der Nivellirlatte einstellen kann. Der Fernrohrträger spaltet sich an seinen Enden (e, e) in Gabeln (g, g) zwischen denen nach Fig. 227 und 228, welche Längen- und Querschnitte der

Endstücke bei e vorstellen, die Objectivröhre mittelst stählerner Schraubenköpfe (z, z) auf gleichfalls stählernen Unterlagen (u, u) ruht. Der Grund für dieses Auflager ist in §. 218 angegeben. Die Länge des Fernrohrs, welche hier etwas verkürzt gezeichnet ist, beträgt 16 Zoll und die Oeffnung seines Objectivs 16 Linien; das astronomische Ocular vergrössert 30mal. Die Röhrenlibelle, welche mit ihren Ansätzen p, p einerseits auf einer mit dem Fernrohre festverbundenen Stahlkante (c) und andrerseits auf einem Schraubenkopfe (z′) ruht und durch Schliessen (s, s) und Stifte (i, i) zwischen den Armen (g, g) festgehalten wird, gibt für 8 Sekunden Neigung einen Ausschlag von einer Linie.

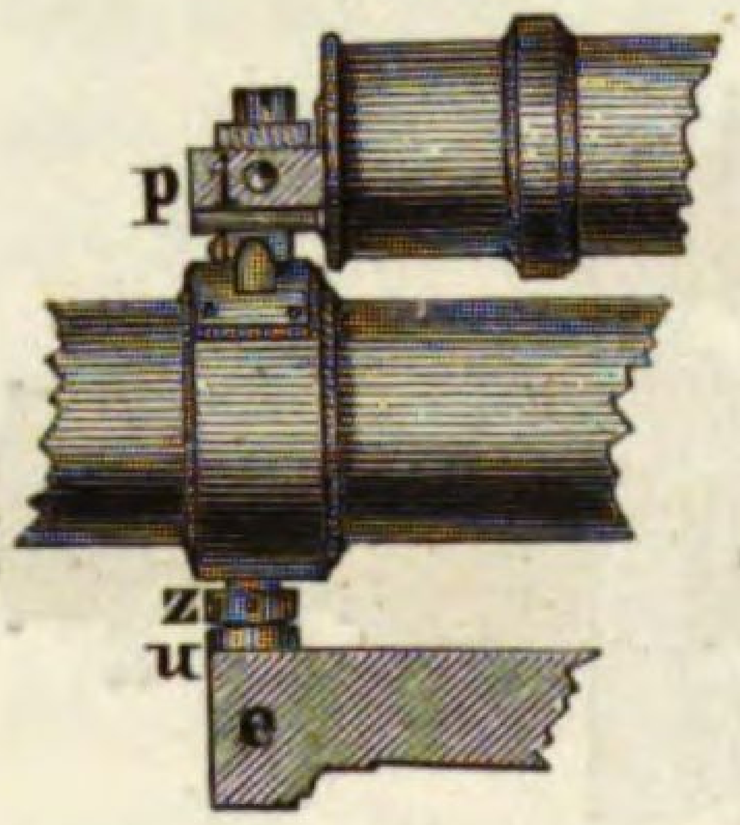


Fig. 227.

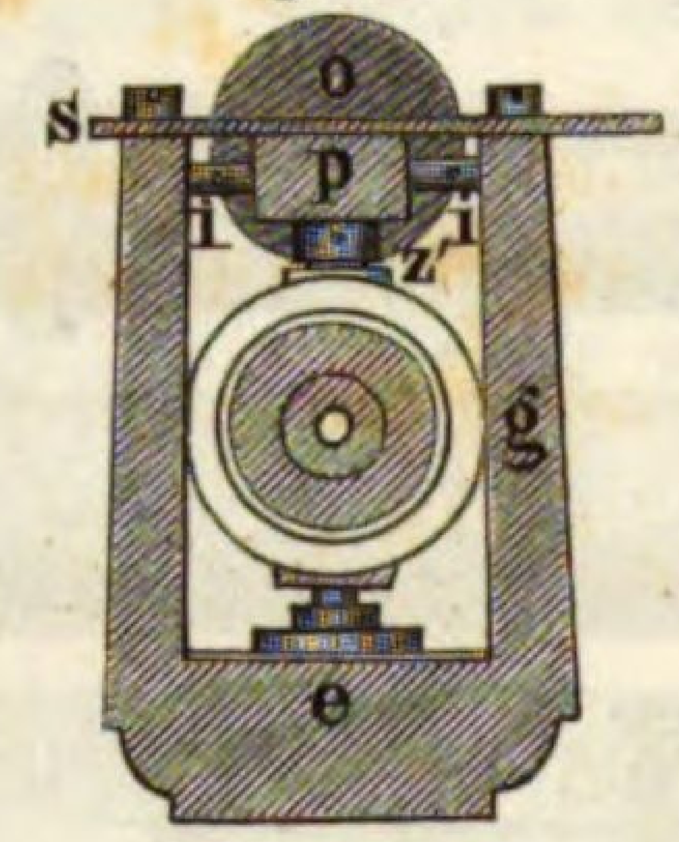


Fig. 228.

An diesem Instrumente ist vor seinem Gebrauche zu untersuchen, ob folgende Linien parallel sind:

1) die Libellenaxe und die durch die Punkte c und z′ bestimmte Unterlage derselben;

2) die Linie cz′ und die durch die Lagerpunkte des Fernrohrs gehende Linie zz; endlich

3) die Visirlinie und die Libellenaxe.

Die erste Untersuchung und eine durch sie bedingte Berichtigung geschehen auf bekannte Weise. Die zweite Prüfung ist weit einfacher als die gleichvielte des grösseren mit Vertikalkreis versehenen Instruments. Man braucht nämlich nur die vorher berichtigte Libelle zum Einspielen zu bringen und hierauf das Fernrohr sammt der Libelle umzulegen, so dass bloss die Auflagepunkte z, z vertauscht werden, und zuzusehen, ob die Libelle wieder einspielt. Wenn ja, ist die Linie zz der cz′ parallel; wenn nein, muss erstere durch eines der Schräubchen z, z verbessert werden. Bei der dritten Untersuchung stellt man die Seiten zz und z′c des auf eine Nivellirlatte gerichteten Fernrohrs mit der Libelle horizontal und liest ab; hierauf wendet man das Fernrohr um, indem man es in der vorigen Richtung auf die Punkte c, z′ legt, wodurch es um seine Axe gedreht erscheint, und sieht zu, ob die Visirlinie wieder den

vorigen Punkt der Latte trifft. Geschieht diess, so ist die Absehlinie den Linien z z, c z' parallel; geschieht es nicht, so muss durch die Schräubchen a, a' des Fadenkreuzes geholfen werden. In welchem Sinne dieselben zu bewegen sind, kann man sich leicht selber klar machen.

Das Nivellirinstrument von Stampfer und Starke.

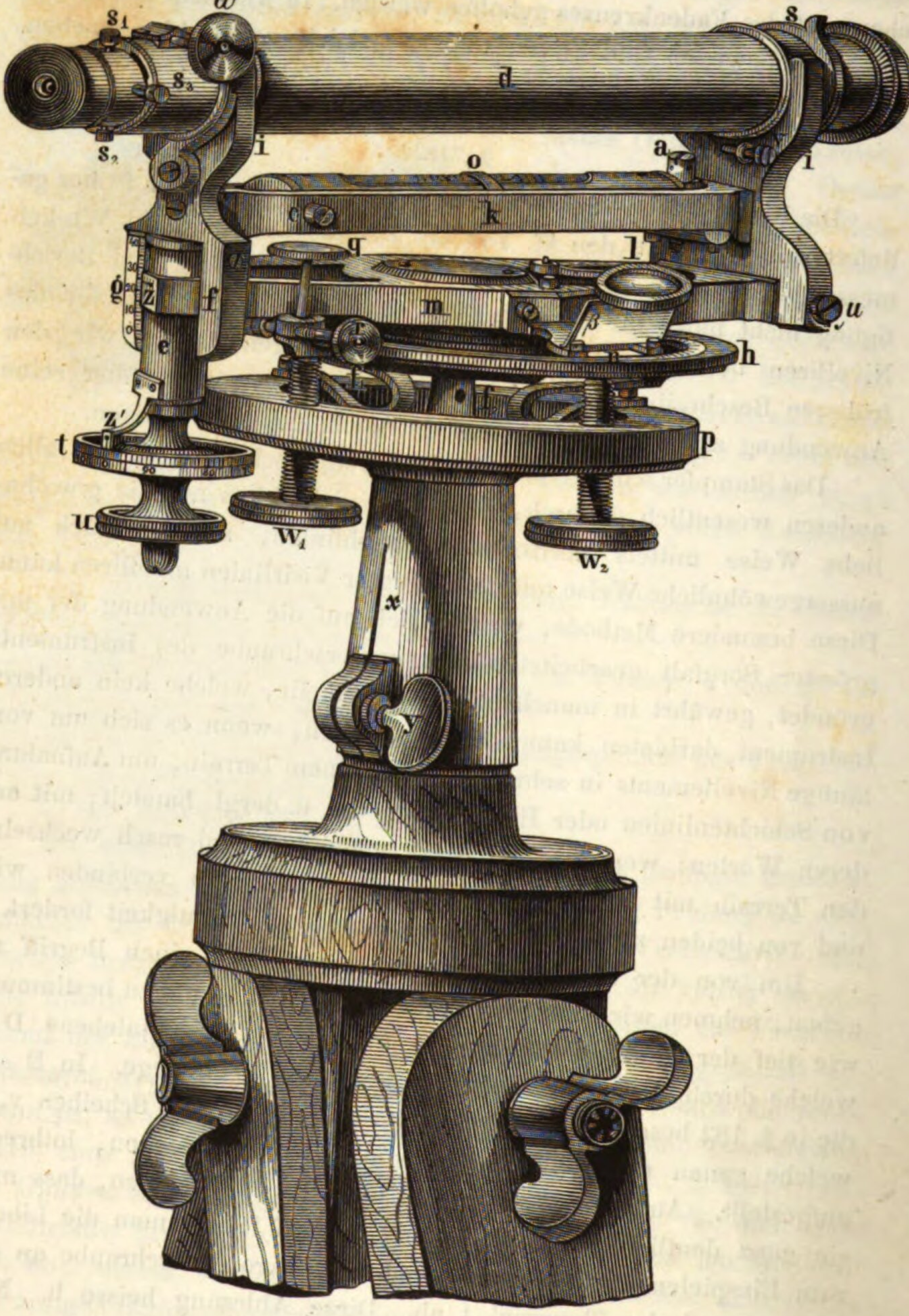
§. 211.

Die Beschreibung dieses Instruments haben wir bereits früher geliefert, als wir es in den §§. 182 bis 186 als Distanz- und Winkelmesser betrachteten. Ebendaselbst wurde seine Prüfung und Berichtigung nicht bloss für diese beiden Zwecke sondern auch für das Nivelliren beschrieben. In diesen Beziehungen haben wir den früheren Beschreibungen nichts mehr beizufügen, aber über seine Anwendung als Nivellirinstrument ist noch Einiges zu sagen.

Das Stampfer'sche Nivellirinstrument unterscheidet sich von allen anderen wesentlich dadurch, dass man nicht bloss auf die gewöhnliche Weise mittels horizontaler Absehlinien, sondern auch auf aussergewöhnliche Weise mittels geneigter Visirlinien nivelliren kann. Diese besondere Methode, welche sich auf die Anwendung der mit grösster Sorgfalt gearbeiteten Mikrometerschraube des Instruments gründet, gewährt in manchen Fällen Vortheile, welche kein anderes Instrument darbieten kann; dann nämlich, wenn es sich um vorläufige Nivellements in sehr durchschnittenem Terrain, um Aufnahme von Schichtenlinien oder Horizontalcurven u. dergl. handelt; mit anderen Worten: wenn man in stark geneigtem und rasch wechselnden Terrain mit dem Nivelliren das Distanzmessen verbinden will und von beiden nicht den höchsten Grad der Genauigkeit fordert.

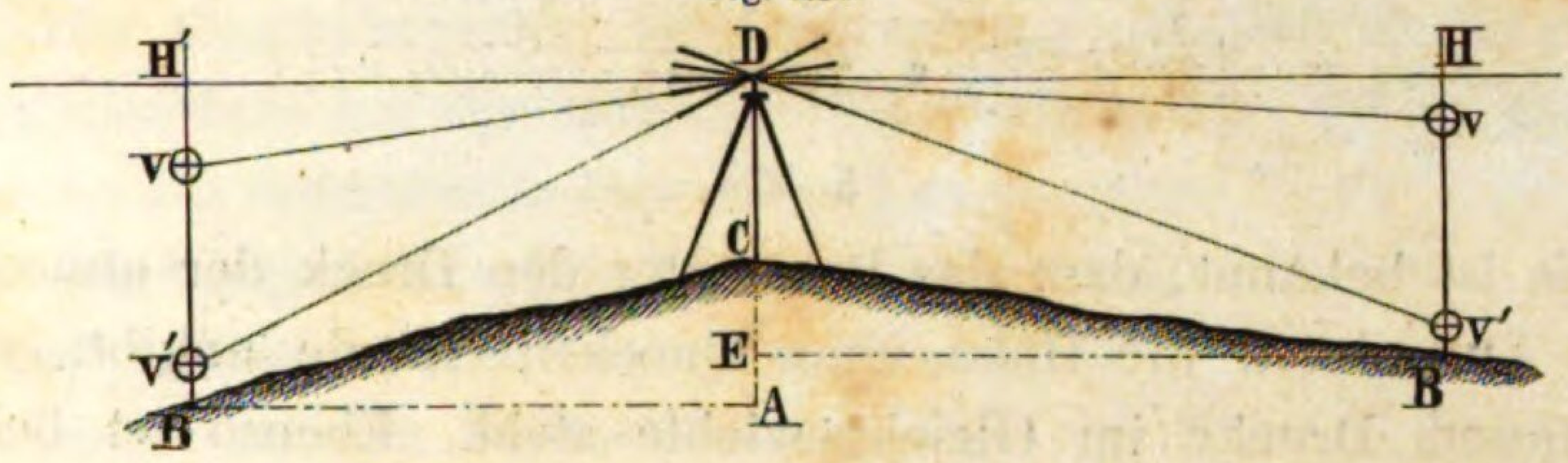
Um von der Stampfer'schen Nivellirmethode einen Begriff zu geben, nehmen wir zunächst an, es handle sich darum zu bestimmen, wie tief der Punkt B in Fig. 230 unter der Horizontalebene D H, welche durch die optische Axe des Fernrohrs geht, liege. In B sey die in §. 182 beschriebene Distanzlatte mit den beiden Scheiben v, v', welche genau um die Grösse d von einander abstehen, lothrecht aufgestellt. Auf diese Latte richte man das Fernrohr so, dass man sie ganz deutlich erkennen kann. Hierauf bringe man die Libelle zum Einspielen und lese den Stand der Mikrometerschraube an der Scale g und der Trommel t ab. Diese Ablesung heisse h. Nun visire man die obere Scheibe v genau in der Mitte an und lese die

Fig. 229.



Schraube wieder ab: die Ablesung sey o. Dasselbe thue man mit der unteren Scheibe; für welche die Ablesung mit u bezeichnet werden mag. Wegen der Kleinheit der Winkel α und β verhalten

Fig. 230.



sich diese erstens wie die ihnen gegenüberliegenden Seiten vv' und v'H, und zweitens wie die Anzahl der Schraubengänge. Nun hat aber die Schraube, um den Winkel α zu durchlaufen, o — u und um β zu durchlaufen h — u Umgänge gemacht; daher ist, wenn man $vv' = d$ und $v'H = z$ setzt:

$$z = d \,.\, \frac{h - u}{o - u}\,.$$

Fügt man zu dieser Grösse noch den unveränderlichen Abstand $Bv' = \lambda$, so ist die gesuchte Höhe $BH = z + \lambda$. Will man den Höhenunterschied zweier beliebiger Punkte B und B' finden, so erhält man für den zweiten Punkt B', wenn er von dem ersten Standpunkte des Instruments aus einnivellirt wird, und h, o', u' die neuen Ablesungen an der Schraube und z', λ die Abstände des Punktes B' von der Horizontalebene DH' und der unteren Scheibe bezeichnen:

$$z' = d \,.\, \frac{h - u'}{o' - u'}$$

und $B'H' = z' + \lambda$. Der Höhenunterschied zwischen den beiden Punkten B und B' ist nun offenbar gleich

$$z + \lambda - (z' + \lambda) = z - z' = d\left(\frac{h - u}{o - u} - \frac{h - u}{o' - u'}\right) \quad . \quad (171)$$

Kennt man die Höhe i des Instruments in C, so ist auch die Höhenlage dieses Punktes gegen B und B' bekannt, indem sie für $B = BH - CD = z + \lambda - i$ und für $B' = B'H' - CD = z' + \lambda - i$ ist. Nicht minder kennt man die Horizontalabstände e und e' von BC und B'C, da nach Gleichung (159)

$$e = \frac{k\,d}{o - u} \quad \text{und} \quad e' = \frac{k\,d}{o' - u'}$$

ist, wobei k die Zahl 324 vorstellt.

Diese Andeutungen über den Gebrauch des Stampfer'schen Nivellirinstruments mögen hier, wo es sich vorläufig nur um die einfachsten Messoperationen handelt, genügen; weitere Erörterungen darüber müssen wir der Lehre von den Messungen vorbehalten.

2. Barometer.

§. 212.

Es ist bekannt, dass das Barometer den Druck der atmosphärischen Luft durch die Höhe einer Quecksilbersäule angibt, welche mit diesem Drucke im Gleichgewichte steht. Ebenso ist bekannt, dass sich der Druck einer schweren Flüssigkeit auf ihre Unterlage mit der lothrechten Höhe der Flüssigkeitssäule ändert. Hieraus ist zu schliessen, dass sich auch der Luftdruck von einem Orte A zu einem anderen B, um den Druck einer Luftschichte ändere, welche den Höhenunterschied beider Orte zur Dicke hat, und dass folglich die Länge der Quecksilbersäule des Barometers in einer bestimmten mathematischen Beziehung zu der Höhe des Ortes stehe, an welchem der Barometer beobachtet wurde. Diese Beziehung ist keineswegs einfach, sondern ziemlich verwickelt, da es verschiedene Einflüsse gibt, welche den Druck der Luft und die Länge der Quecksilbersäule abändern. Eine genaue Messung muss allen diesen Einflüssen Rechnung tragen und es geschieht dieses bei der Entwickelung der sogenannten Barometerformel. Wir haben es hier zwar noch nicht mit dieser Entwickelung zu thun, wohl aber müssen wir jetzt schon wissen, welche Einflüsse bei barometrischen Höhenmessungen zu berücksichtigen sind, weil hievon sowohl die Einrichtung als der Gebrauch des Barometers abhängt. Als ein Ergebniss der Theorie und Erfahrung führen wir daher an, dass auf die Berechnung des Höhenunterschieds zweier Orte aus Barometerbeobachtungen Einfluss haben:

1. Die Temperatur sowohl des Quecksilbers und des Massstabes als der das Barometer umgebenden atmosphärischen Luft; darum müssen diese Temperaturen durch besondere Thermometer gemessen werden.

2. Die Feuchtigkeit der Luft. Diese wird zwar in der Regel nicht besonders bestimmt, sondern nur nach einem gewissen arithmetischen Mittel in die Höhenformel aufgenommen; sie lässt sich indessen ohne grosse Mühe nach ihrer wahren Grösse, welche der Psychrometer angibt, berücksichtigen.

3. Die Schwerkraft. Da diese vom Aequator gegen die Pole hin zunimmt, so kann ihr Einfluss nur dann gehörig gewürdigt werden, wenn man die geographische Breite der Beobachtungsorte (wenn auch nur annähernd) kennt.

4. Die Capillarität. Die gegenseitige Anziehung des Glases und Quecksilbers hat die bekannte Erscheinung zur Folge, dass die Oberfläche des letzteren in Barometerröhren immer etwas tiefer steht, als sie den übrigen einwirkenden Kräften nach stehen würde. Dieser Höhenunterschied, welcher die Capillardepression des Quecksilbers heisst, muss zu der beobachteten Länge der Quecksilbersäule in jedem Schenkel des Barometers addirt werden, wenn jene Anziehung genügend gewürdigt werden soll. Die nachfolgende Tabelle von Schleiermacher und Eckhardt gibt die Capillardepressionen in Millimetern an, wenn man die Weite der Barometerröhre und die Höhe der Wölbung der Quecksilberoberfläche ebenfalls in Millimetern gemessen hat. Diese Wölbungshöhe muss darum bei jeder Höhenmessung beobachtet und aufgezeichnet werden, während die Weite der Röhre ein für allemal bei Anfertigung des Barometers bestimmt wurde.

Durchmesser.	Höhe der Wölbung der Quecksilberoberfläche.										
Millimeter.	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
1	1,262	2,450	4.377	5,581	6,098	6,171	—	—	—	—	—
2	0,299	0,595	1,152	1,643	2,037	2,338	2,541	2,658	2,681	2,699	2,712
3	0,121	0,242	0,476	0.695	0,839	1,066	1,206	1,316	1,397	1,449	1,473
4	0,068	0,120	0,240	0,354	0,460	0,546	0,580	0,702	0,758	0,805	0,838
5	0,034	0,069	0,138	0,205	0,247	0,299	0,308	0,390	0,428	0,468	0,476

Hat man z. B. in einem Heberbarometer, den Fig. 231 vorstellen mag, und dessen langer Schenkel (bc) 2^{mm} weit ist, während der kurze (d′n′) 3^{mm} misst, die Höhe der Wölbung im langen Schenkel $= mn = 0{,}6^{mm}$ und im kurzen $= m'n' = 1^{mm},4$ gefunden, so ist die Depression δ für den ersten Schenkel nach der Tabelle $= 1^{mm},152$ und für den zweiten $\delta' = 1^{mm},316$. War der direct abgelesene Barometerstand zwischen den Quecksilberoberflächen m′ und b = bc = l, so ist der von der Capillardepression befreite Barometerstand $b'c' = l'$ nach Fig. 231 offenbar aus der Gleichung $l' + \delta' = l + \delta$ zu finden, welche $l' = l + \delta - \delta' = l + 1{,}152 - 1{,}316 = l - 0{,}164$

Fig. 231.



Millimeter liefert. In einem Gefässbarometer ist wegen der Weite des Gefässes $\delta' = 0$ und daher $l' = l + \delta$, d. h. man hat hier jederzeit nur die Depression δ zu dem beobachteten Barometerstande l zu addiren.

Es gibt, wie Jeder weiss, verschiedene Arten von Barometern; wir werden hier aber nur zwei zum Höhenmessen eingerichtete Reisebarometer beschreiben, nämlich die nach Fortin und nach Gay-Lussac benannten Barometer.

Das Fortin'sche Reisebarometer.

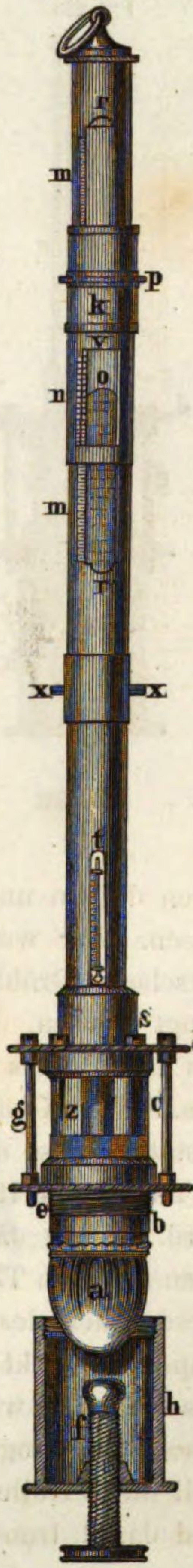
§. 213.

Als Reisebarometer werden sowohl Heber- als Gefässbarometer benützt; das, welches wir zuerst betrachten wollen, ist ein von Fortin in mehreren Theilen verbessertes Gefässbarometer. Fig. 232 stellt eine etwas verkürzt gezeichnete Ansicht dieses Barometers in dem Zustande vor, worin die untere Gefässhülse (h) abgeschraubt und durchschnitten ist, während Fig. 233 einen Durchschnitt des Gefässes in der Stellung zeigt, bei welcher die untere Quecksilberoberfläche gerade den Nullpunkt des Massstabs berührt.

Das Gefäss besteht aus einem 15 Linien weiten und 12 Linien hohen, an seinen Rändern eben abgeschliffenen senkrechten Glascylinder (c), welcher oben mit einem genau schliessenden metallenen Deckel (d) und unten mit einem hohlen Cylinder (b) von Buchsbaumholz vereinigt ist; den Boden desselben bildet ein an dem Umfange des Cylinders b angebundener und festgeleimter Beutel (a) von Handschuhleder. Den oberen Theil des Holzcylinders umgibt ein angekitteter Messingring (e), welcher die doppelte Bestimmung hat, erstens die Verbindung der Glas- und Holzcylinder fester zu machen und zweitens zur Aufnahme der Gefässhülse (h) zu dienen. Durch den in der Mitte verstärkten Boden dieser Hülse dringt eine Schraube (f) mit abgerundetem Kopfe, welcher den Beutel und mit ihm die Oberfläche des Quecksilbers hebt und senkt. Der Beutel kann für den Transport soweit gehoben werden, dass er dicht an dem unteren Ende (u) der Barometerröhre ansteht; in diesem Falle

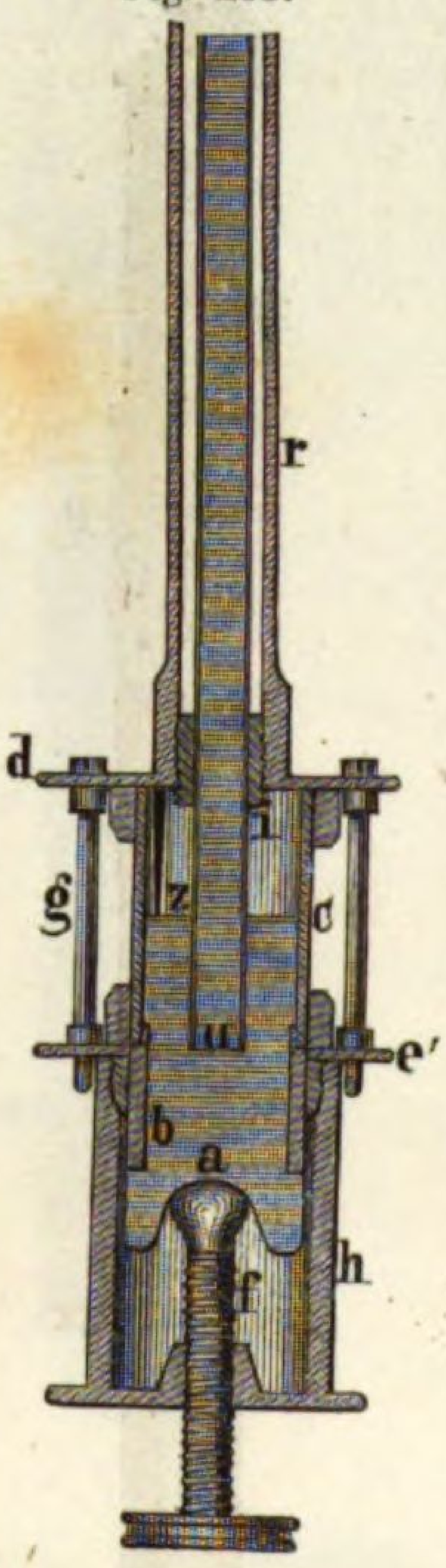
füllt das Quecksilber den Gefässraum vollständig aus. Dabei versteht sich von selbst, dass man vorher das Rohr so weit geneigt hat als nöthig war, es ganz mit Quecksilber auszufüllen. Die Luft, welche sich bei gesenktem Quecksilber in dem Gefässe befand, ist durch eine im Deckel d befindliche kleine Oeffnung ausgetreten, welche beim Transporte des Barometers mit einer Schraube (s) quecksilberdicht geschlossen werden kann.

Fig. 232.



Die Barometerröhre ist in dem Gefässdeckel, der zu grösserer Festigkeit mit dem Ringe e durch kleine Bolzen (g, g) verbunden ist, mittelst einer sie umgebenden Metallhülse (i) eingeschraubt und festgekittet. An dem oberen Theil dieser Hülse wird ein Messingrohr (r) geschraubt, das die Barometerröhre nach ihrer ganzen Länge umschliesst und an seiner Seite das Thermometer (t) trägt, welches die Temperatur des Quecksilbers misst. Das Messingrohr ist zum Schutze der Glasröhre innwendig mit Leder gefüttert und oben, wo sich der Massstab befindet, auf zwei entgegengesetzten Seiten in einer Länge (r' r') von etwa 18 Zollen soweit ausgeschlitzt als nöthig ist, um den Stand des Quecksilbers genau beobachten zu können. Hiezu dient erstens der Massstab (m), welcher sich auf einer Seite der eben genannten Schlitze befindet, und zweitens der Nonius (n), welcher sich längs desselben verschieben lässt. Dieser Nonius ist auf eine Messinghülse (k) gezeichnet, welche an dem Rohre r mit einiger Reibung auf und ab geschoben aber nicht gedreht werden kann. Die Hülse k hat wie das Rohr r und an der gleichen Stelle wie dieses zwei Längenspalten (oo), deren obere Ränder (v, v) in einer zur Barometerröhre senkrechten Ebene liegen und dazu dienen, die Oberfläche der Quecksilberkuppe anzuvisiren. Zur feinen Einstellung der Randebene vv auf die Kuppenoberfläche (o) dient eine mit

Fig. 233.

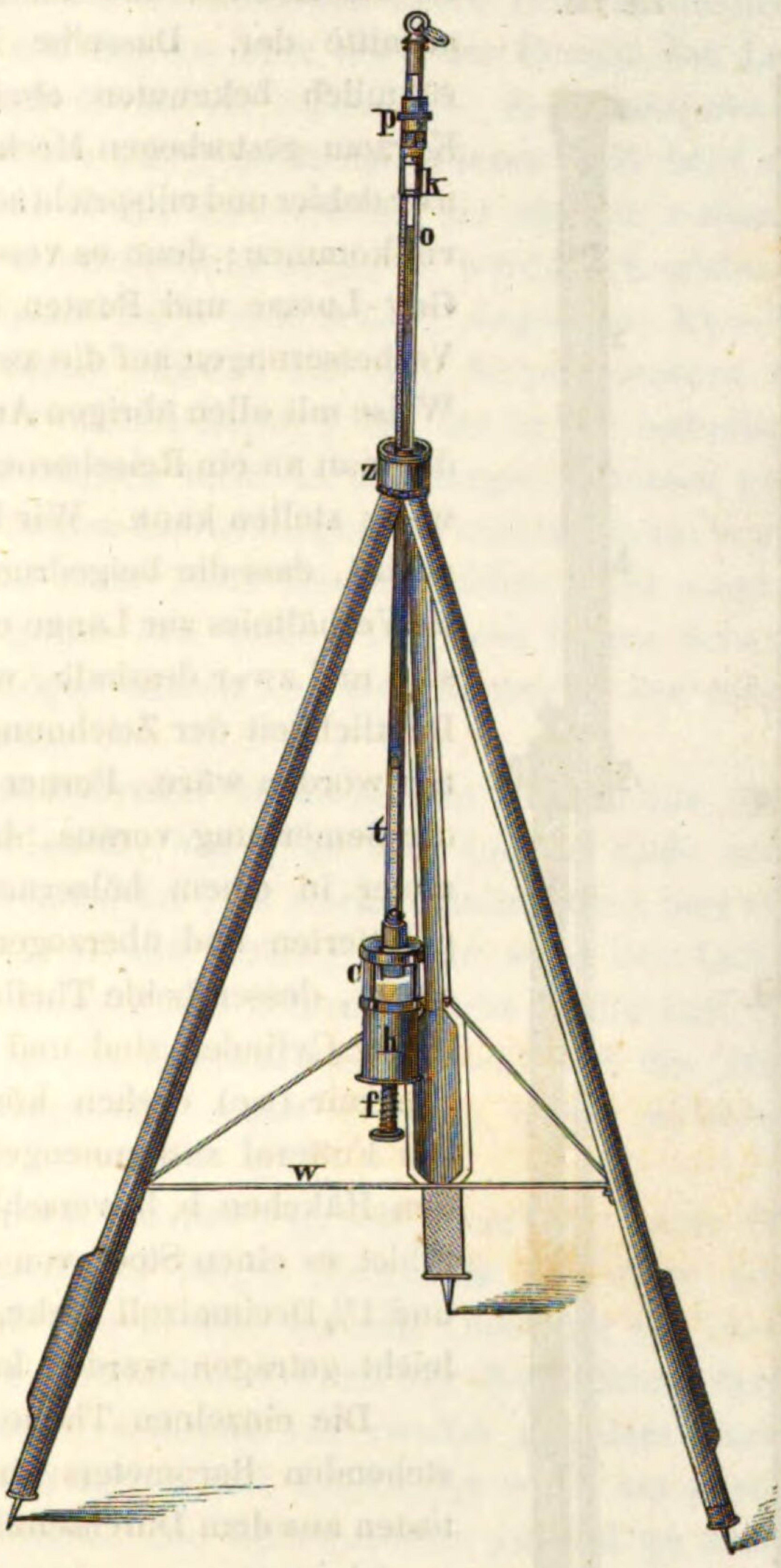


der Hülse verbundene Mikrometerschraube, deren geränderter Kopf in Fig. 232 mit p bezeichnet ist.

Den Nullpunkt des Massstabes bildet die feine Spitze eines in den Gefässdeckel d eingeschraubten Stiftes z von Elfenbein; mit dieser Spitze muss beim Messen die Oberfläche des im Gefässe befindlichen Quecksilbers durch die Schraube f zur genauesten Berührung gebracht werden. Diese Einstellung wird etwas erschwert und folglich auch ein wenig unsicher, sobald das Quecksilber seinen Glanz verloren hat. Der Nullpunkt des Nonius liegt selbstverständlich in der Ebene der mit v, v bezeichneten Ränder der Spalten in der Hülse k. Die Theilung des Massstabs geschieht entweder im Meter- oder altfranzösischen Fussmasse.

Zum Aufhängen des Fortin'schen Reisebarometers dient ein Gestelle (Fig. 234) mit drei beweglichen Füssen, die sich in Scharniren drehen und mit eisernen Spitzen auf dem Boden feststellen lassen. Zur weiteren Sicherung ihres Standes sind drei mit Haken versehene Drähte (w, w) vorhanden, welche in die Beine eingehängt werden. Diese Füsse sind ausgehöhlt, um den längeren Theil des Barometers in sich aufzunehmen, wenn sie geschlossen werden. Der Kopf des Stativs enthält ein Universalgelenk, welches gestattet, dass das Barometer eine lothrechte Lage annimmt, sobald es mit seiner Horizontalaxe xx (Fig. 232) in dasselbe eingehängt wird. Wenn das Barometer in das Gestelle eingepackt ist, so ragt oben noch ein Theil des ersteren über das letztere hervor. Um auch diesen Theil des Barometers gehörig zu schützen, wird darüber eine Kapsel gesteckt, welche bis an den Stativkopf reicht. Die Füsse des Gestelles werden an ihrem unteren Ende durch einen übergeschobenen Ring zusammengehalten. Die nunmehr etwa anderthalb Zoll dicke Hülle des Barometers wird in ein Lederfutteral geschoben und damit transportirt.

Fig. 234.



Das Gay-Lussac'sche Reisebarometer.

§. 214.

Wenn die Heberbarometer, zu denen das Gay-Lussac'sche gehört, mit einer Vorrichtung zum Abschliessen der Quecksilbersäule und der atmosphärischen Luft versehen sind, so eignen sie sich wegen ihrer Leichtigkeit und compendiösen Form vorzugsweise zu Reisebarometern. Die Fig. 235 und 236 stellen ein solches Barometer

Fig. 235.

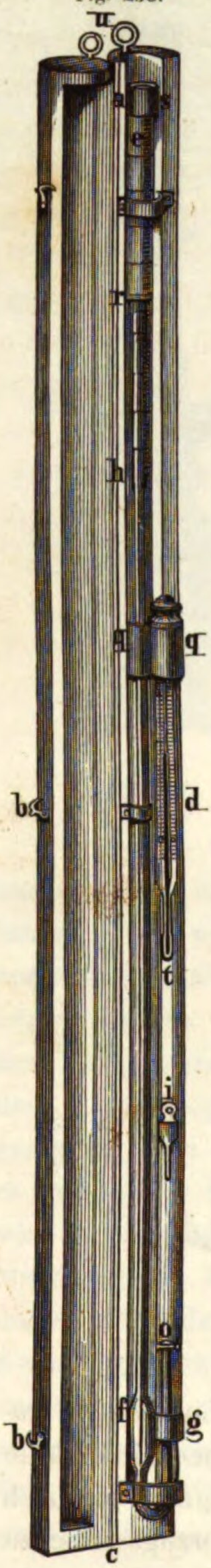
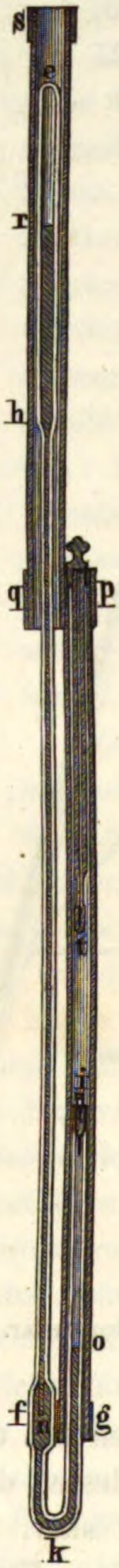


Fig. 236.



in der Ansicht und im Längendurchschnitte dar. Dasselbe ist von dem rühmlich bekannten aber leider vor Kurzem gestorbenen Mechaniker Greiner dahier und entspricht seinem Zwecke vollkommen; denn es vereinigt die von Gay-Lussac und Bunten herrührenden Verbesserungen auf die zweckmässigste Weise mit allen übrigen Anforderungen, die man an ein Reisebarometer billigerweise stellen kann. Wir bemerken zunächst, dass die beigedruckten Figuren im Verhältniss zur Länge etwas zu breit sind und zwar desshalb, weil sonst die Deutlichkeit der Zeichnung beeinträchtigt worden wäre. Ferner schicken wir die Bemerkung voraus, dass das Barometer in einem hölzernen mit Leder gefütterten und überzogenen Futterale steckt, dessen beide Theile (a c d, a c b) halbe Cylinder sind und sich um ein Scharnir (a c) drehen können. Wenn das Futteral zusammengelegt und mit den Häkchen b, b verschlossen ist, so bildet es einen Stock von 3 Fuss Länge und 1½ Decimalzoll Dicke, welcher sehr leicht getragen werden kann.

Die einzelnen Theile des in Rede stehenden Barometers sind am leichtesten aus dem Durchschnitte (Fig. 236) zu erkennen.

Die Barometerröhre (e k i) ist nach der Angabe von Gay-Lussac zwischen den Stellen f und h stark verengt und bei f mit der Bunten'schen Versicherung (n) versehen. Die Verengerung der Röhre hat zunächst den Zweck, die Luft auf längere Zeit aus dem langen

Schenkel oder der toricellischen Leere (er) abzuhalten; durch die Vorrichtung von Bunten aber wird der Eintritt von Luft in die genannten Räume für immer verhindert. Zieht man nämlich die enge Röhre zwischen h und f an ihrem unteren Ende bei f zu einer noch engeren Spitze n aus und schmilzt sie mit der weiteren so zusammen wie der Durchschnitt zeigt, so werden allenfalsige Luftblasen, die an der Spitze bei n ankommen, wegen der Kleinheit der Oeffnung dieser Spitze nicht in die enge Röhre, sondern in den Raum zwischen der weiteren Röhre f und der in ihr befindlichen Spitze n eintreten und folglich nicht in den langen Schenkel gelangen. Die eben beschriebenen Einrichtungen verhindern ausserdem noch, dass, wenn man das obere Ende des Barometers rasch neigt, das Quecksilber stark gegen den oberen Theil des langen Schenkels schlägt, indem es weniger schnell von dem kurzen in den langen Schenkel übergehen kann.

Der kurze Schenkel ist an seinem freien Ende (i) in ähnlicher Weise abgeschlossen, wie er an dem anderen Ende mit dem langen Schenkel verbunden ist. Es reicht nämlich auch hier nur eine feine hohle Spitze (i) in die Röhre, welche wohl der Luft Zutritt zum Quecksilber, aber diesem keinen Austritt in die Luft gestattet. Auf diese Weise ist die Quecksilbersäule während des Transports hinreichend befestigt und bedarf es hiezu keines weiteren Abschlussmittels mehr.

Man bemerkt an der Fig. 236, dass der kurze Schenkel wie der obere Theil des langen Schenkels mit einer Glasröhre umgeben ist, und dass in dem unteren Theile pg ein Thermometer (t) steckt. Dieses Thermometer dient zur Bestimmung der Temperatur des Quecksilbers, während ein zweites mit dem Barometer nicht verbundenes frei in der Luft aufgehängt wird, um auch deren Temperatur zu messen. Die Röhrenstücke pg und qs sind zwischen p und q festverbunden und lassen sich gemeinschaftlich und parallel mit den Schenkeln verschieben. Dieses Schieben hat den Zweck, eine bei 0 befindliche Marke der äusseren Röhre auf den Quecksilberspiegel in dem kurzen Schenkel genau einzustellen und so den Anfangspunkt der zu messenden Quecksilbersäule zu bezeichnen. Der Abstand des Endpunktes bei r ergibt sich alsdann aus der Ablesung der Scala, welche sich auf dem oberen Röhrenstücke zwischen q und s befindet. Der Vortheil dieser verschiebbaren Scala liegt

darin, dass man nur einmal abzulesen braucht, und der Vortheil eines gläsernen Massstabes ist, dass sich die Theilung nur halb so stark ausdehnt als wenn sie auf Messing sich befände. Bei vielen Messungen braucht man ebendesshalb gar keine Rücksicht auf die Ausdehnung des Glasmassstabs zu nehmen. Es versteht sich von selbst, dass die Verschiebung und Einstellung der äusseren Röhre mit aller Behutsamkeit geschehen muss, und dass das eben beschriebene Barometer bei Beobachtungen an freiliegenden Punkten ebenso wie das von Fortin an einem dreibeinigen und nach Fig. 234 eingerichteten Gestelle aufgehängt werden kann.

Regeln für Barometermessungen.

§. 215.

Zuverlässige Höhenmessungen erfordern zwei mit einander und einem Normalbarometer verglichene gute Reisebarometer, damit man an den Punkten, deren Höhenunterschied ermittelt werden soll, gleichzeitig beobachten kann. Wir setzen voraus, dass man zwei solche Instrumente habe und dass sie bei der Vergleichung mit dem Normalbarometer dieselben Anzeigen lieferten wie dieser, dessen Röhre mindestens 6 Pariser Linien weit seyn soll.

Mit solchen Barometern ausgerüstet unternimmt man Höhenmessungen zwischen zwei Orten in folgender Weise. An dem untern Orte vergleicht man nochmals die beiden im Schatten aufgehängten Instrumente mit einander und bemerkt eine allenfallsige kleine Abweichung der Angaben, um sie später in Rechnung bringen zu können. Zu einer bestimmten Stunde, die man verabredet, beginnen die Beobachtungen an beiden Orten und werden die Ablesungen alle 10 oder 15 Minuten wiederholt. Hiebei ist zu beachten, dass man das mit dem Barometer verbundene Thermometer stets früher als das Barometer ablesen muss, damit die Körperwärme keinen Einfluss auf den Thermometerstand äussert. Das ebenfalls im Schatten, aber entfernt vom Barometer und frei aufgehängte zweite Thermometer kann vor oder nach dem Barometer abgelesen werden; am bessten ist es, an demselben zwei Ablesungen zu machen und daraus das Mittel zu nehmen, weil die Lufttemperatur sehr schwankt.

Eine weitere Regel für Barometermessungen schreibt vor, dass man die Beobachtungen Vormittags gegen 9 Uhr und Nachmittags gegen 4 Uhr machen soll. Der Grund dieser Regel ist, dass um

diese Zeiten der Zustand der Atmosphäre stabiler ist als zu anderen Stunden des Tages. Ferner soll man keine Barometermessungen an solchen Tagen machen, wo die Barometerstände grosse Schwankungen erleiden oder starke Winde wehen; denn diese Schwankungen deuten auf einen Zustand der Atmosphäre, welcher von dem sehr verschieden ist, den man bei der Entwickelung der Barometerformel zu Grunde legt.

Endlich dürfen die beiden Stationen, an denen gemessen wird, in horizontaler Richtung nicht zu weit auseinander liegen und zwar desshalb, weil kleine Abweichungen von dem normalen Zustande der Atmosphäre sich an lothrecht über einander liegenden Stellen in der Regel gleichzeitig äussern, daher auch an beiden Stationen, wenn diese nicht weit von einander entfernt sind, keine entgegengesetzten Abweichungen eintreten werden.

§. 216.

Wenn man die Barometerstände sehr genau finden will, so genügt es noch nicht, die Nonien (wo sie angebracht sind) richtig abzulesen und die Capillardepression in Rechnung zu bringen: man muss vielmehr auch noch darauf Rücksicht nehmen, dass sich die Massstäbe wegen der Ausdehnung ihres Stoffes selbst verändern, d. h. dass ihre Theile grösser oder kleiner werden, je nachdem sie wärmer oder kälter sind als sie zur Zeit der Theilung waren.

Die Temperatur, für welche die Theilung des Massstabs ganz richtig ist, heisst dessen N o r m a l t e m p e r a t u r und beträgt z. B. für das französische Fussmass 13^0 R, während sie für das Metermass $= 0^0$ ist. Hat man nun für t^0 C einen bereits von der Capillardepression befreiten Barometerstand gefunden, so wird derselbe in folgender Weise auf die Normaltemperatur, welche wir allgemein durch τ^0 C bezeichnen wollen, reducirt.

Bezeichnet man nämlich den Ausdehnungscoefficienten des Stoffes, aus dem der Massstab besteht, für 1^0 C mit k, so wird die Länge b des Massstabs für einen Temperaturunterschied von u^0 C um das Stück kub grösser oder kleiner,[1] je nachdem u eine Zu- oder

[1] Eigentlich sollte man k nicht mit ub sondern mit ub^0 multipliciren, wenn b^0 die Länge des Massstabstückes vorstellt, welches bei t^0C zwischen den beiden Quecksilberspiegeln enthalten und auf 0^0 reducirt ist. Die Grössen b und b^0 sind aber so wenig von einander verschieden, dass recht wohl kub statt kub^0 gesetzt werden kann.

Abnahme der Temperatur vorstellt, und um dasselbe Stück findet man den Barometerstand b beziehlich zu klein oder zu gross, wesshalb es in dem ersten Falle zu b addirt, in dem zweiten aber davon subtrahirt werden muss. Es ist somit ganz allgemein der auf die Temperatur des Massstabs reducirte Barometerstand

$$b' = b + k\,(t - \tau)\,b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (172)$$

Für $t > \tau$ wird $b' > b$, und für $t < \tau$, wie es seyn muss, $b' < b$.

Für Messing ist $k = 0{,}000018$ und für Glas $= 0{,}000009$; daher, wenn $\tau = 13^0$ R $= 16^0{,}25$ C, $t = 26^0{,}25$ C und $b = 26$ Pariser Zoll, für eine Messingscala $b' = 26.\ (1 + 0{,}00018) = 26{,}0047$ Zoll. und für einen gläsernen Massstab $b' = 26.\ (1 + 0{,}00009) = 26{,}00234$ P. Zoll. Wäre $t = 6^0{,}25$ C und b wie vorhin gleich 26 P. Zoll, so hätte man für einen messingnen Massstab $b' = 26.\ (1 - 0{,}00018) = 26{,}9953$ P. Zoll und für eine Glasscala $b' = 26.\ (1 - 0{,}00009) = 25{,}9977$ P. Zoll.

Bezeichnet t eine Temperatur unter 0^0, so muss dieselbe, wie sich von selbst versteht, mit dem Minuszeichen in die Gleichung (172) eingeführt werden.

Hätte man bei $-\ 10^0$ C einen Barometerstand $b = 330$ Millimeter beobachtet, so wäre hier, da in diesem Falle $\tau = 0$ ist, für eine Theilung auf Messing der auf den Massstab reducirte Barometerstand $b' = 330\ (1 - 0{,}00018) = 329{,}94$ Millimeter.

Alle diese Beispiele zeigen, dass die Reductionen wegen der Ausdehnung des Massstabs nur sehr gering sind, und aus diesem Grunde werden sie auch nicht überall angewendet.

Sechster Abschnitt.

Instrumente zum Geschwindigkeitsmessen.

§. 217.

Nach der Bestimmung des §. 2 ist hier nur von denjenigen Instrumenten und Apparaten die Rede, welche zur unmittelbaren Messung der Geschwindigkeiten fliessender Gewässer, worunter wir die Gerinne, Bäche, Flüsse und Ströme begreifen, dienen. Alle

kleineren Wasserläufe, wie die der Quellen, Röhrenleitungen u. s. w. sind von unseren Betrachtungen ausgeschlossen, da die an ihnen vorzunehmenden Messungen ganz und gar in das Gebiet der Hydraulik gehören. Hierdurch ist die vorliegende Aufgabe schon ziemlich beschränkt; sie wird es aber noch mehr, wenn wir uns, wie hier, nur mit denjenigen Hilfsmitteln befassen, wodurch die gleichförmigen Geschwindigkeiten in dem freien Strome eines der oben genannten grösseren Wasserläufe gemessen werden. Es werden demnach an diesem Orte auch alle jene Messungen nicht berücksichtigt, durch welche man die Geschwindigkeit des Wassers beim Abflusse durch Schleusen, Wehre und andere Flussbauwerke erfährt.

In den nachfolgenden Beschreibungen und Erörterungen kommen einige Ausdrücke vor, deren Bedeutung vor allem erklärt werden muss.

Das Wasser characterisirt sich bekanntlich wie jeder tropfbarflüssige Körper durch die leichte Verschiebbarkeit seiner Theilchen; es hat fast gar keinen Znsammenhang. Wenn es sich aber bewegt, so reihen sich diese Theilchen so aneinander, dass man sogar von einem Wasserfaden spricht. Darunter hat man sich jedoch nichts anderes vorzustellen als die ununterbrochene Reihe der aufeinanderfolgenden Wassertheilchen. Der Weg nun, den ein solches Wassertheilchen in der Zeiteinheit zurücklegt, heisst die Geschwindigkeit des Wasserfadens. Haben in dem Querschnitte eines Wasserlaufes alle Wasserfäden gleiche Geschwindigkeit, so wird die Geschwindigkeit des Wasserfadens auch die Geschwindigkeit des Wassers in dem ganzen Querschnitte seyn, und das Product aus diesem Querschnitte in die Geschwindigkeit wird die Wassermenge darstellen, welche in der Zeiteinheit durch den gedachten Querschnitt fliesst.

Die Wasserfäden, welche einen Bach, Fluss oder Strom bilden, haben, wie die Erfahrung lehrt, zwar unter sich in einem und demselben Querschnitte verschiedene Geschwindigkeiten, aber man darf für praktische Zwecke die Geschwindigkeit jedes einzelnen Wasserfadens und auch einer grösseren Anzahl neben einander liegender Fäden so lange als gleichförmig ansehen, als sich der betrachtete Querschnitt an einer regelmässig beschaffenen Stelle des Wasserlaufes und ziemlich entfernt von allen vorspringenden Gegenständen und Bauwerken befindet, welche eine Aufstauung des Wassers bewirken.

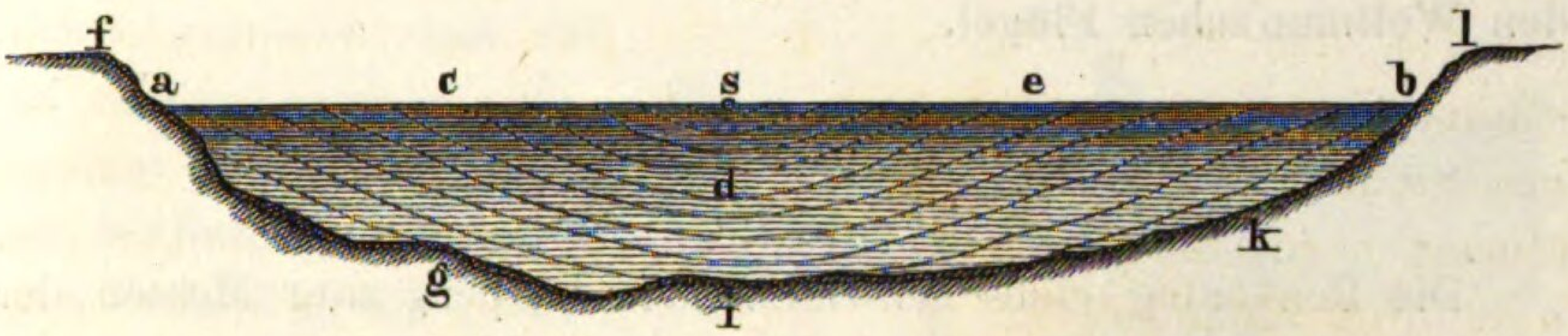
In einem Gerinne oder regelmässigen Flussbette nimmt die Geschwindigkeit der Wasserfäden von der Mitte gegen die Ufer und von der Oberfläche gegen den Boden hin ab; beides in Folge der Widerstände, welche die Wände des Gerinnes oder des Flussbettes veranlassen. Der Wasserfaden eines Flusses nun, welcher die grösste Geschwindigkeit besitzt, heisst dessen Stromstrich. Bei Wasserläufen in Gerinnen von symmetrischem Querschnitt und mässigem Gefälle wird dieser Stromstrich nahezu in der Mitte der Wasseroberfläche liegen und den Ufern parallel laufen; in weniger regelmässigen Betten aber wird er von dieser Lage und Richtung abweichen; in starken Flusskrümmungen liegt er sogar oft ganz an dem concaven Ufer.

Von dem Stromstriche ist die Stromrinne zu unterscheiden, worunter man die Verbindungslinie aller aufeinander folgender tiefsten Stellen eines Flussbettes versteht. In regelmässig beschaffenen Flüssen liegen die Stromrinnen und der Stromstrich fast immer lothrecht über einander; in unregelmässigen aber nur selten. Denkt man sich einen Fluss durch eine vertikalstehende Cylinderfläche geschnitten, deren Leitlinie die Stromrinne ist, so gibt dieser Schnitt das Längenprofil des Flusses. Dieses Profil stellt zwei Linien dar, wovon die eine der Sohle des Flussbetts und die andere der Oberfläche des Wassers angehört. Die letztere bestimmt das Gefälle des Flusses, d. h. die Neigung des Wasserspiegels gegen den Horizont. Drückt man das Gefälle durch die Tangente des Neigungswinkels aus, so heisst dieser Ausdruck das relative Gefälle des Flusses; gibt man es aber durch die Höhe an, auf welche sich der Wasserspiegel in einer bestimmten Entfernung senkt, so ist diese Höhe das absolute Gefälle des Flusses für diese Entfernung. Hat z. B. ein Fluss auf 1000 Fuss Länge 8 Dezimalzoll Gefälle, so ist 0,8 Fuss sein absolutes Gefälle für 1000 Fuss und 0,0008 sein relatives Gefälle. Es versteht sich von selbst, dass man aus dem relativen Gefälle sofort das absolute für jede beliebige Entfernung und in jedem beliebigen Masse findet.

Die geometrische Gestaltung eines Flusses wird erst durch seine Querprofile zur Anschauung gebracht, d. i. durch die Schnitte vertikaler, zur Stromrichtung senkrecht stehender Ebenen mit der Wasseroberfläche und der Wandung des Flussbetts. Denkt man sich in einem solchen Profile von einem beliebigen Punkte der Wasserlinie

ein Loth bis zur Terrainlinie gezogen, so ist erfahrungsgemäss in jedem tiefer gelegenen Punkte dieses Loths die Geschwindigkeit des Wassers etwas geringer als in den höheren Punkten; die Abnahme der Geschwindigkeit nach dieser Richtung ist aber nicht so bedeutend als in den beiden von dem Stromstriche ausgehenden und nach den Ufern hinlaufenden Richtungen. Denkt man sich ferner in jedem Punkte eines Querprofils die Geschwindigkeit des daselbst durchgehenden Wasserfadens bestimmt und sucht man in einem solchen Profile alle jene Punkte auf, deren Wasserfäden gleiche Geschwindigkeit haben, so stellen die Verbindungslinien dieser Punkte Curven dar, welche sich (wie die Linien aib, cde u. s. w. in Fig. 237)

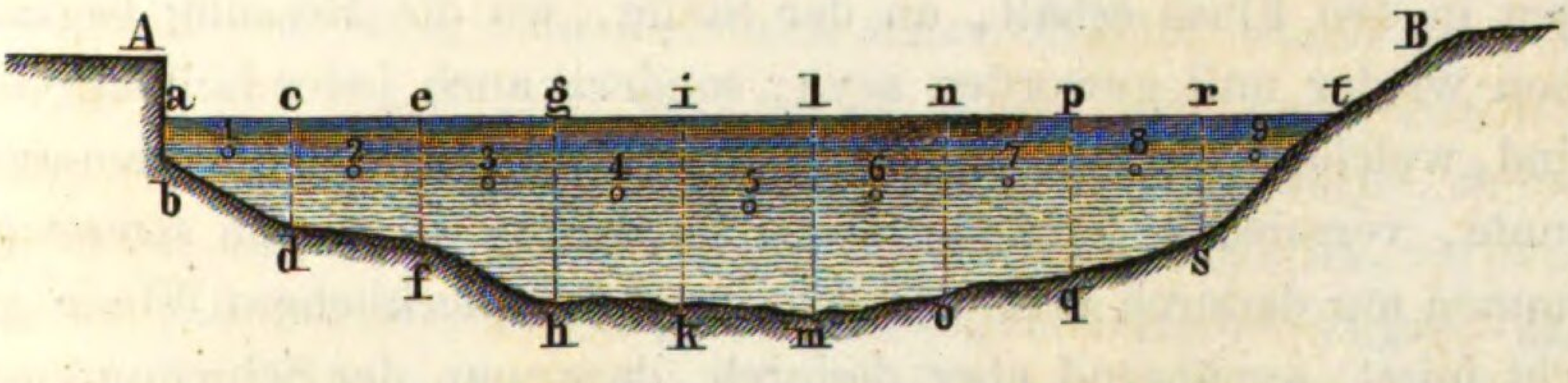
Fig. 237.



um den Schnittpunkt des Stromstrichs (s) ähnlich herumziehen, wie die Jahrringe eines Holzquerschnitts um den Mittelpunkt desselben.

Wegen der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit in den einzelnen Wasserfäden eines Querschnitts ist die in der Zeiteinheit abfliessende Wassermenge sehr schwer genau zu bestimmen. In der Praxis begnügt man sich aber mit einem Näherungswerthe, der sich dadurch ergibt, dass man, wie in Fig. 238, mittels lothrechter Linien

Fig. 238.



ab, cd, ef… das ganze Querprofil in trapezförmige Theile abcd, cdef u. s. w. zerlegt, in der Mitte (1, 2, 3,….) jedes dieser Theile die Geschwindigkeit misst und letztere mit der zugehörigen Trapezfläche multiplicirt. Auf diese Weise erhält man die durch die einzelnen Abtheilungen des Querprofils fliessenden Wassermengen; werden dieselben addirt, so hat man die Gesammtwassermenge, welche in

der Zeiteinheit durch das ganze Profil abfliesst. Wenn alle Messungen mit der nöthigen Vorsicht und Umsicht geschehen, und wenn namentlich zur Geschwindigkeitsmessung der in §. 227 beschriebene und gehörig rectificirte Woltman'sche Flügel angewendet wird, so lässt sich die Wassermenge eines Flusses bis auf den hundertsten Theil richtig bestimmen.

Zur Messung der Geschwindigkeit des fliessenden Wassers gibt es eine sehr grosse Anzahl von Werkzeugen; wir werden aber nur diejenigen betrachten, welche sich entweder durch ihre Einfachheit oder durch ihre Leistungen vor den übrigen empfehlen. Zu den ersteren rechnen wir die Schwimmkugel, den Stromquadranten und die Pitot'sche Röhre; zu den letzteren aber einzig und allein nur den Woltman'schen Flügel.

Die Schwimmkugel.

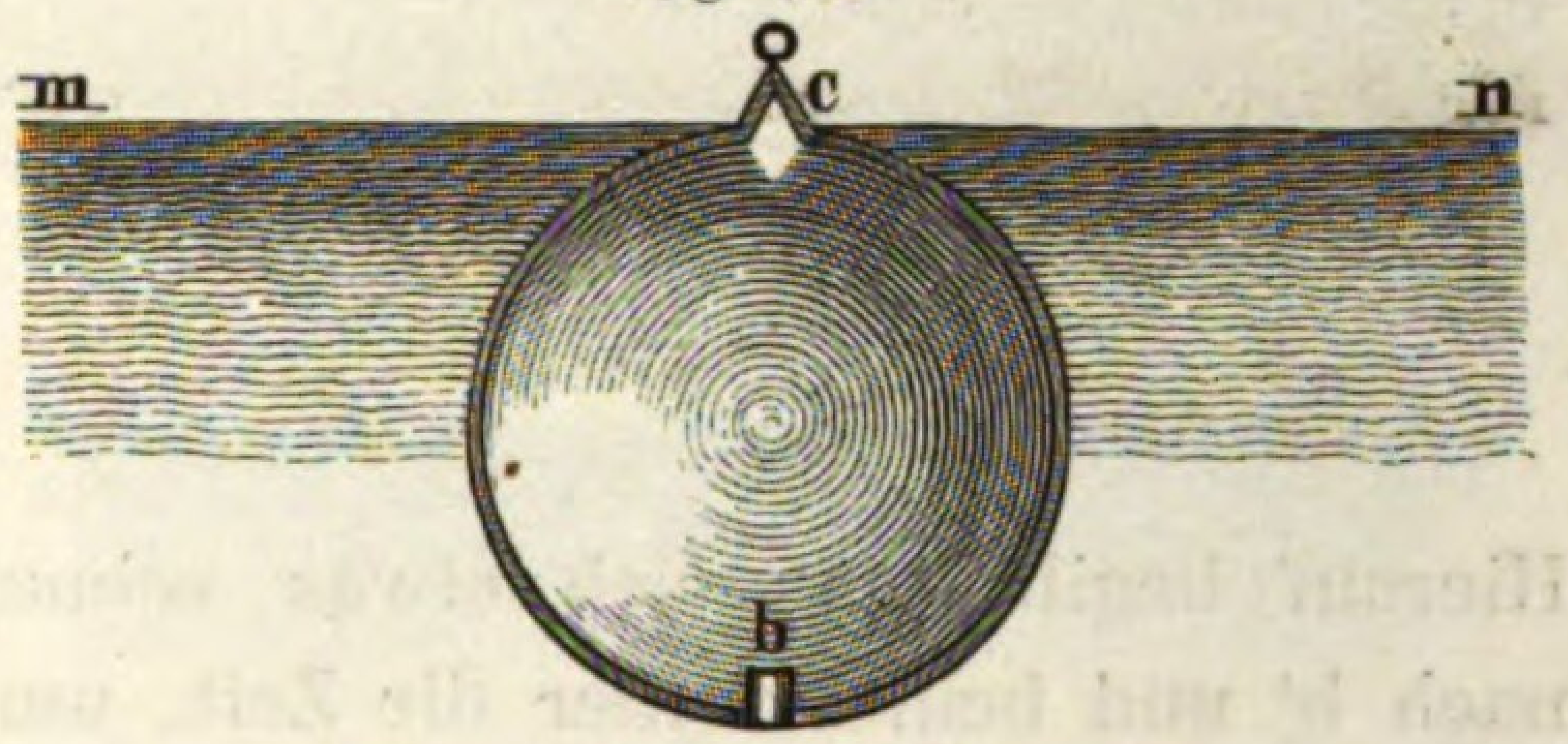
§. 218.

Die Benützung eines schwimmenden Körpers zum Messen der Geschwindigkeit des Wassers in Flussbetten und Kanälen stützt sich auf die Voraussetzung, dass sich der schwimmende Gegenstand mit derselben Geschwindigkeit wie das Wasser bewege. Diese Voraussetzung ist aber der Erfahrung zur Folge nur dann richtig, wenn auf den Schwimmer keine anderen Kräfte einwirken als diejenigen, welche von dem bewegten Wasser selbst ausgehen. Darum muss, wenn mit einer schwimmenden Kugel die Geschwindigkeit des Wassers in der Bahn, welche sie durchläuft, annähernd richtig gemessen werden soll, nicht nur die eigene Bewegung, welche sie beim Einlegen in den Fluss erhält, an der Stelle, wo die Messung beginnt, schon wieder null geworden seyn; sondern auch jeder Luftzug oder Wind, welcher die Bewegung der Kugel verzögern oder beschleunigen könnte, vermieden werden. Diese Forderung lässt sich streng genommen nur dadurch erfüllen, dass man bei merklichem Winde gar nicht misst, annähernd aber dadurch, dass man der Schwimmkugel ein Gewicht ertheilt, welches sie gerade bis auf ihren Durchmesser in das Wasser einsinken lässt. Der Luftzug, welcher nun nicht mehr unmittelbar auf die Kugel wirken kann, kommt alsdann nur noch insofern in Betracht, als er auf die obere Wasserschichte einwirkt. Der ersten Forderung wird Genüge geleistet, wenn man die Schwimmkugel 20 oder 30 Fuss oberhalb der Strecke, in welcher man ihren

Lauf beobachtet, einlegt; indem sie diesen Weg durchläuft, hat sie Zeit genug, die Geschwindigkeit des Wassers anzunehmen.

Man macht die Schwimmkugeln entweder aus Holz oder aus Blech; im letzteren Falle am liebsten aus Messing-, oft aber auch aus Kupfer- oder verzinntem Eisenblech. Ihre Durchmesser wechseln zwischen 4 und 12 Zollen. Sind die hölzernen Kugeln so leicht, dass sie nicht ganz in das Wasser einsinken, so beschwert man sie auf einer beliebigen Stelle mit eisernen Kloben, die man einschlägt, oder mit Blei, das in eine nach innen sich erweiternde Höhlung gegossen wird. Die Blechkugeln werden durch Sand, Schrot oder Wasser, die sich durch eine mit Kork zu verschliessende Oeffnung (b) einfüllen lassen, so schwer gemacht, dass sie tief genug einsinken. Gegenüber dieser Oeffnung oder der Beschwerung kann man nach Fig. 239, welche den Durchschnitt einer Schwimmkugel vorstellt, einen kleinen Blechkegel (c) aufsetzen, der über das Wasser vorragt und dazu dient, die Kugel in ihrem Laufe besser zu beobachten. Eine rein gehaltene Blechkugel oder roth angestrichene Holzkugel ist indessen auch ohne diesen Kegel gut sichtbar. An der Spitze des Kegels oder, in Ermangelung dessen, an der Kugel selbst bringt man gewöhnlich einen kleinen Ring an, um diese bequemer tragen zu können. Manche benützen diesen Ring zum Anbinden einer Schnur, womit man der Bewegung der Kugel folgt und sie am Ende ihrer Bahn an's Ufer zieht, um sie aus dem Wasser zu nehmen. Eine solche Schnur bietet aber oft Anlass zu Störungen, wesshalb es besser ist, sie wegzulassen und bei Geschwindigkeitsmessungen dafür zu sorgen, dass man die Kugel ausserhalb des Messungsbezirks auf eine andere als die eben angegebene Weise wieder auffangen kann.

Fig. 239.

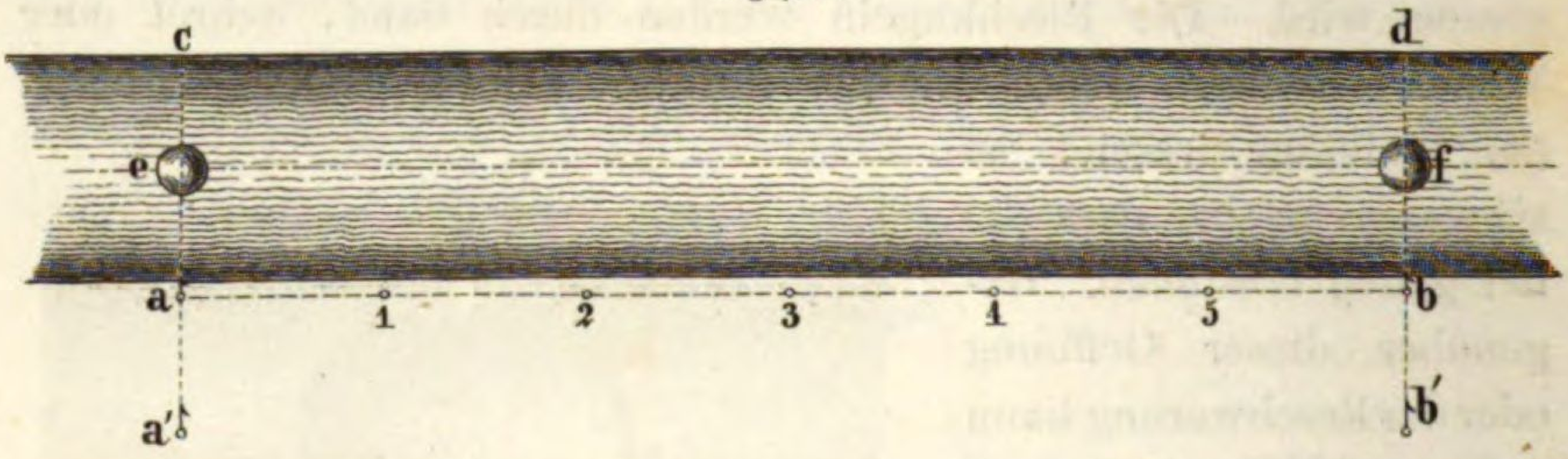


§. 219.

Der Gebrauch der Schwimmkugel ist sehr einfach. Man steckt an einem Ufer des Flusses, dessen Geschwindigkeit gemessen werden soll, nach dem Augenmasse eine dem Stromstriche parallele Linie

von hundert oder mehr Fussen oder Schritten so ab, dass je zwei Stäbe (a, a' und b, b' Fig. 240) in einer zum Stromstriche senkrechten Ebene, d. h. in einem Querprofile stehen. Zwischen diesen Querprofilen (ac, bd) am oberen und unteren Ende der abgesteckten Linie (ab) geht die Geschwindigkeitsmessung vor sich. Es wird zu dem Ende die Kugel 20 oder 30 Fuss oberhalb des ersten Querprofils in die Mitte des Flusses gelegt und von a' aus auf einer Sekundenuhr der Zeitpunkt beobachtet, in welchem sie durch dieses Profil schwimmt.

Fig. 240.



Hierauf begibt man sich etwas schneller als die Kugel schwimmt nach b' und bemerkt hier die Zeit, um welche sie das zweite Profil erreicht. Der Quotient aus dem Zeitunterschied in den durch ab gegebenen Weg (ef) der Kugel ist offenbar die Geschwindigkeit des Wassers in der Bahn, velche die Kugel durchschwamm. War z. B. ab = 132 Fuss und die Zeit, welche die Kugel brauchte, um von e nach f zu gelangen, z' — z = 41 Sekunden, so ist die Geschwindigkeit des Stromstrichs = 132 : 41 = 3,22 Fuss in der Sekunde.

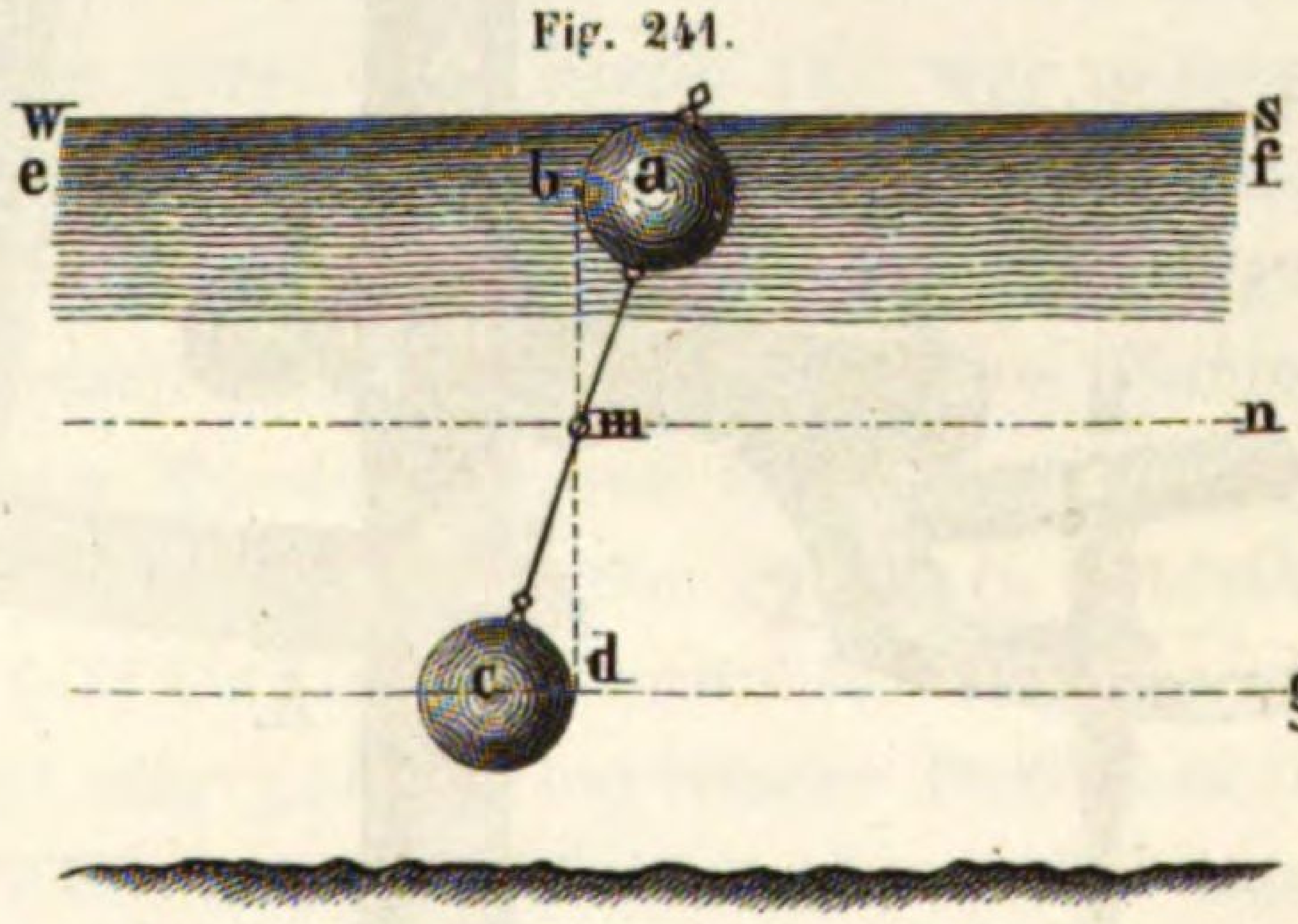
Will man die Geschwindigkeit an der Oberfläche des Flusses nicht in der Mitte desselben sondern näher an einem der Ufer finden, so muss man die Kugel in der gegebenen Entfernung vom Ufer und wieder 20 bis 30 Fuss oberhalb des ersten Querprofils in den Fluss legen und schwimmen lassen, übrigens wie vorhin verfahren. Ist das Flussbett regelmässig beschaffen und die Geschwindigkeit des Wassers nicht sehr gross, so wird die Kugel in der Regel in der anfänglichen Entfernung vom Ufer sich fortbewegen und die Geschwindigkeit der daselbst befindlichen Wasserfäden angeben; ausserdem aber geräth sie leicht in die Mitte des Flusses oder dahin, wo die grösste Geschwindigkeit stattfindet, nämlich in den Stromstrich.

Soll durch die Schwimmkugel untersucht werden, ob sich die Geschwindigkeit des Stromstrichs innerhalb einer gewissen Strecke

nicht ändert, so braucht man nur in dieser Strecke etwa von 50 zu 50 Fuss (nach Fig. 240 in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5) die Zeiten zu beobachten, in welchen die Kugel die zugehörigen Querprofile durchschwimmt, und zuzusehen, ob die Zeitunterschiede sich wie die Längenunterschiede verhalten oder nicht: in dem einen Falle hat sich die Geschwindigkeit des Stromstrichs nicht geändert, in dem anderen aber ist sie grösser oder kleiner geworden, je nachdem für gleiche Strecken die Zeitunterschiede ab- oder zugenommen haben.

Hat man zur Bestimmung der Wassermenge eines Flusses keinen anderen Geschwindigkeitsmesser als eine Schwimmkugel, so kann man in den einzelnen mit den Ufern parallelen Abtheilungen des Wasserlaufs die mittleren Geschwindigkeiten aus dem schon angegebenen Grunde durch unmittelbare Messung nicht wohl bestimmen, wenn man auch nach Fig. 241 zwei oder mehrere Kugeln (a, c) an einander hängt und gemeinsam schwimmen lässt; man thut daher in diesem Falle gut, sich an die durch die Erfahrung gutgeheissene Regel zu halten, nach welcher in regelmässig beschaffenen Gerinnen die mittlere Geschwindigkeit v′ um 15 Procent geringer angenommen werden darf als die grösste Geschwindigkeit v des Stromstrichs, wornach also

Fig. 241.



$$v' = 0{,}85\, v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (173)$$

und die Wassermenge gleich dem Product aus v′ und dem Wasserquerschnitte (q) ist.

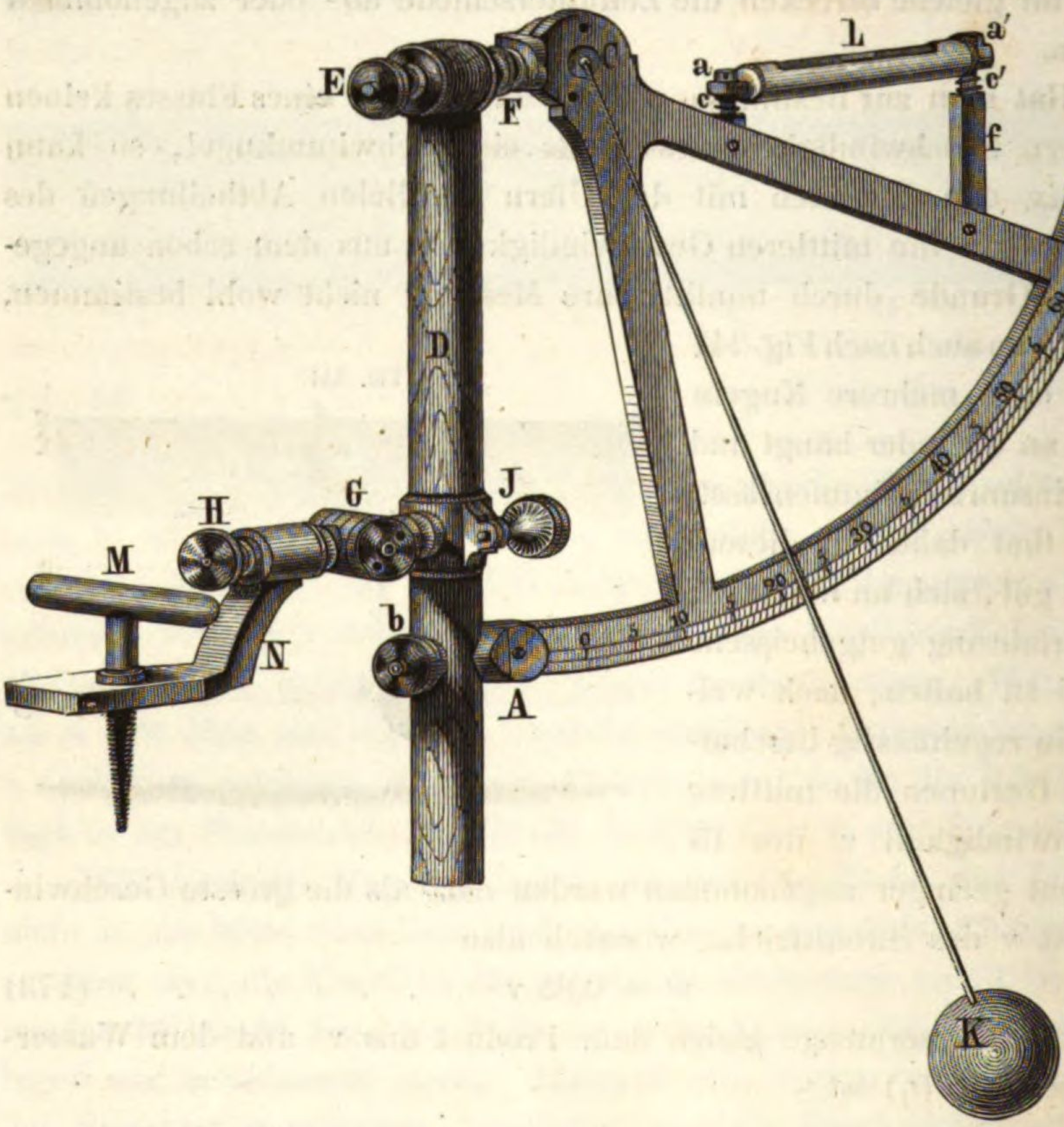
Der Stromquadrant.

§. 220.

Befestigt man an einem Faden eine Kugel, welche spezifisch schwerer ist als Wasser, und hält dieselbe in einen Fluss, so wird der Faden in einer dem Stromstriche parallelen Vertikalebene um einen gewissen Winkel von der lothrechten Richtung abweichen, weil die Kugel in Folge des Wasserstosses fortzuschwimmen, wegen

ihres Gewichts aber zu sinken sucht. Dieser Winkel wächst unter übrigens gleichen Umständen in bestimmter Weise mit der Geschwindigkeit des stossenden Wassers; kann man ihn daher messen, so ist hiedurch ein Mittel geboten, die Geschwindigkeit eines Flusses zu bestimmen. Die Vorrichtung zum Messen des genannten Winkels hat folgende Bedingungen zu erfüllen:

Fig. 170.



1) muss sie sich an einer unverrückbaren Stelle (auf einem Stege oder Kahne) festmachen lassen;

2) muss sie einen Gradbogen besitzen, der in die Vertikalebene der Wasserfäden gestellt werden kann; und

3) muss dieser Bogen vertikal so gedreht werden können, dass der Nullpunkt der Theilung in das Loth kommt, welches durch seinen Mittelpunkt geht.

Alle diese Bedingungen erfüllt der in Fig. 242 dargestellte Stromquadrant, den wir vor Kurzem für die hiesige polytechnische Schule anfertigen liessen. Der Gradbogen (AB), welcher aus Messing besteht, 8 Zoll Halbmesser hat und unmittelbar in Sechstelgrade getheilt ist, lässt sich an einem hölzernen Schafte (D), der mit einer Schraube (M) auf einem Brette befestigt werden kann, in horizontalem Sinne drehen, wenn die Druckschraube J geöffnet ist; und er kann im vertikalen Sinne sowohl grob als fein bewegt werden. Die grobe Vertikaldrehung geschieht nämlich um das Zirkelgewinde G, und die feine um die Axe bei A mit Hilfe der Stellschraube E und der ihr entgegenwirkenden Stahlfeder F. Durch diese beiden Drehungen kann die mit dem Gradbogen fest verbundene Röhrenlibelle (L) zum Einspielen gebracht werden; spielt aber bei berichtigtem Instrumente die Luftblase dieser Libelle ein, so liegt der Nullpunkt der Theilung in der Vertikalen, welche durch den Mittelpunkt des Gradbogens geht. Die Kugel (K) war anfangs aus Elfenbein hergestellt; da aber vielfache Versuche zeigten, dass dieses Materiale für den hier beabsichtigten Zweck ein zu geringes spezifisches Gewicht hat, so liessen wir eine hohle aus zwei Theilen zusammengeschraubte Kugel aus Messing giessen und dieselbe nach und nach innen so weit ausdrehen, bis sich ein günstiges Verhältniss zwischen ihrem Gewicht und Umfang herausstellte. Der äussere Durchmesser der Kugel beträgt sehr nahe 3 bayerische Dezimalzolle und ihr Gewicht in der Luft 7630 Gran, im Wasser aber 4635 Gran. Sie hat somit ein spezifisches Gewicht von 2,55. Der Faden, womit die Kugel an dem Gradbogen befestigt wird, bestand an unserem Instrumente früher aus einer dünnen Darmsaite, gegenwärtig aber ist er ein Florettfaden. Wir ziehen diesen Faden der Saite desshalb vor, weil sich diese durch die Bewegung längs des Gradbogens in sehr kurzer Zeit auftrennt und dadurch das Ablesen des Neigungswinkels sehr erschwert.

§. 221.

Theorie des Stromquadranten.

Wir denken uns jetzt den eben beschriebenen Quadranten so über ein regelmässig fliessendes Wasser gestellt, dass

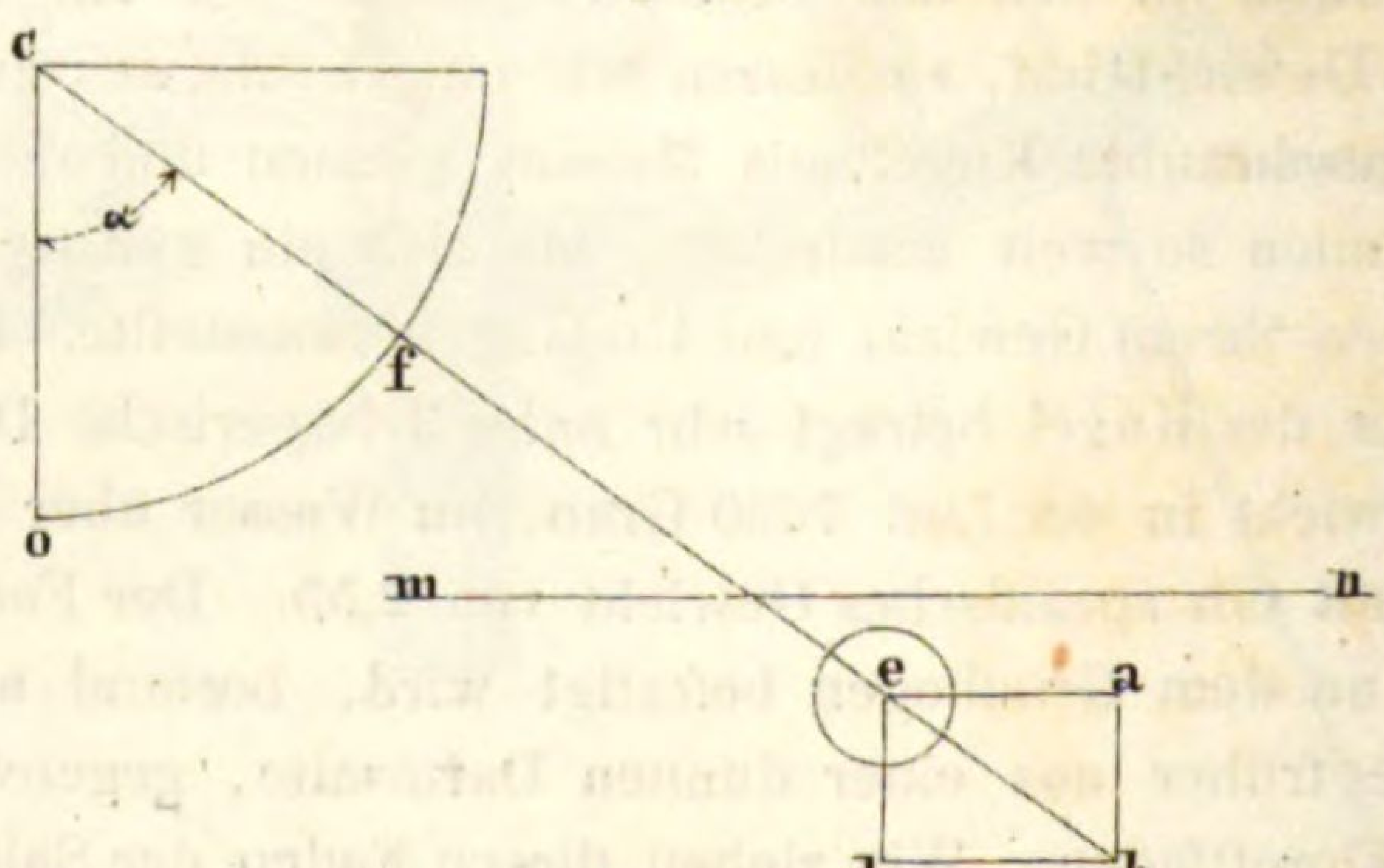
1) seine Ebene mit der Richtung des Stromstrichs parallel und lothrecht ist; dass

2) der Halbmesser, welcher durch den Nullpunkt der Theilung geht, vertikal steht; und dass sich

3) die Kugel bei der stärksten Anspannung des Drahtes noch ganz unter Wasser befindet.

Die erste dieser drei Forderungen ist erfüllt, wenn der angespannte Draht genau an der Ebene des Gradbogens liegt; die zweite, wenn die vorher berichtigte Libelle einspielt; und die dritte, wenn die Kugel sich nicht bis an die Oberfläche des Wassers erhebt. Diese dritte Forderung ist desshalb nöthig, weil man in dem Falle, wo die Kugel sich bis an die Oberfläche des Wassers erhebt, nicht sicher seyn kann, ob sie nicht noch höher steigen und folglich den Winkel α vergrössern würde, wenn der Wasserstand höher wäre. Sollte der Fall eintreten, dass die Kugel an den Wasserspiegel gelangt, so muss der Draht verlängert werden, was durch das Zäpfchen, womit er im Mittelpunkt des Gradbogens festgehalten wird, leicht geschehen kann.

Fig. 243.



Nach diesen Voraussetzungen führen wir folgende Bezeichnungen ein. Es sey mit Bezug auf die Fig. 243:

α der Vertikalwinkel, welchen der Faden cf mit dem lothrechten Halbmesser co bildet;

p das Gewicht der Kugel im Wasser, welches bekanntlich kleiner ist als das in der Luft;

s die Grösse des Wasserstosses auf die Kugel bei der Ablenkung α;

s_1 der Stoss bei der Ablenkung α_1;

v die Geschwindigkeit des Wassers, welche der Ablenkung α und
v_1 die Geschwindigkeit, welche dem Winkel α_1 entspricht.

Die Richtung (cf) des Fadens wird offenbar durch die Kräfte p und s bestimmt, von denen die eine lothrecht und die andere wagrecht wirkt. Setzt man aus beiden das Parallelogramm abde zusammen, so ist $s = p \operatorname{tg} \alpha$, $s_1 = p \operatorname{tg} \alpha_1$ und daher

$$s : s_1 = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Aus der Hydraulik ist bekannt, dass sich unter übrigens gleichen Umständen die Stosswirkungen fliessender Gewässer wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten verhalten; es wird demnach in dem vorliegenden Falle auch

$$s : s_1 = v^2 : v_1^2;$$

folglich mit Rücksicht auf die vorhergehende Gleichung, und wenn man das Verhältniss von $v_1 : \sqrt{\operatorname{tg} \alpha_1} = k$ setzt, die gesuchte Geschwindigkeit

$$v = k \sqrt{\operatorname{tg} \alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (174)$$

Dieser Ausdruck, auf den sich der Gebrauch des Stromquadranten zu Geschwindigkeitsmessungen stützt, setzt eine zuverlässige Bestimmung der constanten Grösse k voraus. Wie dieselbe zu finden ist, lehrt der folgende Paragraph.

§. 222.

Bestimmung der Constanten k.

Um k zu erhalten braucht man nur an geeigneten Flussstrecken die Geschwindigkeiten (v_1, v_2, v_3....) des Wassers nahe unter dessen Oberfläche entweder mit der Schwimmkugel oder mit dem Woltman'schen Flügel sorgfältig zu messen und hierauf mit dem Stromquadranten, dessen Constante bestimmt werden soll, an denselben Stellen die jenen Geschwindigkeiten entsprechenden Abweichungswinkel (α_1, α_2, α_3....) zu beobachten. Aus je zwei zusammengehörigen Werthen von v und α kann man nach der vorstehenden Gleichung k berechnen; es werden aber diese Werthe, welche man dafür erhält, nicht genau einander gleich seyn, weil die beobachteten Werthe von v und α nicht ganz fehlerfrei gefunden werden können. Darum muss man aus den verschiedenen Werthen von k das arithmetische Mittel nehmen, um die Constante des Instruments annähernd richtig zu erhalten. Wir haben mit unserem Stromquadranten die in der nachstehenden Tabelle enthaltenen Werthe von

α und mit dem Woltman'schen Flügel die zugehörigen Werthe von v gefunden [1].

Versuch Nr.	Stelle Nr. I.		Stelle Nr. II.		Stelle Nr. III.		Stelle Nr. IV.	
	v_1	α_1	v_2	α_2	v_3	α_3	v_4	α_4
1	1',472	4° 10'	2',052	8° 10'	2',853	14° 28'	3',920	25° 20'
2	1,480	4° 6'	2,104	8° 22'	2,807	14° 23'	3,895	25° 5'
3	1,502	4° 12'	2,033	8° 13'	2,886	14° 10'	3,915	25° 8'
Mittel	1',485	4° 9'	2',063	8° 15'	2',848	14° 20'	3',910	25° 11'
Constante	$k_1 = 5',502$		$k_2 = 5',418$		$k_3 = 5',634$		$k_4 = 5',704$	

Mittelwerth der Constanten für unser Instrument:

$$k = \frac{1}{4}\,(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) = 5{,}564 \text{ bayr. Fuss.}$$

Ueber diesen Coefficienten ist noch zu bemerken, dass er nach unseren Versuchen nur für die hier angegebene Geschwindigkeitsgrenze gilt, da für grössere Geschwindigkeiten als 4 Fuss in der Sekunde die Angaben für den Ablenkungswinkel zu sehr schwanken, als dass sich daraus ein zuverlässiger Schluss über die Geschwindigkeit des Wassers ziehen liesse. Ueberhaupt lehren unsere Beobachtungen wiederholt, dass der Stromquadrant zu genauen Messungen sich nicht eignet.

Es ist dieses auch begreiflich, wenn man bedenkt, dass die Strömung des Wassers in einem Gerinne auch da, wo man sie dem äusseren Anscheine nach für gleichförmig erklärt, in dem mathematischen Sinne es doch nicht ist, und dass die Kugel des Quadranten jede auch noch so geringe Störung des Wasserlaufs durch eine Bewegung des Fadens nach der Länge oder zur Seite der Instrumentenebene anzeigt. Da sich nun die Angabe des Quadranten immer nur auf den Augenblick bezieht, in welchem man die Lage des Fadens beobachtet, so kann gerade in diesem Momente die Geschwindigkeit und folglich auch der Ablenkungswinkel sehr merkbar grösser oder kleiner seyn als die mittlere Geschwindigkeit und der ihr zugehörige Winkel. Darum sind nach unserer Meinung

[1] Die Werthe von α_1, α_2, α_3, α_4, welche in der vorstehenden Tabelle enthalten sind, wurden nicht aus je einer Beobachtung, sondern dadurch gefunden, dass man 20 Stellungen des Fadens nach einander ablas und aus diesen Ablesungen das Mittel nahm. Die einzelnen Ablesungen zeigten Schwankungen von 1—2 Graden, eine Folge der ungleichmässigen Bewegung des Wassers.

diejenigen Geschwindigkeitsmesser die bessten, welche die in einer längeren Zeit vom Wasser ausgeübten Stösse in sich aufnehmen und ihre mittlere Wirkung angeben, wie dieses z. B. bei dem Woltman'schen Flügel der Fall ist, der ohne Zweifel das vorzüglichste Instrument seiner Art ist.

Zu dem hier berührten Uebelstande des Stromquadranten kommt noch ein anderer, nämlich der, dass man ihn nur zu Messungen gebrauchen darf, bei welchen die Kugel, während sie dem Stosse des Wassers ausgesetzt ist, nicht tief unter der Oberfläche des letzteren schwebt, damit durch den Stoss auf den Faden keine Biegung desselben eintritt, wodurch die Angabe des Ablenkungswinkels noch weit unsicherer würde als ausserdem. Man hat zwar versucht, die in Rede stehende Biegung des Fadens in Rechnung zu bringen;[1] allein es steht der Aufwand von Mühe, welchen diese Rechnung erfordert, durchaus in keinem Verhältnisse zu dem dadurch erzielten Erfolge.

Wenn wir nun gleichwohl dem Stromquadranten hier eine Stelle angewiesen haben, so geschah es in der Erwägung seiner Einfachheit und des Umstandes, dass er besser als die Schwimmkugel das Messen der Geschwindigkeit an verschiedenen Stellen eines Querprofils gestattet.

Zur Erleichterung der Berechnung der Geschwindigkeiten aus den beobachteten Ablenkungswinkeln fügen wir am Schlusse dieses Buchs eine Tabelle (Nr. VII) bei, welche sowohl $\sqrt{\operatorname{tg}\alpha}$ als auch log $\sqrt{\operatorname{tg}\alpha}$ für fast alle vorkommenden Werthe von α liefert, und mit der man, sobald k bestimmt ist, die Geschwindigkeit v durch eine einfache Multiplication finden kann.

§. 223.

Prüfung und Berichtigung.

Der Gebrauch des berichtigten Stromquadranten ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst; es ist daher hier nur noch Einiges über seine Prüfung und Berichtigung beizufügen. Die Prüfung hat sich über folgende Fragen zu erstrecken:

1) ob der Gradbogen richtig getheilt ist und die nöthigen vertikalen und horizontalen Drehungen gestattet;

[1] Man sehe Gerstner's Handbuch der Mechanik, Prag 1832, Bd. 2, S. 307, §. 229 u. ff.

2) ob der Nullpunkt der Theilung in dem durch den Kreismittelpunkt gehenden Lothe liegt, wenn die Libelle einspielt; und
3) ob die Kugel ein passendes spezifisches Gewicht und ihr Faden eine hinreichende Länge hat.

Zu 1. Da wegen des Schwankens der Kugel der Gradbogen nicht fein getheilt zu seyn braucht, so genügt auch eine einfache Untersuchung der Theilung mittelst des Zirkels; und was die Drehungen betrifft, welche das Instrument zulassen muss, so sind dieselben in §. 220 aufgezählt und leicht zu beurtheilen. Sollte das Zirkelgewinde (G), um welches die grobe Vertikalbewegung stattfindet, nicht genug Reibung besitzen, um dem Gewicht des Gradbogens das Gleichgewicht zu halten, so darf man nur mit dem Schlüssel, der dazu gehört, die rechtseitige Geschwindscheibe stärker anziehen.

Zu 2. Um die Libellenaxe gegen den Halbmesser, der durch den Nullpunkt des Gradbogens geht, senkrecht zu stellen, befestige man den Stromquadranten auf einem erhöhten Brette, stelle die Ebene des Gradbogens vertikal und drehe denselben mit der Schraube so, dass der Draht, woran die Kugel frei in der Luft hängt, den Nullpunkt der Theilung berührt. Ist hiermit der Halbmesser oc lothrecht gestellt und hat man die Libelle, wenn es nicht ohnehin schon der Fall war, durch ihre Stellschräubchen a, a' zum Einspielen gebracht, so ist die zweite Untersuchung vollzogen.

Zu 3. Es lässt sich nach unseren Erfahrungen behaupten, dass es gut sey, wenn man sich zu einem Stromquadranten mehrere Kugeln von verschiedenem spezifischen Gewicht machen lässt und davon die leichteren bei geringeren und die schwereren bei grösseren Geschwindigkeiten verwendet: es wird dann der Ablenkungswinkel α weder bei kleinen Geschwindigkeiten sehr klein, noch bei bedeutenden Geschwindigkeiten sehr gross. Wie viel aber das spezifische Gewicht der Kugeln in den einzelnen Fällen betragen soll, ist noch nicht ermittelt; wir glauben jedoch, dass es nur bei Geschwindigkeiten bis zu 2 Fuss in der Sekunde dem des Elfenbeins (1,825) gleich seyn dürfe, für Geschwindigkeiten zwischen 2 und 5 Fuss aber mindestens 2 und für noch grössere Geschwindigkeiten ungefähr 3 betragen sollte. Um zu sehen, welches spezifische Gewicht die Kugel hat, braucht man dieselbe bekanntlich nur in der Luft und unter Wasser zu wiegen und mit dem Gewichtsunterschied in das Gewicht zu dividiren, welches die Kugel in der Luft hat.

Ob der Faden des Quadranten lang genug ist, erfährt man an derjenigen Stelle eines Flusses, wo die grösste Geschwindigkeit stattfindet, indem man das Instrument daselbst aufstellt und zusieht, ob die vom Wasser gestossene Kugel nicht an die Oberfläche tritt.

Die Pitot'sche Röhre.

§. 224.

So wie der Stromquadrant gibt auch die Pitot'sche Röhre die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers unabhängig von Zeitbestimmungen. Sie bestand ursprünglich bloss aus einer einfachen offenen Glasröhre, welche unten rechtwinkelig umgebogen und mit einem kleinen blechernen Trichter versehen war, den man gegen den Strom hielt, während das Rohr lothrecht stand. In Folge des vom Wasser in der Richtung der Trichteraxe ausgeübten Stosses erhebt sich das in die Röhre eingedrungene Wasser über den Spiegel des an ihr vorbeifliessenden, und diese Erhebung steht erfahrungsgemäss mit der Geschwindigkeit des stossenden Wassers in einem bestimmten mathematischen Zusammenhang; es ist nämlich, wenn h die theoretische uud h' die beobachtete Erhebung, v die Geschwindigkeit des Wassers, g die Beschleunigung der Schwere und m irgend einen von der Beschaffenheit der Röhre abhängigen Coefficienten bezeichnet,

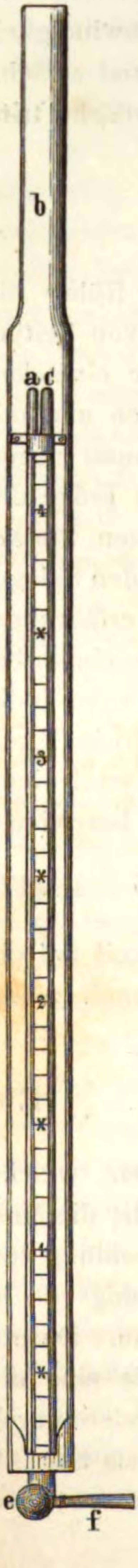
$$h' = m\, h = m \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{und hieraus} \quad v = \frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{m}} = k \sqrt{h'} \quad . \quad (175$$

Hat man in einem Kanale von bekannter Geschwindigkeit (v) die dieser Geschwindigkeit entsprechende Erhebung (h') mehrmals genau beobachtet, so erhält man nach der letzten Gleichung

$$k = \frac{v}{\sqrt{h'}} \quad \text{und folglich} \quad m = \frac{2g}{k^2} = \frac{2gh'}{v^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (176)$$

Ist k bestimmt, so lässt sich leicht eine Tafel berechnen, welche die Geschwindigkeit v für irgend eine Erhebung h' enthält; die Messung erfordert somit weiter nichts als eine richtige Beobachtung von h' und ein Nachsehen in der Tabelle. Aber die Bestimmung von h' ist bei einer einfachen Röhre sehr mühsam und ungenau. Darum wendet man zwei Röhren nebeneinander an, wovon die eine die durch den Stoss gehobene Wassersäule enthält, und die andere durch hydrostatischen Druck die Höhe des äusseren Wasserspiegels anzeigt. Dieser Röhrenverbindung hat Reichenbach jene bequemere und

Fig. 244.



zweckmässigere Einrichtung gegeben, welche unter dem Namen „Reichenbach'scher Strommesser" ziemlich verbreitet ist und welche wir hier mit Beibehaltung der früheren Bezeichnung des Instruments beschreiben wollen.

Die allgemeine Anordnung der verbesserten Pitot'schen Röhre ergibt sich aus Fig. 244, welche eine Seitenansicht im Massstabe von $1/_{10}$ der natürlichen Grösse ist. Die beiden Glasröhren (a, c) befinden sich in einem hölzernen Schafte (b), dessen Querschnitt dem einer biconvexen Linse gleich ist. Zwischen den Röhren ist auf dem Schafte ein messingener Massstab (i) befestigt. Die Röhre a, welche bloss den äusseren Wasserstand anzuzeigen hat, steht mit zwei kleinen Mundstücken (e, e) und die Röhre c, auf welche der Wasserstoss wirkt, mit einem kegelförmigen Ansatzrohre (f) in Verbindung. Die Verbindungskanäle zwischen den Röhren und ihren Mundstücken werden durch einen den Röhren gegenüberliegenden und auf einen Hahn wirkenden Draht (d) geöffnet und geschlossen, indem man diesen Draht auf- oder abwärts schiebt.

Die besondere Einrichtung der wesentlichsten Theile ist in den Fig. 245 und 246, welche im Massstabe von $1/_3$ gezeichnet sind und wovon die eine den unteren Theil des Instruments perspectivisch, die andere durchschnitten darstellt, zur Anschauung gebracht. Die Röhren (a, c) sind im Innern 4 Linien weit und haben eine Länge von 4 bis 5 Fuss. Wenn auch bei dieser Weite die Capillarität noch einen Einfluss auf die Höhen der Wassersäulen hat, so verschwindet derselbe doch für den Unterschied dieser Höhen, wenn nur die Röhren gleichweit sind. Dass letztere oben offen sind, damit auf beide Wassersäulen der gleiche Luftdruck stattfindet, versteht sich von selbst. Nach unten setzen zwei cylindrische Bohrlöcher in dem Fussstücke l die Röhre a bis zu den Mundstücken e, e und die Röhre c bis zu dem Trichter f fort. Beide Bohrungen werden von einem Hahne (k) durchdrungen, der ein massiver

Kegel mit zwei Löchern ist, welche sich durch den Draht d bald in die Richtung der Röhren, bald senkrecht darauf stellen lassen. Wenn man nämlich mit dem Draht den Hebel n abwärts gedrückt hat, so stehen die Röhren mit dem Wasser in Verbindung, und wenn der Draht heraufgezogen ist, so sind die Röhren vom äusseren Wasser abgeschlossen. Hatte man nun bei einer Messung erst den Hahn geöffnet, dann das Instrument so in das Wasser gehalten, dass die Röhren lothrecht standen und der Trichter den Wasserfäden parallel war, hierauf aber den Hahn geschlossen und das Werkzeug aus dem Wasser gehoben, so wird der Massstab i, welcher von Messing und bis auf Linien getheilt ist, die Höhen der Wassersäulen und folglich auch ihren Unterschied, welcher die Erhebung h' ist, anzeigen. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass man den Nullpunkt dieses Massstabs überall hinlegen kann; es ist aber gut, ihn in die Ebene zu legen, welche durch die Axe des Trichters f geht und auf den Röhrenaxen senkrecht steht, weil dann die Ablesung an der Röhre a sofort die Tiefe angibt, in welcher die Geschwindigkeitsmessung stattfand.

Fig. 245.

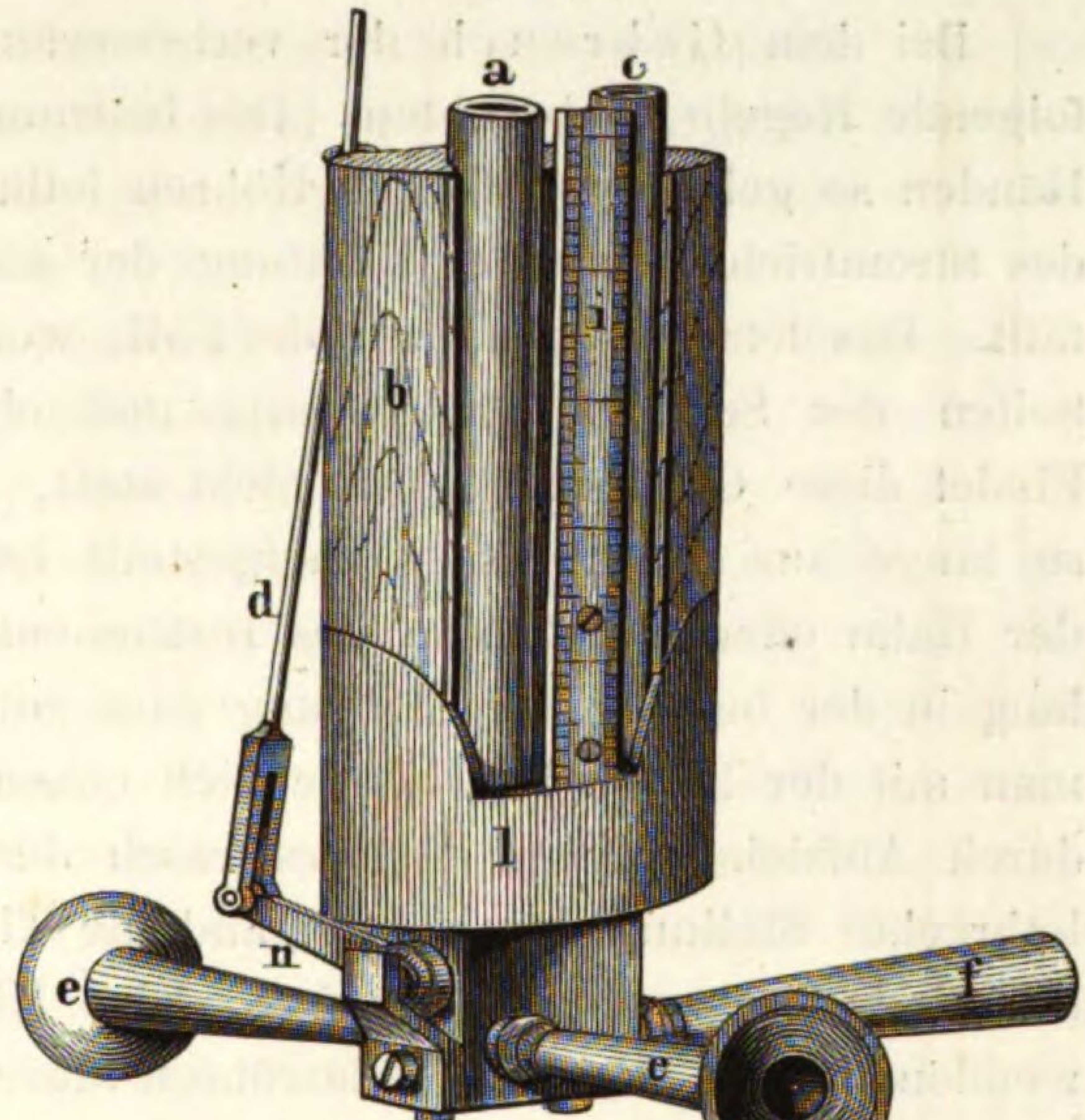
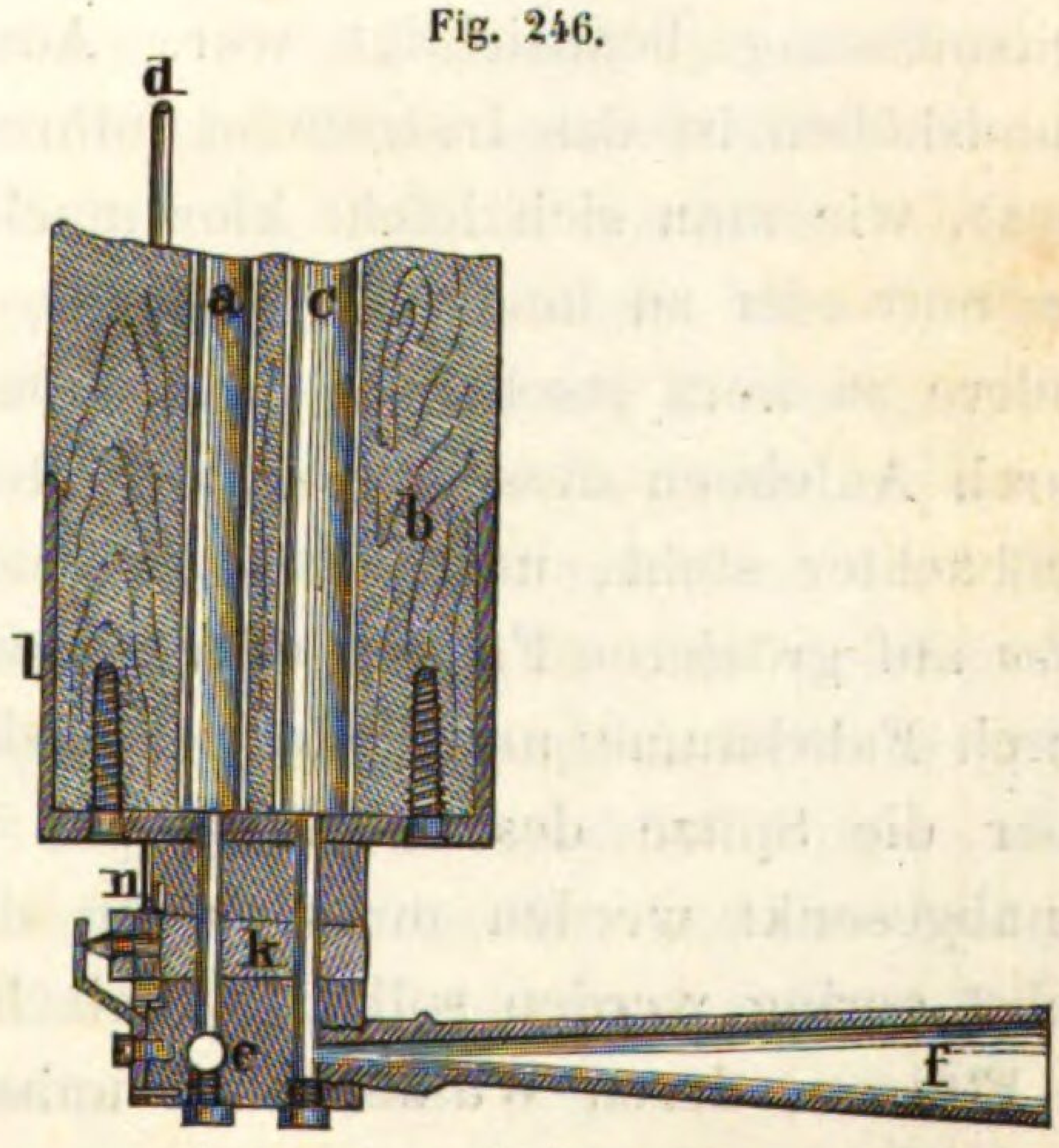


Fig. 246.



§. 225.

Bei dem Gebrauch der verbesserten Pitot'schen Röhre sind folgende Regeln zu beachten. Das Instrument wird mit den beiden Händen so gehalten, dass die Röhren lothrecht stehen und die Axe des Stromtrichters in der Richtung der ankommenden Wasserfäden fällt. Das letztere ist nahezu der Fall, wenn diese Fäden zu beiden Seiten des Schaftes gleichmässig und ohne Wallung abgleiten.[1] Findet diese Gleichmässigkeit nicht statt, so dreht man den Schaft so lange zur Seite, bis sie hergestellt ist. Beim Hinabsenken ist der Hahn offen. Hat man das Instrument wenigstens eine Minute lang in der bezeichneten Stellung ganz ruhig gehalten, so schliesst man mit der linken Hand, die sich neben dem Stelldraht befindet, durch Aufziehen dieses Drahtes rasch den Hahn. Hiebei darf die lothrechte Stellung der Röhren und die Tiefe der Einsenkung nicht im mindesten verändert werden. Eine Minute Zeit muss man aufwenden, damit sich die Glasröhren durch die engen Trichter so füllen können, wie es der Gleichgewichtszustand der in dem Wasser thätigen Kräfte fordert; die lothrechte Stellung muss innegehalten werden, weil sonst die Wassersäulen zu gross ausfallen und falsche Resultate liefern; und bei dem Schliessen des Drahts muss die Höhenlage des Instruments unverändert bleiben, weil sonst die Wasserstände nicht der Stelle entsprechen, für welche die Geschwindigkeitsmessung beabsichtigt war. Auch beim Ablesen der Wasserstandshöhen ist das Instrument lothrecht und ruhig zu halten, weil sonst, wie man sich leicht klar machen wird, jede der beiden Säulen entweder zu lang oder zu kurz, oder die eine zu lang und die andere zu kurz erscheinen kann. Das Halten des Instruments wird durch Anlehnen desselben an den Steg, oder das Schiff, worauf der Beobachter steht, unterstützt. Es versteht sich jedoch von selbst, dass auf grösseren Flüssen oder Strömen das Schwanken des Schiffes durch Fahrbäume und Seile vermieden und das Instrument selbst über die Spitze des Schiffs hinaus und unter dessen Bodenfläche hinabgesenkt werden muss, wenn der Einfluss der Stauung möglichst gering werden soll. Endlich hat man dafür zu sorgen, dass in Flüssen, deren Wasser nach anhaltendem Regen oder Thauwetter gröberes Materiale oder Schlamm führen, nicht früher gemessen

[1] In dem folgenden Paragraphen haben wir ein Mittel angegeben, wodurch sich diese Richtung einfacher und sicherer bestimmen lässt.

werde als bis das Wasser hell geworden ist; dass man Messungen, bei welchen sich Gras, Blätter, Reisig, Grundeis u. dergl. vor den Stromtrichter gelegt hatten, als nicht geschehen betrachte; und dass der Hahn nach jedem Versuche vollkommen geschlossen und vor jeder neuen Messung völlig geöffnet werde.

Zum bequemeren Gebrauche der Reichenbach'schen Strommesser wird von dem Ertel'schen Institute in München, das die Anfertigung dieser Instrumente besorgt, jedem Exemplare derselben eine Tabelle beigegeben, welche die zu den beobachteten Höhenunterschieden gehörigen Geschwindigkeiten unter der Annahme enthält, dass der Coefficient $m = 1$ und folglich $k = \sqrt{2g}$ sey. Diese Annahme ist jedoch nur annähernd richtig. Wir fügen desshalb im Anhange ebenfalls eine Tabelle (Nr. VIII.) bei, welche zur Auffindung der Geschwindigkeiten dient; dieselbe liefert aber nicht unmittelbar die Geschwindigkeiten selbst, sondern nur die Quadratwurzeln der beobachteten Erhebungen (h'), welche alsdann noch mit dem Coefficienten k zu multipliciren sind, der für jedes Instrument einen besonderen Werth hat und dessen Bestimmung nach §. 224 geschieht.

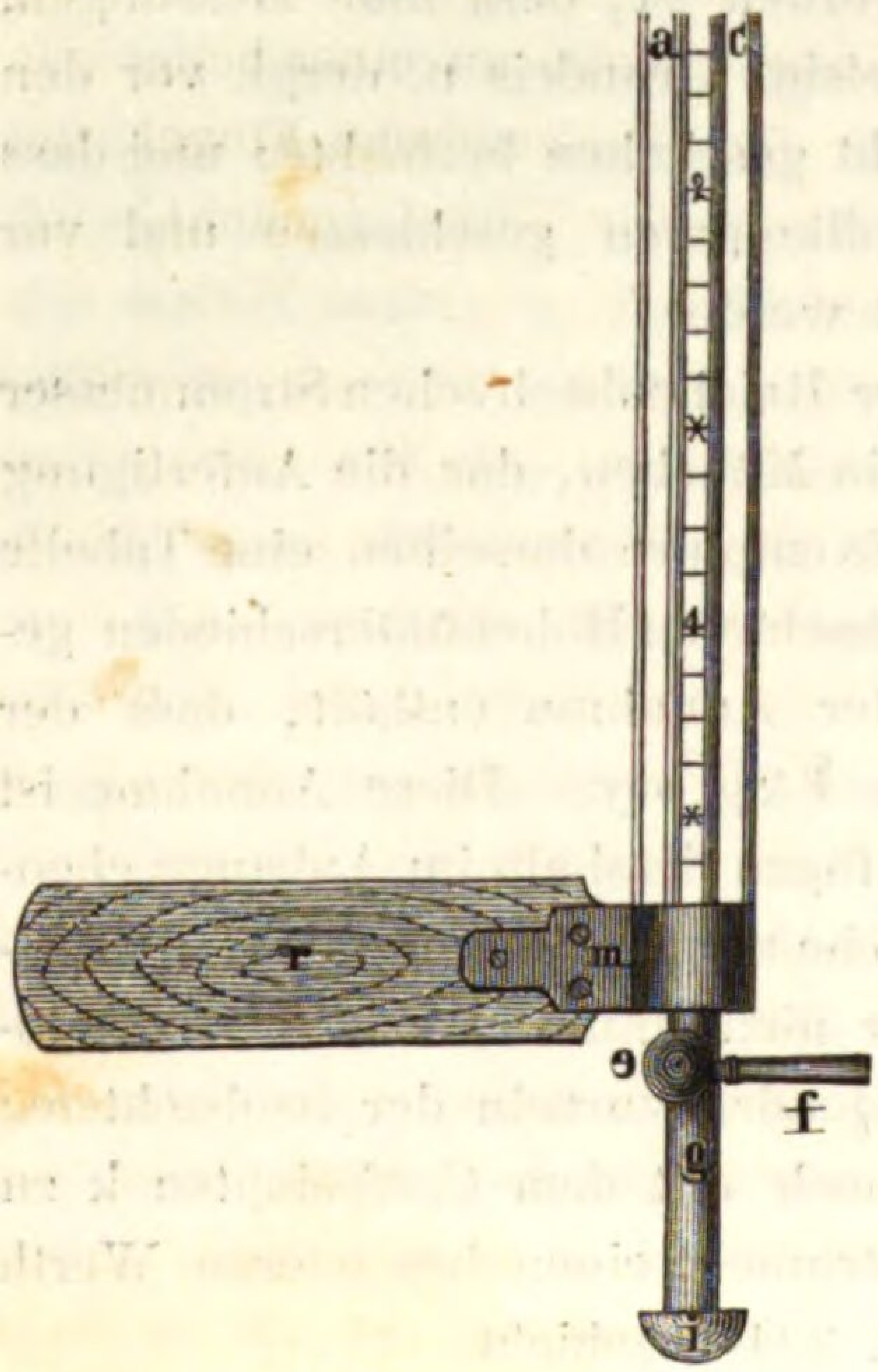
§. 226.

Mängel und Verbesserungen der Pitot'schen Röhre.

Wenn auch die von Reichenbach verbesserte Pitot'sche Röhre gegen die ursprüngliche Einrichtung viele Vorzüge hat, so lässt sie doch noch mehreres zu wünschen übrig. Denn erstens leidet sie wie der Stromquadrant an dem Uebelstande, dass sie nur jene Wirkung des Wasserstosses anzeigt, welche im Augenblicke des Röhrenschlusses stattfindet und welche nach einer früheren Bemerkung von der mittleren Wirkung auffallend verschieden seyn kann; zweitens ist es schwer, die Pitot'sche Röhre nach der Einrichtung von Reichenbach lothrecht genau in der Höhe zu erhalten, in welcher die Geschwindigkeitsmessung stattfinden soll; und endlich drittens kann man es bei aller Uebung und Vorsicht kaum dahin bringen, das Instrument aus freier Hand so zu halten, dass die Axe des Ansatzrohres f (Fig. 244 bis 246) stets in der Richtung der Stromfäden und folglich auch in der Richtung des Stosses liegt.

Was nun den ersten der hier erwähnten Mängel betrifft, so lässt sich derselbe nicht beseitigen, da er im Principe des Instruments liegt; der zweite kann hingegen dadurch verbessert werden, dass

Fig. 247.



man, wie in Fig. 247 angedeutet, den Schaft mit einem verschiebbaren und bei i drehbaren Fusse versieht, der bis auf die Sohle des Flussbetts reicht; und der dritte Mangel verschwindet nach unserer Erfahrung, wenn man am unteren Ende des Schaftes ein Steuerruder r von etwa $1\frac{1}{2}$ Fuss Länge und 4 Zoll Breite anbringt, in der Weise, wie dieses beim Woltman'schen Flügel der Fall ist. Dieses Steuerruder sucht sich immer in die Vertikalebene der Wasserfäden zu stellen und übt desshalb, so lange es diese Richtung nicht hat, einen Seitendruck aus, der sich in den Händen desjenigen, welcher das Instrument behufs der Messung in den Fluss hält, fühlbar macht. Gibt man nun diesem Drucke nach, bis er verschwunden ist, so steht das Steuerruder und mit ihm die Axe der Ansatzröhre in der Richtung des Stosses, wie es seyn soll.

Ein mit Fuss und Steuerruder versehener Reichenbach'scher Strommesser liefert nach den Versuchen, welche wir damit angestellt haben, und worüber wir an einem anderen Orte ausführlicher zu sprechen gedenken, bessere Resultate als die in §. 224 beschriebene Pitot'sche Röhre; gleichwohl aber kommt die Genauigkeit der Messung jener nicht gleich, welche mit dem Woltman'schen Flügel zu erreichen ist.

Der Woltman'sche Flügel.

§. 227.

Einrichtung.

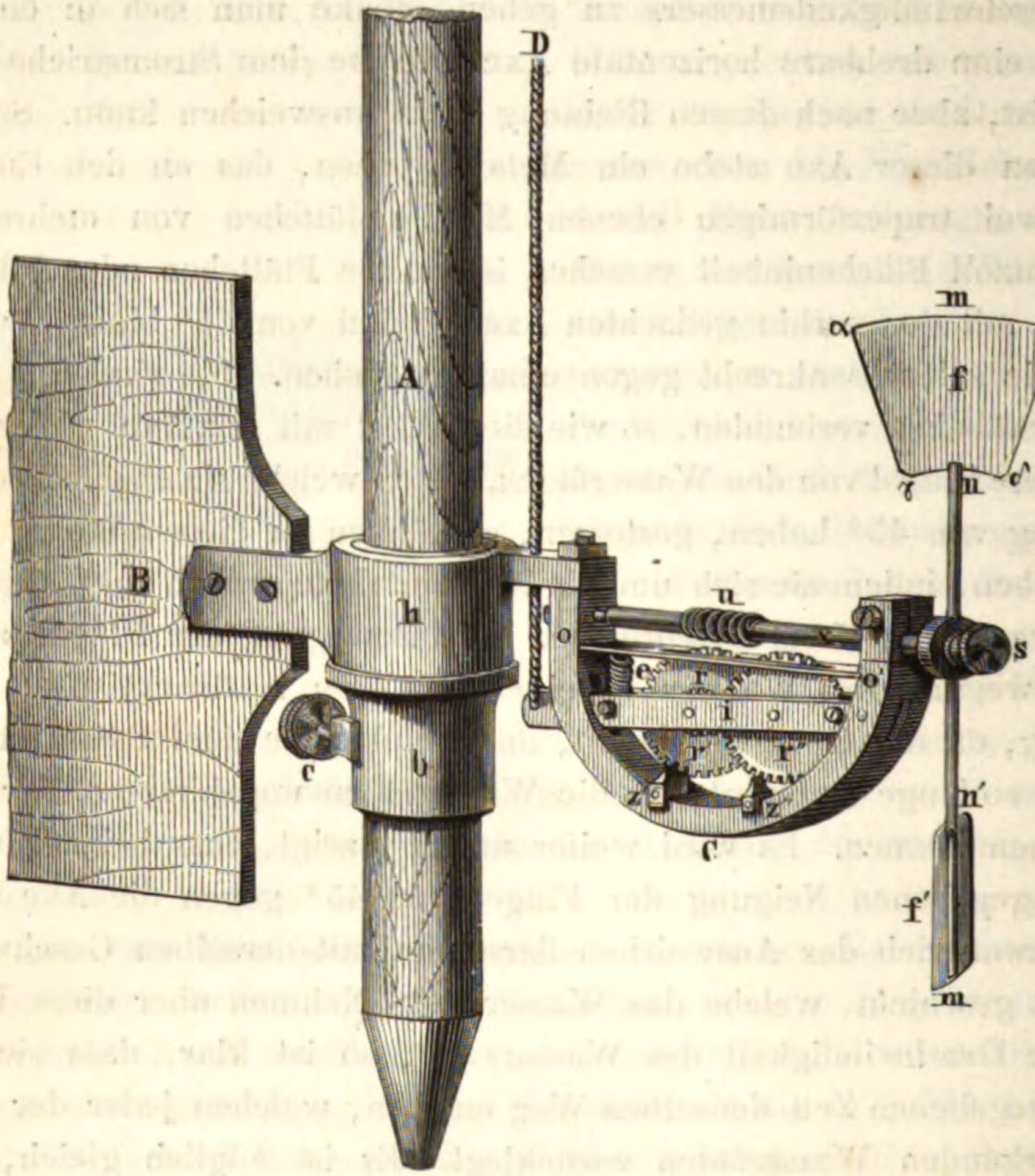
Mit diesem Namen bezeichnet man jene Erfindung des ehemaligen Wasserbaudirectors **Woltman** in Hamburg, welche die Geschwindigkeit eines fliessenden Wassers durch die Umdrehung zweier oder mehrerer an einer Axe befestigter Flügel, auf welche der

Stoss des Wassers wirkt, anzeigt. Keines der bisher betrachteten Instrumente gibt die Geschwindigkeit eines Flusses an einer beliebigen Stelle mit solcher Zuverlässigkeit wie der Woltman'sche Flügel, der wohl auch hydraulischer oder hydrometrischer Flügel genannt wird.

Um zunächst eine allgemeine Vorstellung von dem Wesen dieses Geschwindigkeitsmessers zu geben, denke man sich in einem Flusse eine drehbare horizontale Axe, welche dem Stromstriche parallel ist, aber nach dessen Richtung nicht ausweichen kann. Senkrecht zu dieser Axe stehe ein Metallstäbchen, das an den Enden mit zwei trapezförmigen ebenen Messingplättchen von mehreren Quadratzoll Flächeninhalt versehen ist. Diese Plättchen oder Flügel mögen mit der vorhin gedachten Axe Winkel von 45° bilden, während sie selbst senkrecht gegen einander stehen. Sie sind fest mit ihrem Stäbchen verbunden, so wie dieses fest mit der Axe. Werden nun diese Flügel von den Wasserfäden, gegen welche sie ebenfalls eine Neigung von 45° haben, gestossen, so können sie diesem Stosse nur nachgeben, indem sie sich um die Horizontalaxe drehen und folglich um diese einen Kreis beschreiben. Die Bewegung der Flügel steht zur Bewegung des Wassers in einer gewissen mathematischen Beziehung, da die Geschwindigkeit, mit welcher sie dem Stosse nachgeben, so lange zunimmt, bis die Wasserfäden ungehindert über sie abfliessen können. Es wird weiter unten gezeigt, dass bei der vorhin angegebenen Neigung der Flügel von 45° gegen die Axe und den Stromstrich das Ausweichen derselben mit derselben Geschwindigkeit geschieht, welche das Wasser hat. Nehmen aber diese Flügel die Geschwindigkeit des Wassers an, so ist klar, dass sie in einer gegebenen Zeit denselben Weg machen, welchen jeder der auf sie wirkenden Wasserfäden zurücklegt. Es ist folglich gleich, ob man den Weg dieser Wasserfäden oder den der Flügel misst. Der Weg der Flügel ist aber gleich der Anzahl der Umdrehungen multiplicirt mit dem Werthe einer Umdrehung. Letztere kann leicht ermittelt werden; denken wir uns vorläufig, dieser Werth sey der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser der Abstand der Schwerpunkte der Flügelflächen ist. Nunmehr brauchen wir nichts mehr zu messen als die Zahl der Umdrehungen in einem beobachteten Zeitabschnitte. Es ergibt sich folglich die Nothwendigkeit, mit der schon erwähnten Horizontalaxe einen Zählapparat in Verbindung zu bringen, welcher die Zahl der Umdrehungen misst.

Die besondere Einrichtung des Woltman'schen Flügels, welche in Fig. 248 dargestellt ist, erfordert nach dieser allgemeinen Aufzählung der zu erfüllenden Bedingungen folgende Bestandtheile:

Fig. 248.



1) eine hinreichend starke Stange (A), an welcher sich der Flügel in beliebiger Höhe feststellen und in das Wasser halten lässt;
2) ein Steuerruder (B), welches die Horizontalaxe (x) in die Richtung des Stromstrichs stellt, indem es in Folge der Einwirkung des Wassers das Instrument um die Stange A dreht;
3) ein Lager (C) sowohl für die Hauptaxe der Flügel als für die Axen der Rädchen (r, r'), welche den Zählapparat bilden;
4) eine horizontal liegende Axe (x), um welche sich die an einem

senkrecht dagegen gestellten Stäbchen befestigten Flügel (f, f') drehen können;

5) ein oder mehrere Paare von Flügeln (f, f') nebst Stäbchen zu deren Befestigung an der Hauptaxe (x); und endlich

6) eine Schnur (D), wodurch der Zählapparat mit der Hauptaxe in und ausser Verbindung gesetzt werden kann.

Die Stange A erhält eine der Tiefe, in welcher zu messen ist, entsprechende Länge und Dicke; für die meisten Fälle reichen 10 Fuss Länge und 2 Zoll Dicke. Unten kann man sie mit Eisen beschlagen und den eisernen Schuh spitzig oder stumpf machen. Damit man den Flügel oder vielmehr dessen Hauptaxe in die rechte Höhe stellen kann, bringt man auf der Stange eine Eintheilung an, welche entweder von halb zu halb oder von viertel zu viertel Fuss fortschreitet.

Das Steuerruder B ist von Holz und wird etwa 1½ Fuss lang, 4 Zoll breit und ¼ Zoll dick gemacht; es ist mit der Hülse h, wodurch das Instrument an die Stange A gesteckt wird, fest verbunden. Die Hülse h ist etwas weiter als die Stange A dick, damit sich der Flügel so drehen kann, wie es das Steuerruder verlangt. Durch die Büchse b, welche sich mit der Schraube c an der Stange A feststellen lässt, wird das Instrument in der richtigen Höhe erhalten. Manche Mechaniker bringen oberhalb der Hülse h noch eine zweite mit b übereinstimmende Büchse an; sie kann aber, wie die Erfahrung lehrt, entbehrt werden, da das Instrument vermöge seines Gewichts sich nicht über b erhebt, wenn auch die Schnur D angezogen ist.

Das Axenlager C, welches mit der Hülse h fest verbunden ist, hat zunächst die Hauptaxe x aufzunehmen und derselben mit einem Minimum von Reibung eine sichere Drehung zu gestatten; ausserdem dient es einem Hebel (i) zur Unterlage, welcher die Axen zweier gezahnter Rädchen (r, r') trägt, wovon das erstere die einzelnen Umdrehungen der Flügel und das letztere die ganzen Umdrehungen des erstern Rädchens anzeigt.

Die Hauptaxe x, um welche sich die Flügel drehen, enthält in der Mitte eine unendliche Schraube u, welche so eingerichtet ist, dass jede ganze Drehung das Rädchen r gerade um einen Zahn vor- oder rückwärts bewegt. Hat das Rädchen r wie hier 100 Zähne, so entsprechen einer ganzen Umdrehung desselben 100 Umdrehungen

der Axe x oder der Flügel f, f'. Würden bei einer Messung innerhalb des beobachteten Zeitraums nie mehr als 100 Umdrehungen der Flügel vorkommen, so brauchte der Apparat nur ein Rädchen; da aber bei grossen Geschwindigkeiten in kurzer Zeit 100 Umdrehungen erschöpft sind, so muss ein zweites Rädchen r'' die ganzen Umdrehungen des ersten zählen. Verbindet man desshalb mit r' ein noch kleineres Rädchen r, welches 20 Zähne hat und in r'', das dem r' gleich ist, eingreift, so wird sich r'' um 20 Zähne oder den fünften Theil seines Umfangs bewegt haben, wenn r' eine ganze Drehung gemacht hat, und es werden einer ganzen Drehung von r'' fünf ganze Drehungen von r' und folglich 5 mal 100 oder 500 Umdrehungen der Flügel entsprechen. Zum Ablesen auf den Rädchen r' und r'' dienen die auf dem Lager C befestigten Zeiger z' und z''.

Die Flügel (f', f) haben eine trapezförmige Gestalt, welche sich als ein an den Ecken abgestumpfter Ausschnitt eines Kreisrings darstellt. Die Grösse dieses Ausschnitts richtet sich nach der Länge der Flügelruthe n n'. Beschreibt man mit dieser Länge als Halbmesser einen Kreis, so liefert dieser den äusseren Bogen $\alpha\beta$; nimmt man ferner die Flügelbreite m n zwischen einem Drittel und der Hälfte der Ruthenlänge n n' an, so ergibt sich der concentrische innere Bogen $\gamma\delta$; und theilt man endlich die so bestimmte Ringfläche durch Halbmesser in 9 oder 10 gleiche Theile, so ist die Form und Grösse eines Flügels der Hauptsache nach bestimmt. Jeder Flügel ist an der Ruthe, wie bei f' zu sehen, festgelöthet und es werden beide Flügel mit der Oeffnung in der Mitte der Ruthe so an die Hauptaxe gesteckt, dass die glatte Metallfläche dem ankommenden Wasser zugewendet ist. Eine Schraube s hält die Flügelruthe an der Axe fest. Statt zweier Flügel kann man auch 4 anwenden, indem man statt einer Ruthe zwei sich senkrecht kreuzende und festverbundene Ruthen an die Hauptaxe befestigt.

Die Schnur D dient dazu, den Zählapparat von dem Augenblicke an in Gang zu bringen, wo die Zeitmessung beginnt, und ihn in dem Moment ausser Gang zu setzen, wo die Zeitmessung aufhört. Unsere Figur zeigt den Zählapparat im Zustand der Ruhe; die Flügel können sich im Wasser drehen, ohne dass diese Drehungen gezählt werden. In dem Augenblick aber, wo die Schnur D aufwärts gezogen wird und das Rädchen r' in die Schraube u eingreift, kommt der Zählapparat in Gang und verharrt darin, bis die Schnur auf ein

gegebenes Zeichen wieder nachgelassen wird. Damit das Rädchen r′ in Folge dieses Nachlassens ganz sicher ausser Verbindung mit der Schraube U kommt, ist zwischen dem Hebel i und dem festen Arme o o′ eine Spiralfeder e angebracht, welche, sobald es die Schnur erlaubt, die Hebel i und damit die gezahnten Rädchen in die Lage herabdrückt, welche Fig. 248 darstellt.

§. 228.

Gebrauch.

Wir setzen voraus, dass in geringer Höhe über dem Wasserspiegel des Flusses, dessen Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen bestimmt werden sollen, ein Steg gebaut sey, von dem aus die Beobachtung geschieht, und dass man bereits die Tiefen des Flusses gemessen und hiernach den Abstand des Instruments vom Fusspunkte der Flügelstange bestimmt habe. Nun stelle man die Rädchen r′ und r″ so, dass jeder Zeiger z′ und z″ auf Null zeigt und lasse von einem Gehilfen das Instrument an der bestimmten Stelle so in den Fluss halten, dass die Stange A an dem Steg anliegt und lothrecht steht, während die Schnur D lose in der linken Hand ruht. Nachdem etwa eine halbe Minute Zeit verflossen ist, in der sich die Hauptaxe x durch das Steuerruder in die Richtung des Stromes gestellt hat und die Flügel die dem Flusse entsprechende Geschwindigkeit erlangt haben, gibt man in dem Augenblicke, wo der Zeiger der Sekundenuhr, die man selbst hält und beobachtet, eine leicht zu merkende Stelle (z. B. bei 15, 30, 45, 60 Sekunden) erreicht hat, dem Gehilfen ein Zeichen, worauf dieser sofort die Schnur D anzieht. Nach Verlauf von 30 oder 60 Sekunden folgt ein neues Zeichen und in demselben Augenblicke das Nachlassen der Schnur. Der Flügel wird nun aus dem Wasser gehoben und die Umdrehungszahl an den Zeigern z″ und z′ abgelesen. Sind in der Zeit von t Sekunden u Umdrehungen gemacht worden und entspricht einer Umdrehung die Weglänge k, so ist die Geschwindigkeit des Wassers

$$v = k\,\frac{u}{t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (177)$$

Bei einer zweiten Beobachtung braucht man die Zeiger z′ und z″ nicht wieder auf Null zu stellen, sondern nur ihren Stand am Anfange und Ende der Beobachtung aufzuzeichnen und die Differenz beider als Zahl der Umdrehungen zu nehmen.

Es versteht sich von selbst, dass, wenn man an einer und derselben Stelle und unter sonst gleichen Verhältnissen etwas verschiedene Geschwindigkeiten des fliessenden Wassers findet, das arithmetische Mittel aus denselben als die gesuchte Geschwindigkeit anzunehmen ist.

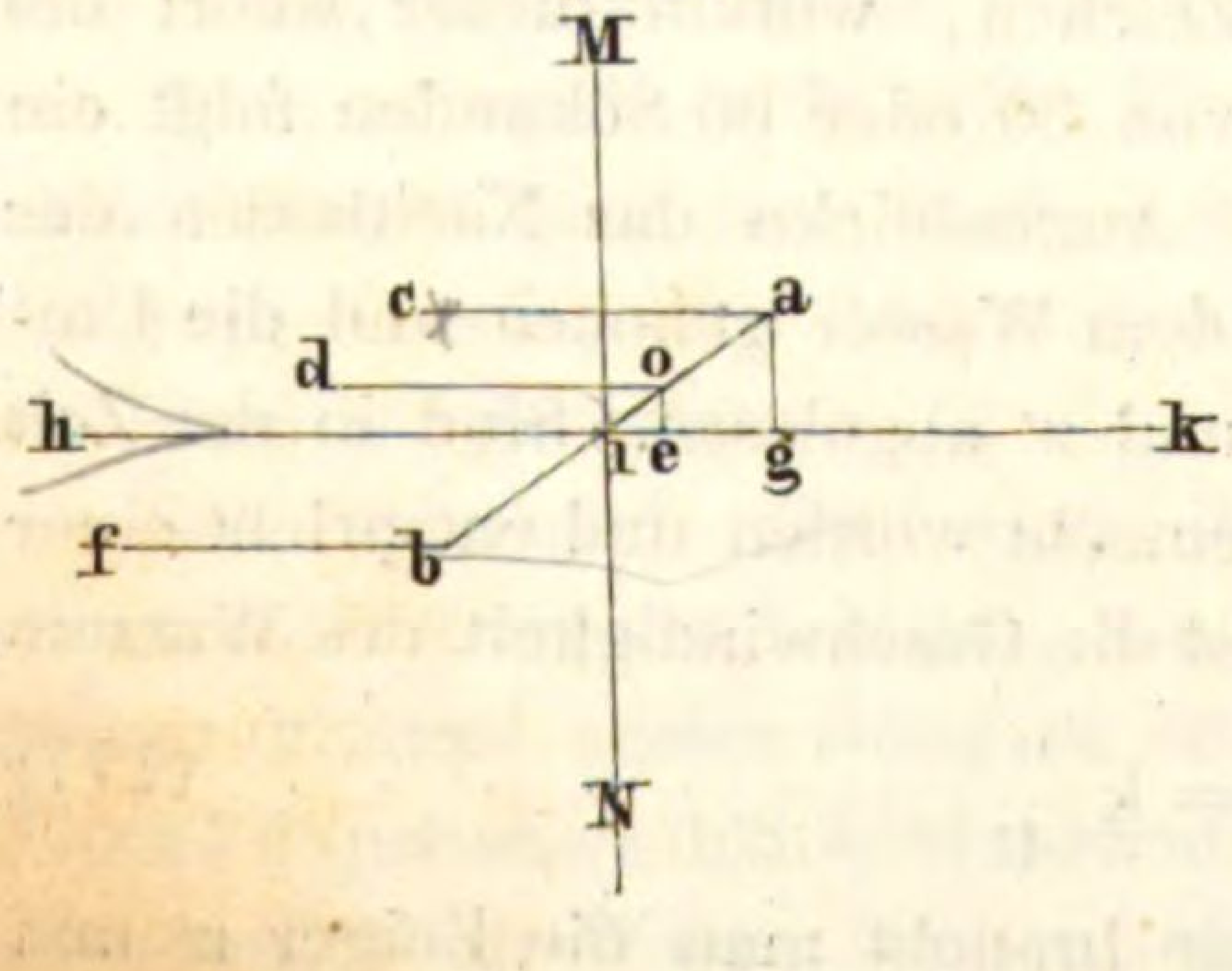
Hat man in einem grossen Flusse Geschwindigkeiten zu messen, so muss ein Kahn durch Fahrbäume und Seile an der bestimmten Stelle festgehalten werden, auf dem Schiff selbst aber ein Vorsprung angebracht seyn, welcher gestattet, das Instrument mehrere Fusse vor dem Schiffsschnabel lothrecht in das Wasser zu halten. Je weiter man über das Schiff hinaus treten kann, desto geringer ist der Einfluss, welchen die Stauung vor demselben auf das Messungsresultat ausübt.

§. 229.

Theorie.

Wir haben in §. 227 das Wesen des Woltman'schen Flügels unter der Annahme erklärt, dass die Flügelebenen gegen die Wasserfäden unter einem Winkel von 45^0 geneigt seyen; diese Neigung brauchen sie aber nicht durchaus zu haben,. sondern ist nur eine von denen, welche sie haben können. Nehmen wir jetzt an, die Richtung der Wasserfäden bilde mit jeder Flügelebene den Winkel α und suchen wir eine mathematische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit v des Wassers und der Geschwindigkeit c der Flügel.

Fig. 249.



Stellt MN die Vertikalprojection der Ebene vor, in welcher sich die Flügelruthe bewegt und welche somit die Wasserfäden senkrecht durchschneidet; bezeichnet ferner die Linie ab den Schnitt eines Flügels durch eine Vertikalebene, welche den Wasserfäden parallel ist; und stellt endlich kh einen in dieser Ebene liegenden Wasserfaden vor: so wird vom Anfange der Bewegung an die Geschwindigkeit der Flügel zunehmen, bis sie so gross ist, dass die Wasserfäden ungehindert über die Flügelebene hinfliessen können,

d. h. der Flügel wird in der Ebene M N oder in einer damit parallelen Ebene den Weg a g machen, während der Wasserfaden den Weg i g macht. Da diese Wege in gleichen Zeiten zurückgelegt werden, so verhalten sie sich wie die gleichförmigen Geschwindigkeiten c und v, aus denen sie hervorgehen. Berücksichtigt man aber, dass $ag : ig = tg\alpha$, so wird

$$v = c \cot \alpha, \quad \ldots\ldots \quad (178)$$

und dieses ist die gesuchte Relation zwischen dem Anstosswinkel α und den Geschwindigkeiten des Wassers und des Flügels.

Hieraus ergibt sich auch der Beweis für die im Eingange des §. 227 aufgestellte Behauptung, dass für $\alpha = 45^0$ die Geschwindigkeit des Flügels der des Wassers gleich werde; denn setzt man $\alpha = 45^0$, so ist $\cot \alpha = 1$ und folglich

$$v = c, \quad \ldots\ldots \quad (179)$$

was zu beweisen war.

Die beiden letzten Gleichungen gelten offenbar nur für bestimmte Punkte jedes Flügels und unter der Voraussetzung, dass die Reibung der Instrumentenbestandtheile so gering sey, dass sie vernachlässigt werden darf. Die Punkte, für welche unter dieser Voraussetzung jene Gleichungen richtig sind, sind die Mittelpunkte des Drucks und alle jene Punkte der Flügelflächen, welche dieselben Abstände von der Hauptaxe haben wie diese Mittelpunkte; mit den Abständen der Punkte nimmt selbstverständlich die Geschwindigkeit in denselben zu und ab.

Wollte man nun ohne Rücksicht auf Reibung den Werth k′ bestimmen, welcher einer ganzen Umdrehung des Flügels entspricht, so hätte man k′ dem Umfang eines Kreises gleich zu setzen, dessen Halbmesser ϱ der Abstand der Mittelpunkte des Drucks von der Hauptaxe ist. Somit würde $k' = 2\varrho\pi$, und wenn man mit μ einen auf die Reibung bezüglichen Coefficienten bezeichnet,

$$v = \mu\, k' \cot \alpha \cdot \frac{u}{t} \quad \ldots\ldots \quad (180)$$

seyn. Man bedient sich jedoch dieser Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit des Wassers nicht, sondern bestimmt den Werth von

$$\mu\, k' \cot \alpha = k \quad \ldots\ldots \quad (181)$$

als eine dem Instrumente angehörige Constante durch Versuche, wodurch die zur Berechnung der Geschwindigkeit dienende Formel die bereits in Nr. 177 gegebene einfache Gestalt annimmt.

§. 230.

Bestimmung von k.

Es gibt zwei Wege, den Werth von k zu ermitteln; der eine setzt ein fliessendes Wasser von bekannter Geschwindigkeit, der andere ein ganz ruhig stehendes Wasser voraus. Wir wollen beide Verfahren beschreiben.

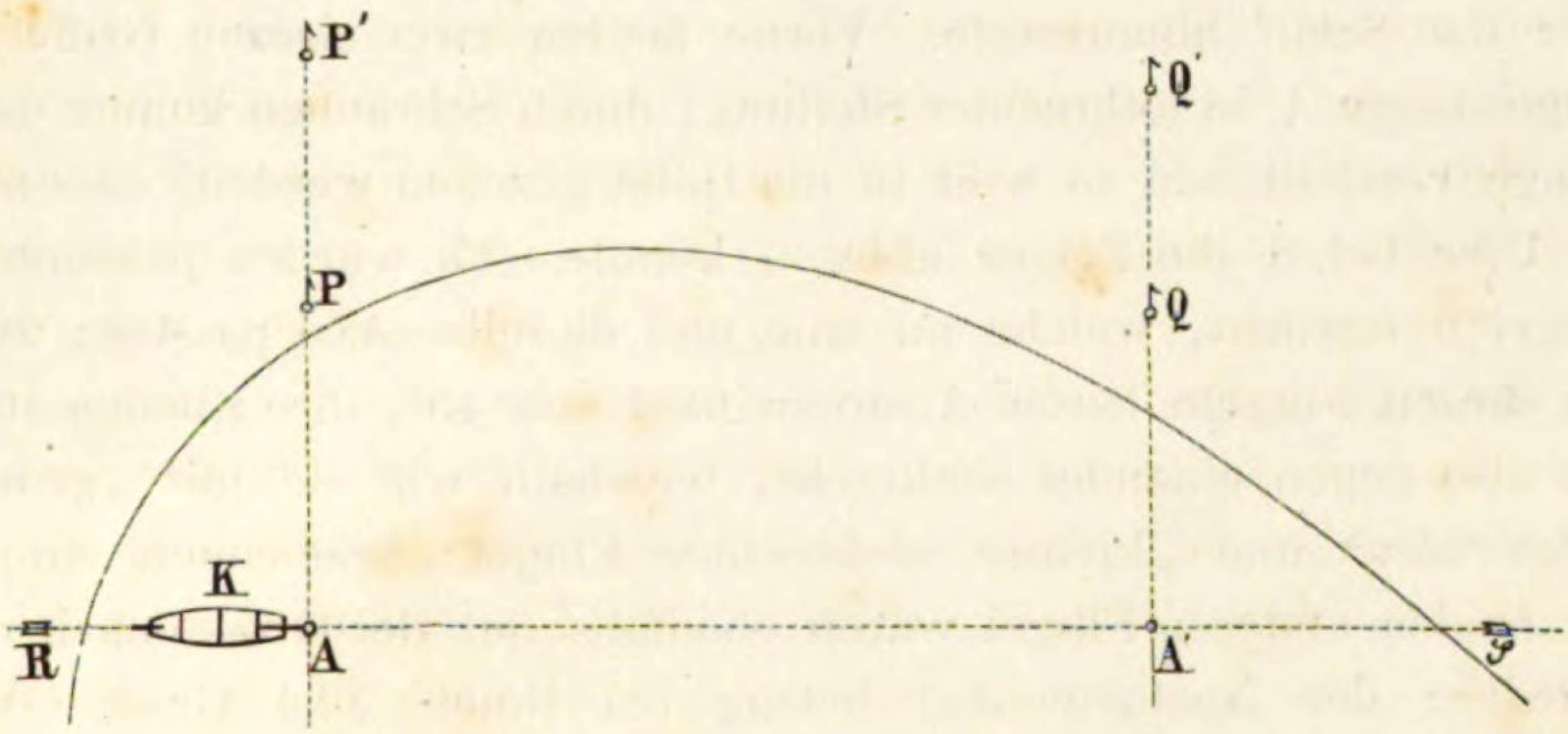
1) In einem langen hölzernen Gerinne von durchaus gleichem und rechteckigen Querschnitte und kleinem Gefälle fliesst das Wasser mit grosser Regelmässigkeit. Darin messe man mit einer Schwimmkugel, deren Durchmesser dem der Flügel ungefähr gleich kommt, die Geschwindigkeit (v') des in der Mitte befindlichen Stromstrichs wiederholt und sehr vorsichtig. Alsdann stelle man in der Mitte des Gerinnes den Woltman'schen Flügel so auf, dass er, wie vorher die Schwimmkugel, gerade von der Oberfläche des Wassers bedeckt wird. Hierauf beobachte man mehrere Male hinter einander die Zahl der Umdrehungen, welche einem bestimmten Zeitabschnitt t' entspricht, und suche hieraus das Mittel der Umdrehungen $= u'$. Sind jetzt die Werthe v', u', t' bekannt, so ist nach den vorstehenden Gleichungen

$$k = \frac{v'\,t'}{u'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (182)$$

2) Steht ein so regelmässiges Gerinne wie das eben beschriebene nicht zur Verfügung, so bediene man sich eines Teiches mit ziemlich tiefem und ruhig stehendem Wasser und eines gut gebauten wenig schwankenden Kahns (K, Fig. 250). Auf diesem befestige man den Flügel so, dass er 5 bis 6 Fuss über den Schnabel hinaus reicht und lothrecht steht. Die Schnur D führe man an der Stange A über eine Rolle, damit der Gehilfe auf dem Kahne den Zählapparat auf ein gegebenes Zeichen in und ausser Wirksamkeit setzen kann, ohne auf den Vorsprung treten zu müssen. Der Kahn muss nach einer geraden Linie gezogen werden. Diese Linie soll ziemlich lang und so abgesteckt seyn, dass man vom Ufer aus den Augenblick bezeichnen kann, in welchem die Stange A die Endpunkte der Linie passirt. Zu dem Ende stelle man am Ufer zwei Stäbe P, Q, welche Anfang und Ende der Geraden bezeichnen, so auf, dass PQ parallel ist mit der Linie RS, nach welcher das Schiff gezogen wird, und errichte zu PQ zwei Senkrechte PP' und QQ'. In den Punkten R und S können kurze Pfosten mit Rollen, über welche die Leinen

gehen, eingeschlagen seyn. Ist nun der Zählapparat auf Null eingestellt und der Kahn bis an das Ufer bei R zurückgezogen, so führe man ihn in der Richtung RS vorwärts und ziehe die Schnur an, sobald von P′ aus angedeutet wird, dass die Stange A des Instruments in die Linie P′P tritt, und halte diese Schnur fest, bis von Q′ aus das Zeichen kommt, dass die Stange A durch die Linie QQ′

Fig. 250.



geht. An dem Ufer bei S lese man die Zeiger z′ und z″ ab und wiederhole, nachdem das Schiff bis R zurückgezogen ist, das eben beschriebene Verfahren mehrere Male. Das Mittel aus allen Ablesungen gibt die Anzahl (u) von Umdrehungen, welche nöthig sind, damit der Flügel den Weg PQ = w durchlaufe; es ist folglich der Werth einer Umdrehung oder

$$k = \frac{w}{u} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (183)$$

Diese Bestimmung von k ist von jeder Zeitbeobachtung unabhängig und verdient, obschon sie etwas umständlich ist, um so mehr Beachtung, als ein so regelmässiges Gerinne von hinreichender Länge, wie wir es bei Nr. 1 gefordert haben, selten zu treffen und in einem Flusse die Berichtigung des Woltman'schen Flügels nach einem Schwimmer unstatthaft ist.

Mit welcher Genauigkeit dieses zweite Verfahren ausgeführt werden kann, zeigen folgende Versuche, welche der Verfasser an dem See und den Kanälen im englischen Garten bei München ausgeführt hat.

Die Rollen R und S waren an zwei vierkantigen und 3 Fuss

über den Boden vorstehenden Pfählen angebracht; ihre Entfernung betrug nahezu 301 Fuss. Die mit RS parallele Linie PQ war 191,2 Fuss lang und es stand der Schnittpunkt A vom Ufer bei R um 50 Fuss und der Schnitt A vom Ufer bei S um 60 Fuss ab. Die Entfernungen AR und A'S müssen desshalb etwas gross genommen werden, damit sich das Schiff und die Flügel schon in gehöriger Bewegung finden, wenn sie bei A anlangen. Auf dem Kahne war der Länge nach eine dreizöllige Bohle befestigt, welche 5 Fuss über das Schiff hinausragte. Vorne fassten zwei eiserne Griffe die Flügelstange A in lothrechter Stellung; durch Schrauben konnte diese Stange verstellt und so weit in die Höhe gezogen werden, dass man am Ufer bei S die Zeiger ablesen konnte. Es wurden jedesmal 4 Flügel untersucht, welche an eine und dieselbe Axe passten; zwei von diesen Flügeln hatten Anstosswinkel von 45°, ihre Ebenen standen also gegen einander senkrecht, wesshalb wir sie mit „grosser senkrechter“ und „kleiner senkrechter Flügel“ bezeichnen wollen. Die beiden anderen Flügel waren ebenfalls nur der Grösse nach verschieden; der Anstosswinkel betrug bei ihnen 32,4 Grad. Wir nennen den einen den „grossen schiefen“ und den andern den „kleinen schiefen Flügel“, weil die Flügelebenen unter einem Winkel von 64,8 Grad gegen einander geneigt waren.

Hier folgen zunächst die beobachteten Umdrehungszahlen.

Versuch Nr.	Grosser senkrechter Flügel	Kleiner senkrechter Flügel	Grosser schiefer Flügel	Kleiner schiefer Flügel
	Anzahl der Umdrehungen.			
1	62,4	114,5	40,0	67,5
2	62,7	114,3	40,1	68,0
3	62,8	114,0	39,6	67,6
4	62,3	114,6	39,5	67,2
5	62,3	114,2	39,4	67,7
Mittel	62,5	114,4	39,7	67,6

Da die Länge der durchfahrenen Linie AA' = PP' = w = 191,2 Fuss war, so berechnete sich der Werth von k für

den grossen senkrechten Flügel = 3,06 Fuss bayerisch,
„ kleinen „ „ = 1,67 „ „
„ grossen schiefen „ = 4,82 „ „
„ kleinen „ „ = 2,83 „ „

Lag schon in den geringen Unterschieden der Umdrehungszahlen ein hoher Grad von Wahrscheinlichkeit für die richtige Bestimmung der Werthe von k, so wurde diese Wahrscheinlichkeit zur Gewissheit erhoben durch die folgenden Versuche, welche darauf gerichtet waren, an einer und derselben Stelle eines der Kanäle, welche den schon genannten englischen Garten durchziehen, die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers zu bestimmen. Es ist klar, dass jeder Flügel, wenn seine Constante richtig bestimmt ist und das Wasser regelmässig fliesst, dieselbe Geschwindigkeit angeben muss. Der Kanal hatte an der Stelle, wo diese Versuche gemacht wurden, ein gerades Bett von nahezu rechteckigem Querschnitt, und ein fester Steg gestattete eine leichte Messung. Jeder Flügel lief 60 Sekunden lang und machte in dieser Zeit die in der nachstehenden Tabelle verzeichneten Umdrehungen.

Versuch Nr.	Grosser senkrechter Flügel.	Kleiner senkrechter Flügel.	Grosser schiefer Flügel.	Kleiner schiefer Flügel.
	Anzahl der Umdrehungen in 60 Sekunden.			
1	67,4	123.0	42,6	72,4
2	66,8	123,2	42,3	72.0
3	67,3	122,7	42,3	72,5
4	66,7	122.6	42,6	72,8
5	67,3	123,1	42.8	72,7
Mittel	67.1	122.9	42,5	72,5

Berechnet man nach diesen Mitteln und mit den vorhin bestimmten Coefficienten die Geschwindigkeiten, so liefert

der grosse senkrechte Flügel die Geschwindigkeit v = 3,422 Fuss bayer.
„ kleine „ „ „ „ v = 3,423 „ „
„ grosse schiefe „ „ „ v = 3,414 „ „
„ kleine „ „ „ „ v = 3,419 „ „

Eine grössere Uebereinstimmung der Angaben als diese wird wohl Niemand verlangen.

Nun liesse sich immer noch einwenden, dass ein constanter Fehler in dem Instrumente liegen könne, welcher zwar gleiche Angaben gestattet, aber doch alle Angaben entweder zu gross oder zu klein liefert. Um auch diesen Einwand, den wir uns selbst machten, zu beseitigen, bestimmten wir an der zuletzt genannten Kanalstrecke

die Geschwindigkeit des Wassers mit einer 8zölligen Schwimmkugel und fanden dieselbe im Mittel = 3,48 Fuss, also nur um Weniges grösser, als sie die vier Flügel angaben. Wir konnten somit die Constanten der letzteren als völlig richtig ansehen und mit gutem Gewissen den hydrotechnischen Messungen zu Grunde legen, welche wir zu jener Zeit an verschiedenen Orten auszuführen hatten.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

8.

74[illegible] 5

Werne

P.

244000 5

Wern

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bauernfeind, Carl Maximilian <<von>>,

Elemente der Vermessungskunde

Bd.: 1

München 1856

Math.p. 25 m-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081425-1